



UNIVERSIDAD DE SEVILLA

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE ARQUITECTURA

DEPARTAMENTO DE MECÁNICA DE MEDIOS CONTINUOS, TEORÍA DE ESTRUCTURAS E INGENIERÍA DEL  
TERRENO

TESIS DOCTORAL

**ANÁLISIS DE LA ESTABILIDAD DE LAS ESTRUCTURAS DE HORMIGÓN SOMETIDAS  
A MOVIMIENTOS DIFERENCIALES**

DOCTORANDO

**RUBÉN DARÍO CANO MARÍN**

DIRECTOR DE TESIS

**ANTONIO JARAMILLO MORILLA**

SEVILLA, MAYO 2014

## RESUMEN

---

Las deformaciones más comunes en edificación están relacionadas con movimientos diferenciales de la cimentación, deformaciones impuestas que dan lugar a la aparición de distorsiones angulares, esfuerzos o tensiones tangentes al movimiento que en caso de superar la resistencia del elemento constructivo al que afecte, estructuras, particiones o instalaciones rígidas, provocarán su fisuración.

Desde mediados del siglo XX se ha estudiado el comportamiento de los edificios frente a este tipo de deformaciones, la afección de dichas deformaciones a la estabilidad de la estructura y los daños asociados a la obra secundaria.

Estas investigaciones se han centrado en el análisis del comportamiento global de la edificación, ofreciendo mediante métodos teóricos y empíricos, valores de referencia para acotar el rango admisible de distorsión angular en función al tipo de estructura, la altura del edificio, el cociente de su altura y longitud, o el uso al que se destina el edificio.

Actualmente el Código Técnico de la Edificación define los valores máximos de distorsiones angulares para el Estado Límite de Servicio, condicionando dicho valor al tipo de estructura, L/300 para estructuras isostáticas y muros de contención, L/500 para estructuras reticuladas, o L/700 en paneles prefabricados.

Sin embargo la capacidad de una estructura para asumir estas deformaciones dependerá, entre otros factores, de la rigidez o ductilidad de cada elemento que la compone, por lo que cualquier valor fijo y global de distorsión podría resultar conservador o, por el contrario, dar lugar a deformaciones inadmisibles en la estructura, lo que dependerá entre otras variables de la resistencia de los materiales, las características geométricas o el armado de cada sección.

La presente tesis doctoral tendrá como objetivo ofrecer una aproximación a los valores máximos de distorsión angular asociados al Estado Límite Último en secciones rectas de hormigón armado.

Asimismo se plantea un procedimiento de cálculo que permita analizar la estabilidad a lo largo de la pieza, definiendo el límite a partir del cual tomará una deformación elástica lineal, elástica no lineal, o plástica hasta alcanzar su rotura, y establecer una relación entre dichas deformaciones y los daños asociados a la albañilería.



## AGRADECIMIENTOS

---

La presente Tesis Doctoral ha sido dirigida por Antonio Jaramillo Morilla, Catedrático de la Universidad de Sevilla, a quien agradezco la generosa disposición que siempre ha tenido a compartir sus conocimientos.

A Héctor Cifuentes Bulté, Doctor Ingeniero Industrial y profesor de la Universidad de Sevilla, por su inmensa aportación a este trabajo y los medios informáticos que ha puesto a mi alcance.

A Javier Vijande Asensio, Doctor en Física Teórica y profesor de la Universidad de Valencia, por las lecturas, correcciones y aportaciones matemáticas a este documento.

A Asemas, Mutua de Seguros y Reaseguros de los Arquitectos, y en especial a Pedro Rodríguez Pérez, por brindarme la oportunidad de realizar los trabajos periciales que han dado lugar a estas inquietudes.

A mis padres, Antonio y Encarna, por hacerme ver que no existen más límites que los que uno mismo se impone, y por darme la profesión de la que disfruto todos los días.

A mi pareja e hijos, a quienes debo los ratos dedicados a este trabajo.

## NOTACIÓN

---

### *Distorsión angular*

$\omega$	Giro de la cimentación
$S$	Asiento de cualquier punto de la cimentación
$\beta$	Distorsión angular
$\delta$	Movimiento diferencial

### *Características del hormigón*

$f_{ck}$	Resistencia característica del hormigón
$f_{cd}$	Resistencia de cálculo del hormigón a compresión
$f_{cm}$	Resistencia media a compresión a los 28 días
$f_{ctd}$	Resistencia de cálculo del hormigón a tracción
$f_{ct}$	Resistencia característica del hormigón a tracción
$f_{ctm}$	Resistencia media del hormigón a tracción a 28 días
$f_{ctm,fl}$	Resistencia media a flexotracción
$f_{cc}$	Resistencia del hormigón confinado
$\alpha_{ct}$	Coefficientes de duración de la carga sobre la resistencia a tracción
$\alpha_{cc}$	Coefficientes de duración de la carga sobre la resistencia a compresión
$\gamma_c$	Coefficiente parcial de seguridad del hormigón
$E_{cm}$	Módulo de elasticidad para un hormigón de 28 días
$E_c$	Módulo de deformación cargas instantáneas
$\varepsilon_c$	Deformación del hormigón
$\varepsilon_{c1}$	Máxima deformación del hormigón a compresión
$\varepsilon_{cu}$	Máxima deformación del hormigón a flexión
$\varepsilon_{ctm}$	Deformación unitaria del hormigón a tracción para su resistencia media
$\varepsilon_{ct}$	Máxima deformación del hormigón a tracción
$\sigma_c$	Tensión del hormigón

***Características del acero***

$f_{yk}$	Límite elástico garantizado
$f_{yd}$	Resistencia de cálculo del acero
$\gamma_s$	Coefficiente de seguridad para el acero
$E_s$	Módulo de elasticidad del acero
$\varepsilon_s$	Deformación del acero
$\varepsilon_u$	Deformación máxima del acero a tracción
$\varepsilon_{s1}$	Deformación del acero traccionado
$\varepsilon_{s2}$	Deformación del acero comprimido
$\varepsilon_u$	Deformación última del acero
$\sigma_s$	Tensión del acero

***Resultante de esfuerzos***

$N_c(x, \phi)$	Resultante de axiles del hormigón comprimido
$M_c(x, \phi)$	Resultante de flectores del hormigón comprimido
$N(x, \phi)$	Equilibrio de axiles
$M(x, \phi)$	Equilibrio de flectores
$M_y$	Momento elástico y lineal
$M_p$	Momento plástico
$M_u$	Momento último
$M_\delta$	Momento flector de la distorsión
$M_s$	Momento flector de las cargas de servicio

***Hipótesis de carga***

$\Sigma G_k$	Valor característico de las acciones permanentes
$\Sigma Q_k$	Valor característico de las acciones variables determinantes
$\gamma_G$	Coefficiente de mayoración de cargas permanentes
$\gamma_Q$	Coefficiente de mayoración de cargas variables

*Características de la sección*

$d'$	Recubrimiento de hormigón
$d$	Canto útil
$h$	Canto total
$b$	Ancho
$A_{s1}$	Armadura traccionada
$A_{s2}$	Armadura comprimida
$\rho_1$	Cuantía mecánica del acero traccionado
$\rho_2$	Cuantía mecánica del acero comprimido
$U_0$	Capacidad mecánica de la sección
$U_{s1}$	Capacidad mecánica armadura a tracción
$U_{s2}$	Capacidad mecánica armadura a compresión

*Características de la fábrica*

$f_{cv}$	Resistencia virtual a cortante del hormigón
$\xi$	Coeficiente ara la influencia del canto útil
$f_k$	Resistencia característica a la compresión de la fábrica
$f_{vk}$	Resistencia característica a cortante de la fábrica
$f_{vko}$	Resistencia a corte puro
$\sigma_k$	Tensión característica normal media perpendicular a la tabla
$f_b$	Resistencia normalizada a compresión de las piezas de fábrica

## ÍNDICE

---

RESUMEN .....	II
AGRADECIMIENTOS .....	III
NOTACIÓN .....	IV
ÍNDICE .....	VII
 <b>CAPITULO 1. INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS.....</b>	<b>11</b>
1.1 INTRODUCCIÓN.....	12
1.1.1 LECTURA DE LOS MOVIMIENTOS DIFERENCIALES .....	14
1.1.2 ANÁLISIS GENERAL DE CAUSAS.....	17
1.1.2.1 Fallos generalizados del suelo .....	17
1.1.2.2 Fallos locales del suelo .....	18
1.1.2.3 Fallos de las cimentaciones .....	19
1.1.2.4 Excavaciones cercanas o colindantes .....	21
1.1.2.5 Fallos por acciones combinadas de otras construcciones .....	21
1.1.2.6 Elementos de contención.....	21
1.1.2.7 Terrenos expansivos.....	23
1.2 OBJETIVOS, ALCANCE Y APLICACIÓN PRÁCTICA DE LA TESIS.....	25
1.2.1 OBJETIVOS.....	25
1.2.2 ALCANCE .....	27
1.2.3 APLICACIÓN PRÁCTICA .....	29
 <b>CAPITULO 2. ESTADO DEL ARTE .....</b>	<b>30</b>
2.1 MOVIMIENTO DIFERENCIAL Y DISTORSIÓN ANGULAR.....	31
2.1.1 VALORES MÁXIMOS Y ADMISIBLES DE REFERENCIA .....	33
2.1.2 CLASIFICACIÓN DE DAÑOS ASOCIADOS A LA DISTORSIÓN ANGULAR.....	42
2.2 COMPORTAMIENTO DE LOS MATERIALES .....	46
2.2.1 HORMIGÓN.....	46
2.2.1.1 Resistencia de cálculo.....	46
2.2.1.2 Diagramas tensión-deformación .....	47
2.2.1.3 Comportamiento del hormigón a tracción .....	52
2.2.1.4 Modelo tensión-deformación considerado a efectos de cálculo.....	55
2.2.1.5 Confinamiento del hormigón.....	56
2.2.2 MODELOS TENSIÓN DEFORMACIÓN PARA EL ACERO.....	58
2.3 ANÁLISIS DE LA SECCIÓN A FLEXIÓN .....	60
2.3.1 TIPOS DE ROTURA EN FLEXIÓN.....	62

2.3.2	HIPÓTESIS DE CÁLCULO .....	64
2.3.2.1	Hipótesis de las secciones planas o de Bernoulli.....	64
2.3.2.2	Equilibrio de esfuerzos .....	65
2.3.3	DOMINIOS DE DEFORMACIÓN .....	66
2.3.3.1	Definición de los dominios de deformación.....	67
2.3.3.2	Planos de rotura que definen los dominios de deformación.....	71
2.3.3.3	Curvatura de la sección en rotura y tensiones asociadas. ....	75
2.3.3.4	Ecuaciones de equilibrio en los planos de rotura .....	77
2.3.3.5	Diagramas de interacción axil-flector .....	78
2.3.4	MÉTODO SIMPLIFICADO PARA EL ARMADO A FLEXIÓN SEGÚN LA EHE .....	80
2.3.5	FLEXIÓN COMPUESTA BIAxIAL .....	83
2.4	SOLICITACIONES TANGENCIALES. ESFUERZO CORTANTE .....	85
2.4.1	ROTURA DE LA SECCIÓN POR ESFUERZOS TANGENCIALES .....	85
2.4.2	ANALOGÍA DE LA CELOSÍA.....	89
2.4.3	INTERACCIÓN FLEXIÓN-CORTANTE .....	91
2.4.4	CONTRIBUCIÓN DEL HORMIGÓN A CORTANTE EN ROTURA .....	93
2.5	ANÁLISIS ESTRUCTURAL .....	95
2.5.1	ANÁLISIS ELÁSTICO LINEAL .....	95
2.5.1.1	Limitación de la profundidad de la fibra neutra y la inercia fisurada. ....	96
2.5.1.2	Módulo de elasticidad.....	97
2.5.2	ANÁLISIS ELÁSTICO LINEAL CON REDISTRIBUCIÓN LIMITADA.....	98
2.5.2.1	Redistribución de esfuerzos en los códigos de proyecto .....	98
2.5.2.2	Longitud de la rótula plástica.....	103
2.6	TENSIÓN DE SERVICIO .....	105
2.6.1	COEFICIENTES DE SEGURIDAD DE LOS MATERIALES .....	108
2.6.2	VALORES DE LAS ACCIONES. ....	109
2.6.2.1	Valores representativos de la acción. ....	110
2.6.2.2	Valores de cálculo de las acciones.....	111
2.6.2.3	Hipótesis de carga .....	112
2.7	COMPORTAMIENTO MECÁNICO DE LA FÁBRICA DE LADRILLO.....	114
2.7.1	CARÁCTERÍSTICAS MECÁNICAS DE LA FÁBRICA.....	114
2.7.2	COMPORTAMIENTO MECÁNICO DE LA MAMPOSTERÍA CONFINADA.....	119
<b>CAPITULO 3 MODELOS DE CÁLCULO .....</b>		<b>122</b>
3.1	HIPÓTESIS DE PARTIDA .....	123
3.1.1	ANÁLISIS DE LA INFLUENCIA DE LAS SIMPLIFICACIONES DE CÁLCULO.....	123
3.1.1.1	Influencia de los coeficientes de minoración de resistencia .....	124
3.1.1.2	Influencia del grado de empotramiento .....	126

3.1.2 ESTIMACIÓN DE LA SITUACIÓN DE SERVICIO .....	135
3.1.3 HIPÓTESIS PARA EL ANÁLISIS DE LA ESTABILIDAD A NIVEL DE SECCIÓN .....	137
3.1.3.1 Muestras estadísticas para el cálculo .....	138
3.1.3.2 Armado de las secciones .....	142
3.1.3.3 Hipótesis para cálculo no lineal del límite elástico, plástico y de rotura .....	144
3.1.3.4 Iteraciones empleadas para el cálculo no lineal .....	147
3.1.3.5 Comparación con cálculos mediante elementos finitos .....	152
3.1.4 HIPÓTESIS PARA EL ANÁLISIS DE LA ESTABILIDAD A NIVEL DE LA PIEZA .....	154
3.1.5 RESUMEN DE COMPROBACIONES Y CÁLCULOS .....	157
3.1.6 CÁLCULO A NIVEL DE SECCIÓN.....	159
3.1.6.1 Distorsión máxima admisible para el comportamiento elástico lineal. ....	166
3.1.6.2 Distorsión máxima admisible para el comportamiento elástico no lineal .....	169
3.1.6.3 Distorsión máxima admisible para el límite plástico o de rotura. ....	172
3.1.6.4 Comparación de valores de distorsión asociados a la rotura .....	175
3.1.6.5 Otras comprobaciones.....	185
3.1.6.6 Comparación mediante el cálculo no lineal por elementos finitos .....	194
3.1.7 ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO A NIVEL DE LA PIEZA .....	198
3.2 DISTORSIÓN ANGULAR ASOCIADA A LA FISURACIÓN DE LA MAMPOSTERÍA .....	208
<b>CAPITULO 4 CASOS PRÁCTICOS.....</b>	<b>213</b>
4.1 DESCRIPCIÓN.....	214
4.2 DEFINICIÓN DEL CASO DE ESTUDIO 1.....	215
4.2.1 ESTUDIO DE LESIONES Y MOVIMIENTOS DIFERENCIALES.....	220
4.2.2 ESTUDIO DE LA ESTABILIDAD ESTRUCTURAL Y DAÑOS EN OBRA SECUNDARIA.....	225
4.3 DEFINICIÓN DEL CASO DE ESTUDIO 2.....	231
4.3.1 ESTUDIO DE LESIONES Y MOVIMIENTOS DIFERENCIALES.....	233
4.3.2 ESTUDIO DE LA ESTABILIDAD ESTRUCTURAL Y DAÑOS EN OBRA SECUNDARIA.....	238
<b>CAPITULO 5 CONSIDERACIONES FINALES .....</b>	<b>240</b>
5.1 CONCLUSIONES. ....	241
5.2 APORTACIONES DE LA TESIS DOCTORAL .....	245
5.3 FUTURAS LINEAS DE INVESTIGACIÓN .....	247
5.3.1 INFLUENCIA DE LA ALBAÑILERÍA EN LA RESISTENCIA GLOBAL DE LA ESTRUCTURA.....	247
5.3.2 ESTRUCTURAS DE PLACAS.....	247
5.3.3 FLECHAS MÁXIMAS ADMISIBLES.....	247

BIBLIOGRAFÍA.....	248
INDICE DE FIGURAS.....	254
INDICE DE GRÁFICOS .....	260
INDICE DE GRÁFICOS .....	261
INDICE DE TABLAS .....	262
INDICE DE TABLA DE RESULTADOS.....	263
INDICE DE ANEXOS.....	264
 Anexo 1. Combinaciones de cargas, geometrías y resistencias estimadas para el cálculo .....	 265
Anexo 2. Cálculo no lineal de la máxima distorsión angular admisible para el límite elástico lineal .....	 267
Anexo 3. Cálculo no lineal de la máxima distorsión angular admisible para el comportamiento plástico .....	 273
Anexo 4. Cálculo no lineal de la máxima distorsión angular admisible para la rotura.....	 282
Anexo 5. Comparación de distorsión máxima admisible para el estado plástico y la rotura.....	 291
Anexo 6. Cálculo lineal de la máxima distorsión angular admisible para la rotura .....	 304
Anexo 7. Cálculo lineal con redistribución limitada de esfuerzos para la máxima distorsión angular admisible asociada a la rotura.....	 313
Anexo 8. Comparación del cálculo lineal, lineal con redistribución limitada de esfuerzos y no lineal, de la máxima distorsión angular admisible asociada a la rotura de la pieza .....	 322
Anexo 9. Cálculo lineal de la máxima distorsión angular admisible para la rotura debido al esfuerzo cortante .....	 336
Anexo 10. Valores de convergencia del cálculo iterativo del momento flector de servicio.....	 345
Anexo 11. Comparación del cálculo no lineal y el cálculo mediante MEF.....	 351
Anexo 12. Resultados de cálculo lineal y elástico con SAP 2000 del grado de empotramiento.....	 361
Anexo 13. Levantamiento de daños, y nivelación topográfica de las viviendas afectadas.....	 371 a 399





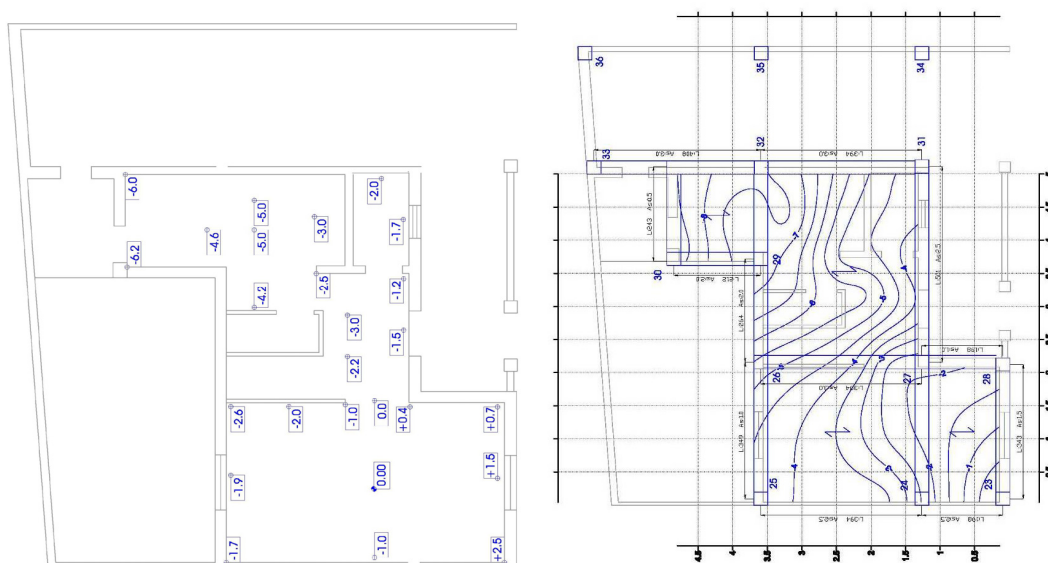
## 1.1 INTRODUCCIÓN

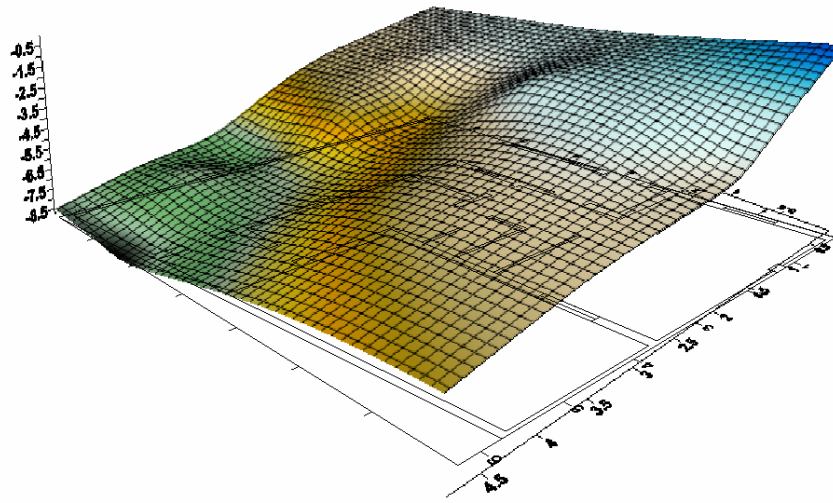
Generalmente resulta difícil analizar el comportamiento de un edificio frente al movimiento diferencial de su cimentación, los posibles giros y/o deformaciones que haya podido experimentar, y más aún evaluar los daños que haya podido sufrir la estructura como consecuencia de estas posibles distorsiones, labor que resulta más compleja aún a raíz del empleo extendido a partir de los años 70 de las estructuras planas de hormigón, pórticos cuyas jácenas y pilares suelen quedar embebidos y ocultos en forjados, cerramientos o elementos de albañilería.

Para determinar en edificación las posibles deformaciones asociadas a un movimiento diferencial, resulta necesario contrastar al menos dos tipos de ensayos o tomas de datos, una lectura de los movimientos diferenciales y un levantamiento de los daños en la obra secundaria, Cano Marín, R.D., et al (2014).

La lectura de los movimientos diferenciales fue incorporada por Terzaghi en 1935, estableciendo como ensayo la medición de una serie de puntos característicos que representen la superficie a analizar, con objeto de conocer dónde y cómo se producen dichos movimientos.

La interpretación tridimensional de estos puntos proporciona un mapa topográfico de los movimientos, según reflejamos en la figura siguiente.





*Figura 1. Nivelación topográfica. Caso propio de estudio.*

Sin embargo el comportamiento global de un edificio sometido a un movimiento diferencial dependerá además de la rigidez relativa suelo-cimentación-estructura, según expone Rodríguez-Monteverde y Cantarll, M. P. (2003), de tal modo que edificios muy rígidos tenderán a sufrir giros o asientos homogéneos que evitarán las deformaciones que dan lugar a la aparición de daños en la albañilería y la estructura.

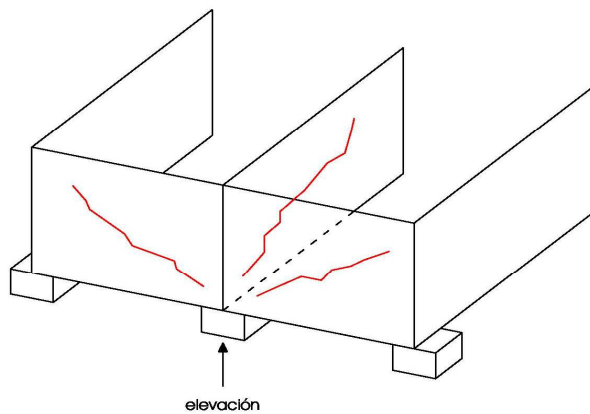
Por lo anteriormente expuesto, resulta necesario contrastar los resultados obtenidos mediante la nivelación topográfica con un levantamiento de los daños visibles, generalmente fisuraciones en elementos de gran rigidez, con objeto de deducir si los movimientos diferenciales examinados llevan asociadas deformaciones.

Mediante la nivelación topográfica y el análisis de los daños por fisuración, ubicación, dirección, espesor, y evolución en el tiempo de las fisuras, se puede establecer de forma aproximada dónde y cómo se producen las deformaciones asociadas a un movimiento de la cimentación.

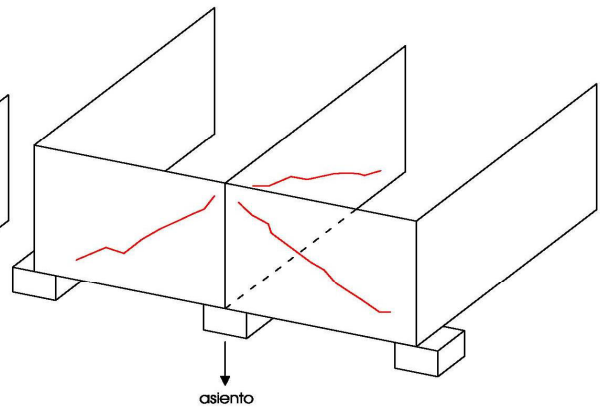
Para ello se expone a continuación una serie de esquemas gráficos de los daños por fisuración, en la obra secundaria asociados a diferentes tipos movimientos diferenciales, así como las lesiones más frecuentes en las estructuras de pórticos de hormigón armado.

### 1.1.1 LECTURA DE LOS MOVIMIENTOS DIFERENCIALES

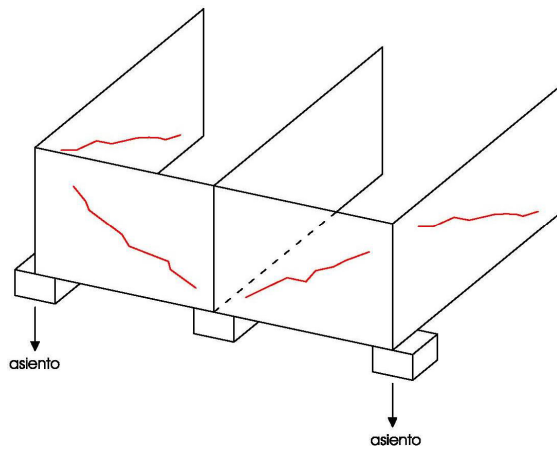
Considerando que los daños por fisuración resultan en todo caso perpendiculares a las máximas tensiones de tracción sufridas en un paramento, Mañà i Reixach F. (1995), resulta posible determinar el punto de elevación o asiento que da lugar a estas fisuras, según reflejamos en las imágenes siguientes.



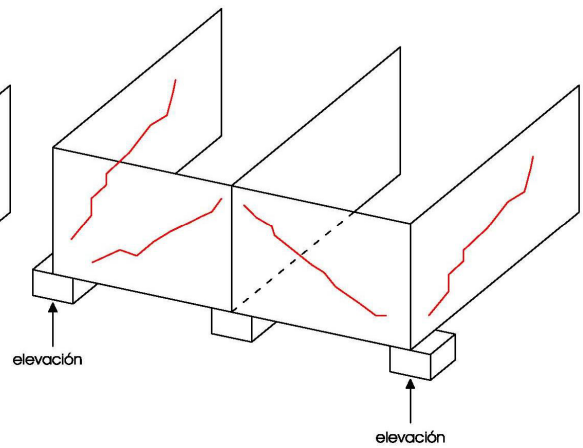
*Figura 2. Daños por elevación de zapata intermedia*



*Figura 3. Daños por asiento de zapata intermedia*

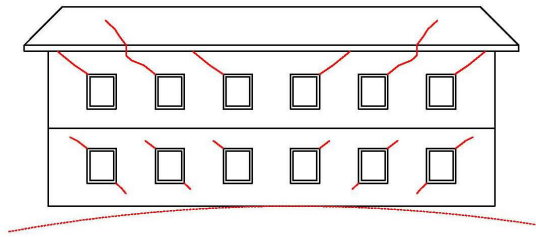
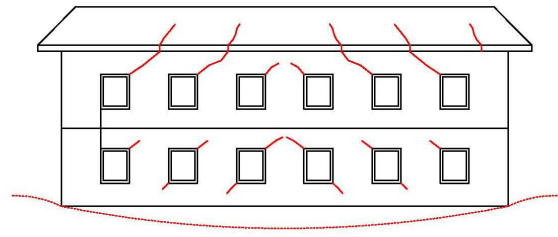
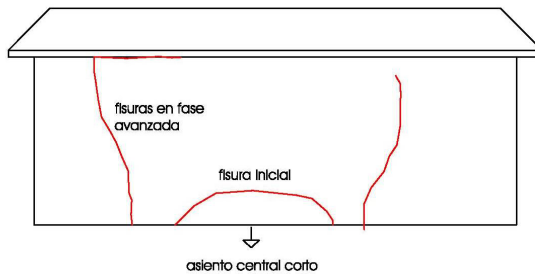
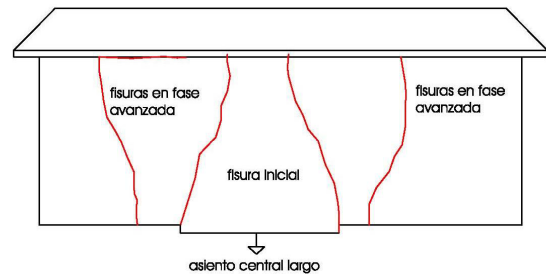
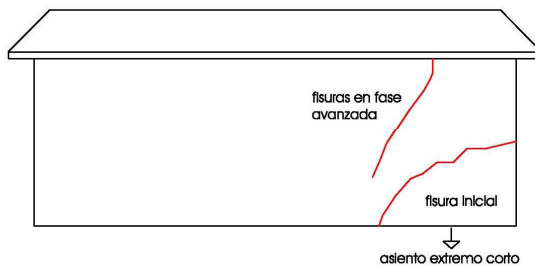
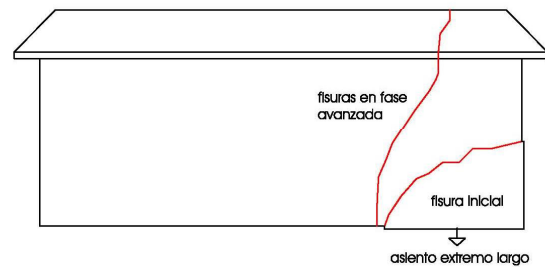


*Figura 4. Daños por asiento de zapatas laterales*



*Figura 5. Daños por elevación de zapatas laterales*

Los movimientos diferenciales pueden afectar de forma local y aislada a la cimentación, o de forma general a toda la edificación, teniendo en cada caso una caracterización particular de los daños asociados.

*Movimientos generales del edificio**Figura 6. Daños por deformación convexa**Figura 7. Daños por deformación cóncava**Movimientos locales**Figura 8. Daños por asiento central corto**Figura 9. Daños por asiento central largo**Figura 10. Daños por asiento extremo corto**Figura 11. Daños por asiento extremo largo*

Se puede estimar además que los edificios con dos o más plantas divididas por forjados presentarán una discontinuidad en los arcos de descarga asociados a asientos locales, puesto que los esfuerzos derivados de dicha deformación pasan a ser equilibrados por planta a lo largo de la estructura y la albañilería.

### *Lesiones frecuentes en la estructura de hormigón*

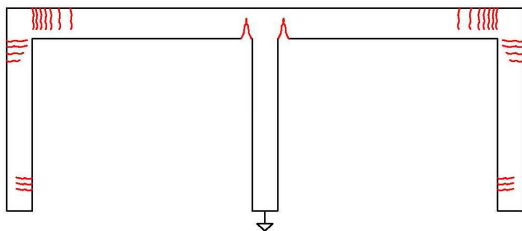
La distorsión angular asociada a un movimiento diferencial dará lugar fundamentalmente a esfuerzos por flexión simple y cortante en la estructura.

Estos esfuerzos se concentran en mayor medida en la estructura horizontal, jácenas, nervios de borde, vigas de atado o viguetas, aunque en función a la relación entre la rigidez de las vigas y los pilares, variable que condicionará la capacidad de giro de los nudos, parte de dichos esfuerzos serán transmitidos a los pilares.

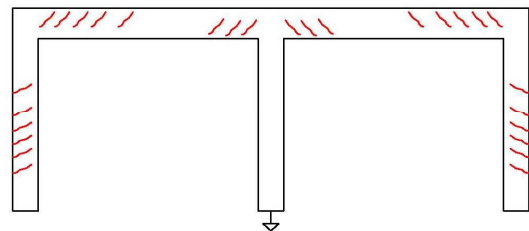
En el caso de que a un pilar acometan dos o más vigas, pilares en esquina o intermedios con luces en ambas direcciones, se tendrían además esfuerzos por flexión compuesta biaxial, derivada de dos flectores en dos direcciones.

Reflejamos a continuación los daños por fisuración generalmente asociados a los momentos flectores y cortantes en pórticos de uno y dos vanos sometidos a asientos diferenciales.

#### *Asiento de pilar central*

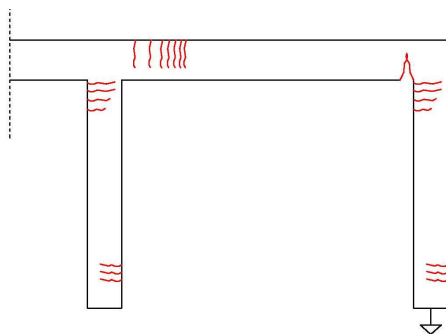


*Figura 12. Fisuración por los flectores derivados de un asiento diferencial en pilar central*

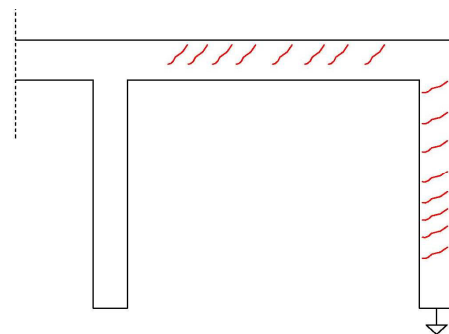


*Figura 13. Fisuración por los cortantes derivados de un asiento diferencial en pilar central*

#### *Asiento de pilar extremo*



*Figura 14. Fisuración por los flectores derivados de un asiento diferencial en pilar extremo*



*Figura 15. Fisuración por los cortantes derivados de un asiento diferencial en pilar extremo*

### 1.1.2 ANÁLISIS GENERAL DE CAUSAS

Las causas que pueden dar origen a un siniestro derivado del movimiento diferencial de una edificación, son muy variadas, pudiendo estar asociadas de forma local o general al terreno sobre el que asienta, a la propia cimentación, a las características del edificio o a su propia ejecución.

Se expone a continuación una relación de las causas más comunes, compendio de causas planteadas por Serrano Alcudia, F. (1970); Uriel, A. (1982); Muñoz Hidalgo, M. (1997); Broto, C. (2005); Pérez Valcárcel, P. (2005); y Serrano Alcudia, F. (2007), que relacionamos esquemáticamente como sigue.

#### 1.1.2.1 Fallos generalizados del suelo

Se producen a una escala urbana e incluso territorial.

***Laderas inestables, reptación.*** Se trata de un movimiento lento en las capas o estratos superiores de laderas, que suele dar lugar a pequeñas ondulaciones o terrazas en el terreno, y a la pérdida de verticalidad de los árboles y vegetación existente.

***Laderas inestables, deslizamiento curvo.*** Se trata de deslizamientos rotacionales definidos por un plano curvo en materiales poco cohesivos y laderas escarpadas, que suelen mostrarse mediante grietas en lo alto del escarpe.

***Subsidencia.*** Es el asiento generalizado de una gran masa de terreno por extracción de agua o terreno de las capas inferiores, riesgo generalmente asociado a la ejecución de grandes excavaciones subterráneas y a cielo abierto, tales como túneles, (metro o circulación rodada de vehículos), galerías de minas, etc.

***Cavidades y galerías.*** En el casco histórico de ciudades antiguas suele ser habitual la existencia de galerías, aljibes, antiguas redes de abastecimiento de aguas, cloacas en desuso o pozos, con trazados desconocidos, sobre los que se ejecutan infraestructuras y edificaciones.

***Movimientos sísmicos.*** Alteran profundamente y en forma no previsible el área afectada por el sismo, pudiendo dar lugar a efectos como la licuefacción del terreno.

***Cambios periódicos de humedad.*** En terrenos especiales, como pueden ser las arcillas expansivas, estos cambios de humedad suelen implicar cambios de volumen, efecto que se analiza en detalle a continuación.

### 1.1.2.2 Fallos locales del suelo

Se trata de fallos suficientemente localizados como para afectar exclusivamente a un edificio, que pueden tener su origen en las siguientes posibles causas:

***Capas de insuficiente capacidad portante.*** Terrenos que por su excesiva deformabilidad, lodos, arcillas muy blandas, arenas muy flojas o rellenos insuficientemente compactados, pueden producir asentos de importancia en una edificación, efecto agravado si además existe una diferencia importante de transmisión de cargas en una misma cimentación.

***Terrenos con capacidad portante muy diferentes.*** Puede deberse a la existencia de elementos más resistentes, como afloramientos de roca, elementos de menor resistencia como cavidades, zonas saturadas de agua o variaciones de espesor de los estratos del suelo.

***Cimentaciones ejecutadas en laderas.*** Este tipo de fallos locales pueden tener su origen en la diferente exposición del terreno a la intemperie, el apoyo de la cimentación en estratos con diferentes características, la circulación natural de agua pluvial o deslizamientos y corrimientos descritos en el apartado anterior.

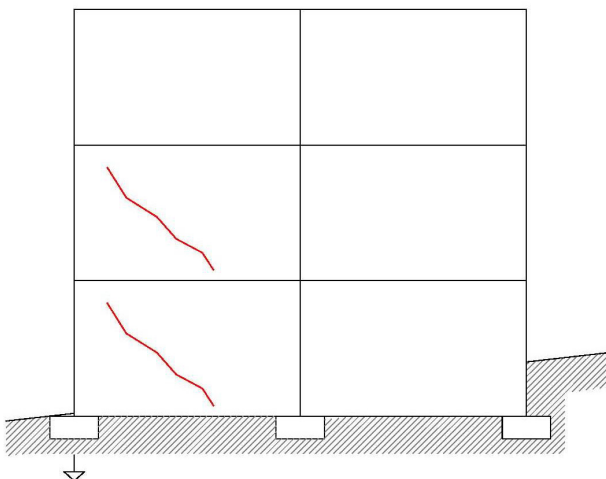


Figura 16. Asiento por diferente exposición del terreno a la intemperie

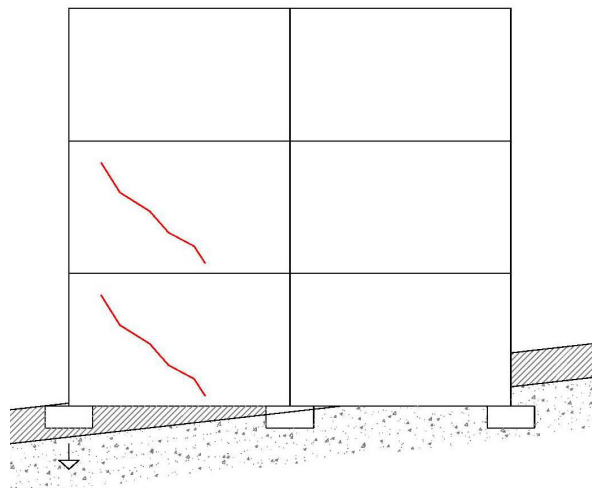
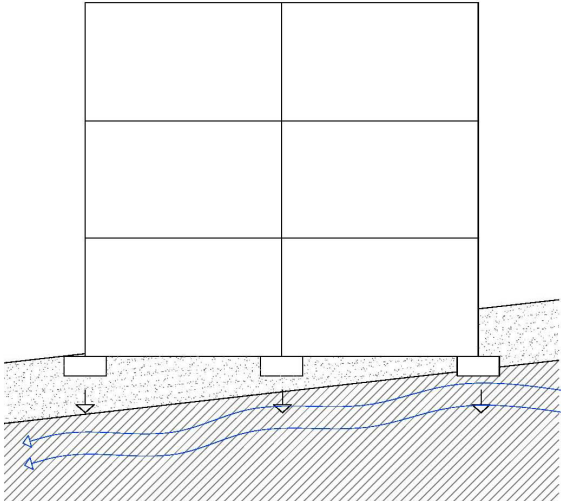
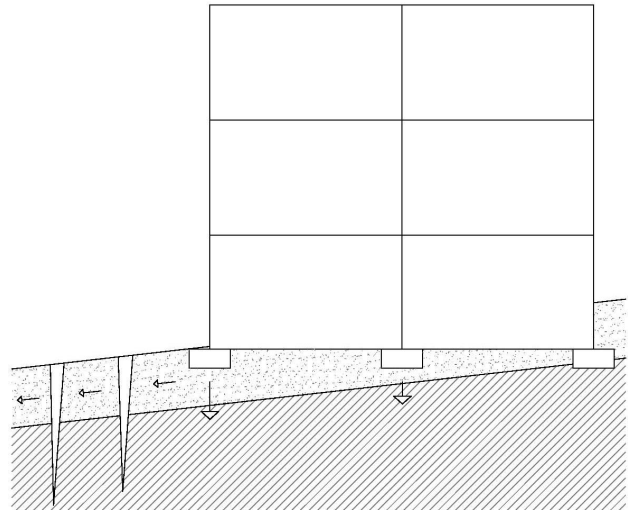


Figura 17. Asiento por apoyo de la cimentación en estratos diferentes





*Figura 18. Asiento por la circulación natural de agua pluvial*



*Figura 19. Asiento por deslizamientos y corrimientos*

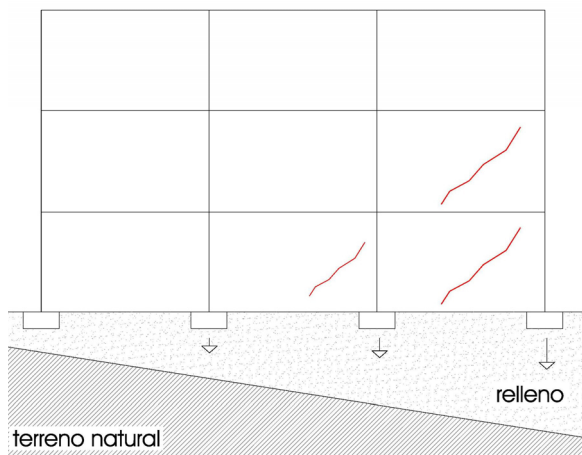
### 1.1.2.3 Fallos de las cimentaciones

Son aquellos que pueden tener su origen en un fallo de diseño, un fallo de dimensionado, un error en el cálculo de las cargas, la consideración de asentamientos excesivos para la capacidad de deformación de la estructura, una mala elección del relleno o como consecuencia de vicios derivados de la propia ejecución de la cimentación.

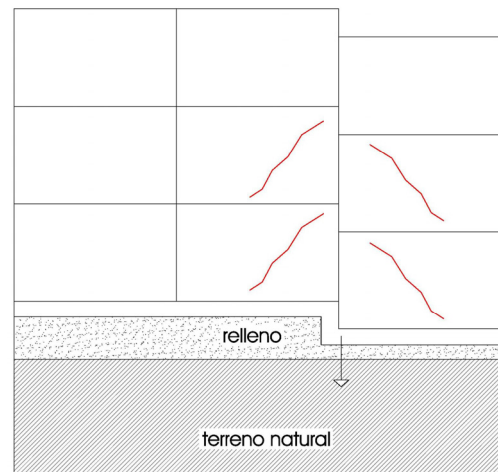
**Cimentaciones insuficientes.** Se trata de cimentaciones que por su escasa dimensión transmiten tensiones excesivas al terreno, como por ejemplo los muros de carga de edificaciones antiguas.

**Cimentaciones flexibles.** Generalmente asociado al empleo de losas armadas de grandes dimensiones y escaso espesor, que por su falta de rigidez permiten su deformación por la propia transmisión de cargas o efectos asociados al terreno.

**Cimentaciones apoyadas en rellenos.** La falta de una correcta compactación en encuentros, como saltos de sección de la cimentación, la posible heterogeneidad del relleno debido a su mala calidad o el empleo de diferentes espesores de relleno en zonas de una misma cimentación, pueden dar lugar a asentamientos diferenciales.

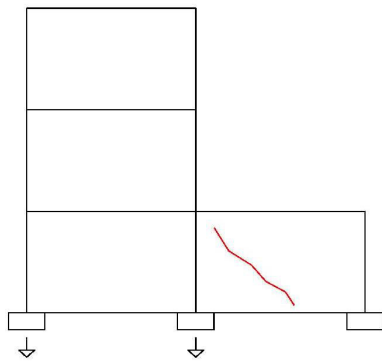


*Figura 20. Asiento por apoyo en rellenos con sección heterogénea*

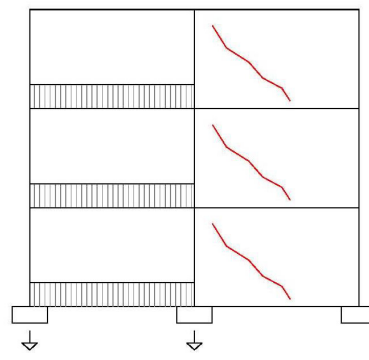


*Figura 21. Asiento por apoyo en rellenos con sección heterogénea*

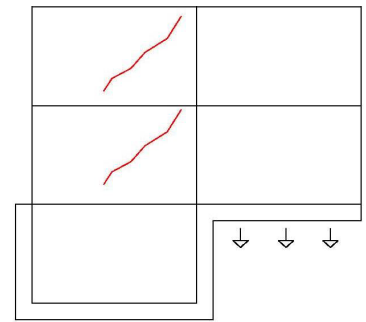
**Acciones heterogéneas.** Se trata de movimientos diferenciales derivados de una transmisión heterogénea de cargas al terreno, que pueden tener su origen en la existencia de diferentes alturas en un mismo edificio, diferencia de cargas gravitatorias en una misma cimentación o el empleo de cimentaciones diferentes en un mismo inmueble.



*Figura 22. Diferente transmisión de carga por diferencia de alturas.*



*Figura 23. Diferente transmisión de carga por diferencia de cargas*



*Figura 24. Diferente transmisión de carga por diferentes cimentaciones*

**Degradación estructural.** Se produce cuando la cimentación resulta atacada por agentes exteriores, como la degradación de los morteros en cimentaciones de mampostería, la pudrición de pilotes de madera, la sulfatación o carbonatación del hormigón, etc.

**Acciones exteriores accidentales.** Se trata de acciones no previstas en el diseño o cálculo de la cimentación o durante su propia ejecución, tales como:

- El aumento accidental de la humedad del terreno debido a la falta de drenaje, la rotura de conducciones, retrocesos de agua en redes de saneamiento, etc.
- Vibraciones del suelo como consecuencia de actuaciones en solares colindantes, trabajos de compactación del terreno, ejecución de cimentaciones profundas, etc.
- La influencia de raíces de árboles cercanos que pueden dar lugar a la rotura de la cimentación por efecto cuña, variaciones de humedad sobre el terreno, rotura de tuberías de distribución de agua o saneamiento, etc.

#### 1.1.2.4 Excavaciones cercanas o colindantes

Suele ser frecuente la aparición de daños derivados de la ejecución de excavaciones en núcleos urbanos de población debido a la falta de estudio de las edificaciones colindantes y/o de fallos de diseños o ejecución que hacen inestable la propia excavación, cortes verticales con profundidad excesiva, anchos excesivos de bataches, incorrecto orden de ejecución de bataches, etc.

#### 1.1.2.5 Fallos por acciones combinadas de otras construcciones

La consolidación de un suelo sobre el que apoya una edificación puede verse alterada si una cimentación cercana o colindante interacciona con esta, pudiendo provocar el descenso del terreno al verse sometido a una nueva acción de cargas gravitatorias.

#### 1.1.2.6 Elementos de contención

Los elementos de contención, muros y pantallas, empleados en la ejecución de excavaciones de gran profundidad, pueden provocar asientos diferenciales en las edificaciones colindantes por varias causas fundamentales:

**Nivel freático.** Los elementos de contención suponen una barrera al paso natural del agua subterránea, implicando en ocasiones un aumento del nivel freático.

**Tecleo de muros pantallas.** La pérdida de verticalidad entre pantallas de hormigón como consecuencia de fallos de ejecución o falta de rigidez del batache, puede dar lugar a la filtración de agua y arrastre de finos procedentes del terreno que contiene.

**Deformación en cabeza.** Los elementos de contención como las pantallas trabajan en voladizo durante la primera fase de excavación y antes de su arriostamiento, lo que da lugar

de forma inevitable a la deformación en cabeza del elemento, y al consiguiente movimiento diferencial del terreno colindante.

**Empleo de tirantes como arriostramiento de pantallas o muros.** Una práctica constructiva habitual para el arriostramiento de las pantallas, como uso único o compartido con otro tipo de soluciones constructivas, es el empleo de tirantes anclados al terreno que implican la transmisión de nuevas cargas no previstas bajo las edificaciones colindantes.

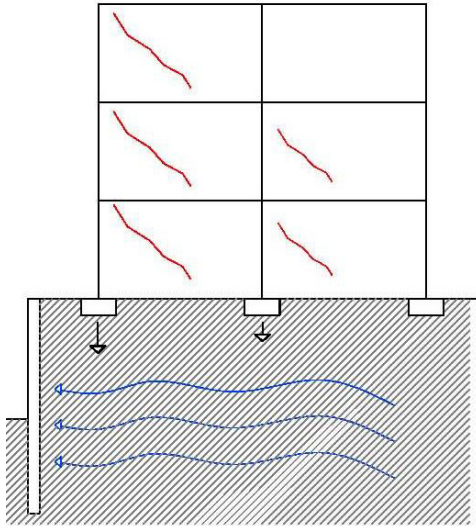


Figura 25. Asiento por aumento del nivel freático

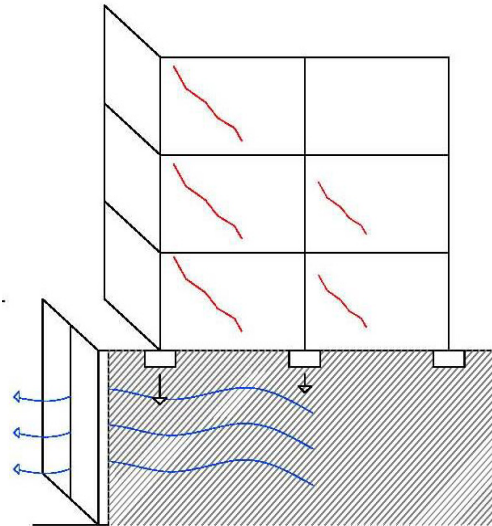


Figura 26. Asiento por arrastre de agua y finos

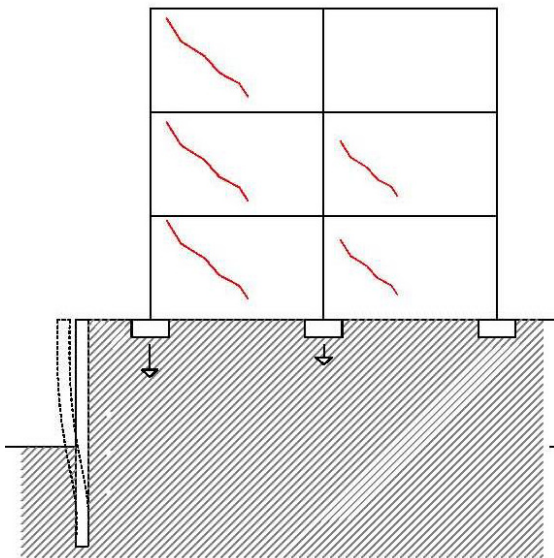


Figura 27. Asiento por deformación en cabeza de muro pantalla

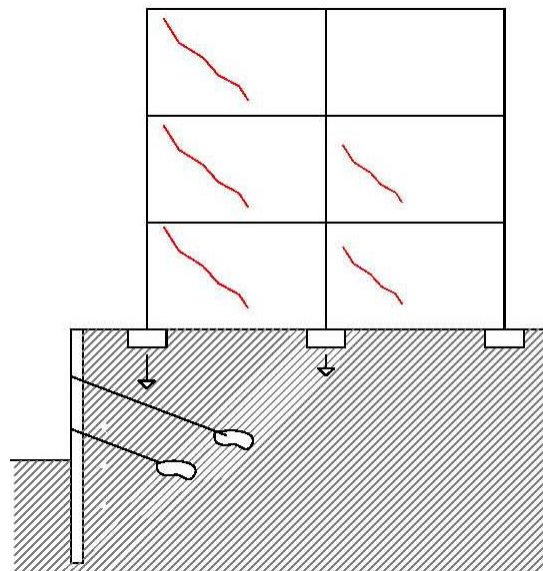


Figura 28. Asiento por modificación de cargas transmitidas al terreno

### 1.1.2.7 Terrenos expansivos.

Aunque determinados suelos o rocas pueden experimentar hinchamientos derivados de la modificación de su composición mineralógica, el fenómeno de la expansividad resulta generalmente propio de suelos arcillosos montmorilloníticos, capaces de modificar su estructura laminar ante un cambio de su contenido de humedad, provocando la retracción o hinchamiento del suelo.

Los capilares de un suelo arcilloso y expansivo sin saturar, en presencia de agua procedente del nivel freático, agua pluvial, filtraciones, etc., absorberán la humedad desarrollando un incremento de su volumen. Del mismo modo si su contenido de humedad se reduce, el suelo experimentará una retracción.

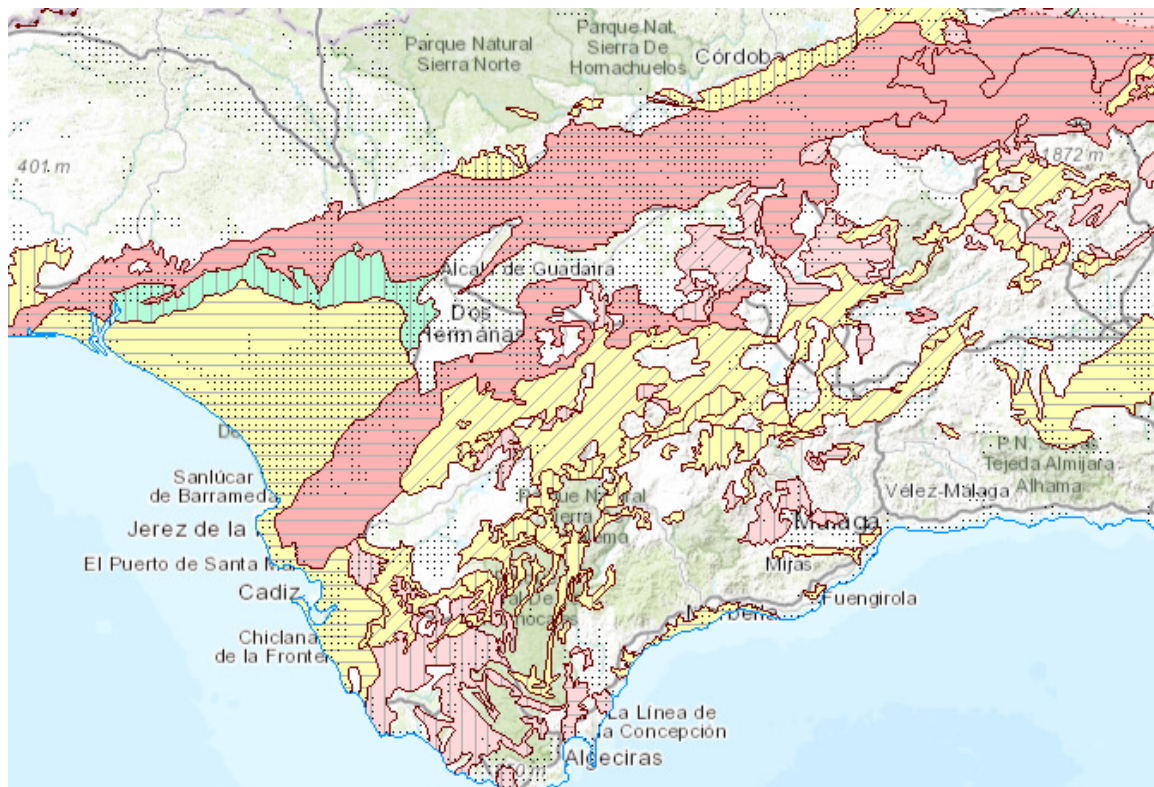
Los cambios de volumen en las arcillas expansivas afectan a la capa activa del terreno y suelen tener una periodicidad anual asociada a los cambios estacionales. Sin embargo pueden existir otras variables que pueden influir, tales como el arbolado existente, posibles roturas o filtraciones de redes de agua o saneamiento, un entorno no urbanizado o protegido mediante Acerados, la desecación gradual generada por la sucesiva edificación, la protección del terreno ante la evaporación natural de agua por la propia edificación, etc.

Cuando los movimientos diferenciales afectan de forma global a la edificación, el espectro de fisuración puede resultar similar para un hinchamiento del terreno o para una retracción periférica del mismo, efecto que suele estar asociado a la construcción durante el final de una etapa de alto contenido de humedad en el terreno.

El efecto contrario a la retracción periférica sería el hinchamiento periférico, que suelen estar relacionado con la falta de Acerado perimetral o la eliminación de árboles próximos al inmueble y el consiguiente aumento local de humedad en la zona desecada por las raíces. Este efecto tendría un espectro de fisuración similar al asiento diferencial del conjunto.

En otros casos, la morfología de los daños no permite deducir el tipo de movimiento diferencial, al responder a fenómenos superpuestos, siendo habitual los movimientos o deslizamientos de laderas en los cambios de estación seca a húmeda en las arcillas del Sur de España, tales como las margas azules del Guadalquivir.

El efecto de las arcillas expansivas resulta de interés en gran parte de la región occidental de Andalucía y, en general, en el entorno de la ribera del Guadalquivir, formada por terrenos arcillosos con un carácter de expansividad crítico, según puede deducirse del mapa de riesgo de expansividad de las arcillas del Instituto Geológico y Minero de España (1986), siendo esta una de las causas más habituales de los daños por movimientos diferenciales.



- Arcillas no expansivas o dispersas en matriz no arcillosa: riesgo de expansividad nulo a bajo
- Arcillas expansivas subordinadas o empleadas en zonas climáticas sin déficit anual de humedad: riesgo de expansividad bajo a moderado
- Arcillas expansivas localmente predominantes y emplazadas en zonas climáticas con déficit anual de humedad: riesgo de expansividad moderado a alto.
- Arcillas expansivas predominantes o zonas donde se han presentado problemas de expansividad: riesgo de expansividad alto a muy alto.

*Figura 29. Mapa de riesgo de expansividad de las arcillas. Instituto Geológico y Minero de España (1986)*



## 1.2 OBJETIVOS, ALCANCE Y APLICACIÓN PRÁCTICA DE LA TESIS

### 1.2.1 OBJETIVOS.

El empleo de determinados coeficientes de seguridad en el cálculo de una estructura permite que la misma pueda absorber ciertas deformaciones admisibles sin que ello afecte a su estabilidad, es decir podrá asumir un incremento de cargas o de deformación antes de alcanzar el límite de su estado elástico o de su estado plástico hasta la rotura.

Por tanto, bajo condiciones únicamente de las cargas habituales de servicio, se podría llegar a admitir una sollicitación externa adicional antes de alcanzar el colapso de la estructura, como puede ser el momento flector y el cortante asociado a una distorsión angular.

Conocidos los rangos de deformación por los que pasará la pieza antes de su rotura, así como el rango asociado a la situación de servicio, podremos conocer el incremento admisible de deformación hasta que la pieza alcance un rango elástico lineal, elástico no lineal, plástico y de rotura.

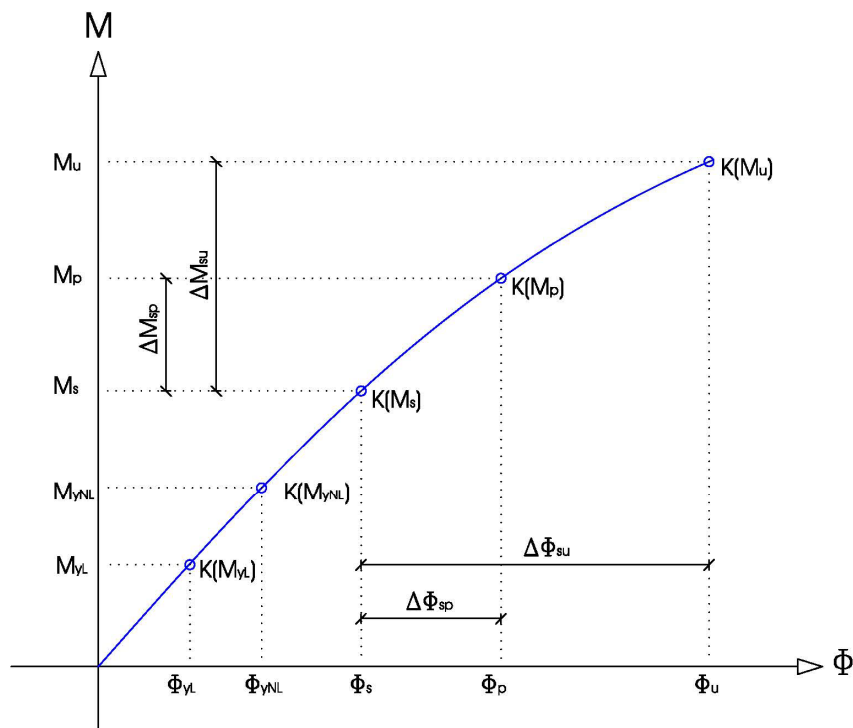


Figura 30. Ejemplo genérico del incremento admisible de momento flector y curvatura de una sección sometida a las cargas habituales de servicio.

Conocida la curvatura para la situación de servicio  $\phi_s$ , la máxima curvatura asociada a la deformación elástica lineal  $\phi_{yLN}$ , la máxima curvatura asociada al inicio de la plastificación,  $\phi_p$ , la curvatura asociada a la rotura  $\phi_u$ , podremos determinar el incremento admisible de deformación desde la situación de servicio hasta cada rango de deformación,  $\Delta\phi_{sp}$  y  $\Delta\phi_{su}$ .

El principal objetivo de este documento será ofrecer una aproximación de los valores máximos de distorsión angular asociados a la afección estructural y al colapso, en secciones rectas de hormigón armado sometidas a esfuerzos por flexión simple y cortante derivados de un movimiento diferencial y de las propias cargas de servicio de la estructura.

Como resultado de este análisis se ofrecen una serie de ábacos que relacionan los valores de distorsión angular con la relación luz/canto de la pieza, variable que condicionará fundamentalmente la rigidez o ductilidad y por tanto la capacidad de deformación.

Se plantea además un procedimiento de cálculo no lineal que permite determina los límites elástico lineal, elástico no lineal, plástico y de rotura a lo largo de la pieza.

Representando sobre dicho diagrama la ley de esfuerzos asociada a las cargas de servicio y a la distorsión angular, podremos analizar el comportamiento de los materiales en las infinitas rebanadas que componen la pieza.

Para ello emplearemos un modelo de cálculo iterativo y no lineal que permitirá relacionar de forma coherente los esfuerzos y la rigidez de la sección.

Por otra parte, con la finalidad de relacionar los diferentes valores de distorsión con los daños asociados a la obra secundaria, se ofrece un procedimiento para el cálculo de la distorsión angular asociada a la fisuración de elementos de fábrica de ladrillo, resuelto para una serie de combinaciones de esfuerzos y geometría.

Estos valores quedan expresados en tablas que permiten relacionar la distorsión admisible con la relación luz/alto del elemento, variable que condicionará su rigidez o ductilidad, y por tanto de nuevo, su capacidad de deformación.

Por último se propone la aplicación práctica de los cálculos descritos, mediante el análisis de la estabilidad estructural y de los daños en la albañilería de dos conjuntos de viviendas sometidos a movimientos diferenciales de la cimentación.



### 1.2.2 ALCANCE

#### 1. ANÁLISIS DE LA ESTABILIDAD A NIVEL SECCIÓN.

Definiendo el máximo momento flector que delimita el rango elástico, plástico y de rotura de la sección, se determina el incremento admisible del momento flector desde la situación de servicio hasta que la pieza alcance cada uno de estos valores.

Dicho incremento admisible de esfuerzos se destina al cálculo de la distorsión angular, planteándose el examen de los siguientes conceptos:

- Distorsión angular máxima admisible para el comportamiento elástico lineal.
- Distorsión angular máxima admisible para el comportamiento elástico no lineal.
- Distorsión angular máxima admisible para el límite plástico o la rotura.

Los valores obtenidos para la distorsión asociada a la rotura de la pieza, se comparan con los obtenidos mediante un procedimiento de cálculo lineal y lineal con redistribución limitada de esfuerzos:

- Análisis mediante el cálculo lineal de la distorsión máxima admisible para la rotura.
- Análisis mediante el cálculo lineal con redistribución limitada de esfuerzos de la distorsión máxima admisible para la rotura.
- Comparación de resultados distorsión máxima admisible para la rotura, obtenida mediante el cálculo lineal, lineal con redistribución y no lineal.

El procedimiento y los valores de cálculo planteados en este documento darán lugar además al análisis de los siguientes conceptos:

- Comparación del momento último obtenido mediante leyes de equilibrio de esfuerzos y el momento último obtenido mediante el cálculo simplificado de armado a flexión simple de la Instrucción Española.
- Análisis del valor de convergencia para el cálculo iterativo del momento flector asociado a las cargas de servicio.

Los valores de distorsión máxima admisible para la rotura de la sección obtenidos mediante el procedimiento de cálculo no lineal, serán comparados con los obtenidos mediante el cálculo informático por elementos finitos.

Para ello se emplea el programa informático de cálculo por elementos finitos *Lusas Finite Element Analysis Versión 14.7-10*, mediante el que se calculan un total de 24 piezas de hormigón de 5m de luz con relación luz/canto variable de L/10 a L/25, armado superior e inferior simétrico variable de 226mm<sup>2</sup> y 982mm<sup>2</sup>, y anchos variables de 200 a 600mm.

## 2. ANÁLISIS DE LA ESTABILIDAD A NIVEL DE LA PIEZA.

Se resuelve gráficamente la ley de momentos flectores que define el comportamiento de la sección para cada rango de deformación, elástico lineal, elástico no lineal, plástico y de rotura, así como la ley de los esfuerzos producidos por la distorsión y las cargas de servicio  $M_t(f)$ , pudiendo darse tres escenarios diferentes:

- **Comportamiento elástico.** La ley de momentos flectores  $M_t(f)$ , se mantiene dentro del rango de deformación elástico lineal o no lineal de la pieza, por lo que la misma se considera estable.
- **Comportamiento plástico.** La ley de momentos flectores  $M_t(f)$  supera en algún tramo de la pieza el momento flector máximo para el comportamiento plástico de la misma y se mantiene por debajo de la ley del momento flector último.
- **Colapso.** La ley de momentos flectores  $M_t(f)$  supera en el algún tramo de la pieza la ley del momento flector último.

## 3. DISTORSIÓN ANGULAR ADMISIBLE PARA LA MAMPOSTERÍA

Tomando como referencia los estudios de Tena, A. y Miranda, E. (2003) se plantea un procedimiento para el cálculo de la máxima distorsión angular asociada a la rotura o fisuración de la albañilería.

## 4. CASO PRÁCTICO

Como casos prácticos se toma el análisis de los daños por movimiento diferenciales en dos promociones de viviendas; el conjunto de viviendas unifamiliares adosadas de la Manzana R1 del Plan Parcial del Sector 2 "Huerta en medio" de Los Barrios, Cádiz, informe pericial redactado por el Doctor Arquitecto Antonio Jaramillo Morilla, y el conjunto de viviendas unifamiliares adosadas de la Manzana 4, PP G-4 UE-1, Guillena, Sevilla, caso propio de estudio.

De los ensayos adjuntos a dichos informes pericales emplearemos el levantamiento de los daños en el interior de las viviendas y los resultados de la nivelación topográfica.

En base a esta toma de datos se realizan dos tipos de análisis:

- Comparación de las distorsiones angulares calculadas mediante la nivelación topográfica con los valores máximos admisibles para el estado plástico y de rotura aportados en este documento.
- Comparación de los daños por fisuración examinados y su clasificación según los estudios planteados por MacLeod, I.A. & Littlejohn, G.S. (1974), Burland, J.B., Broms, B., De Mello, V.F.B. (1977), y Hintze, S. (1994).

### 1.2.3 APLICACIÓN PRÁCTICA

Según lo expuesto en apartados anteriores, la finalidad del presente documento será establecer un procedimiento de toma de datos que permita deducir el comportamiento de un edificio frente a un movimiento diferencial, así como el análisis del comportamiento de la estructura frente a esta su deformación, elástico, plástico o de rotura.

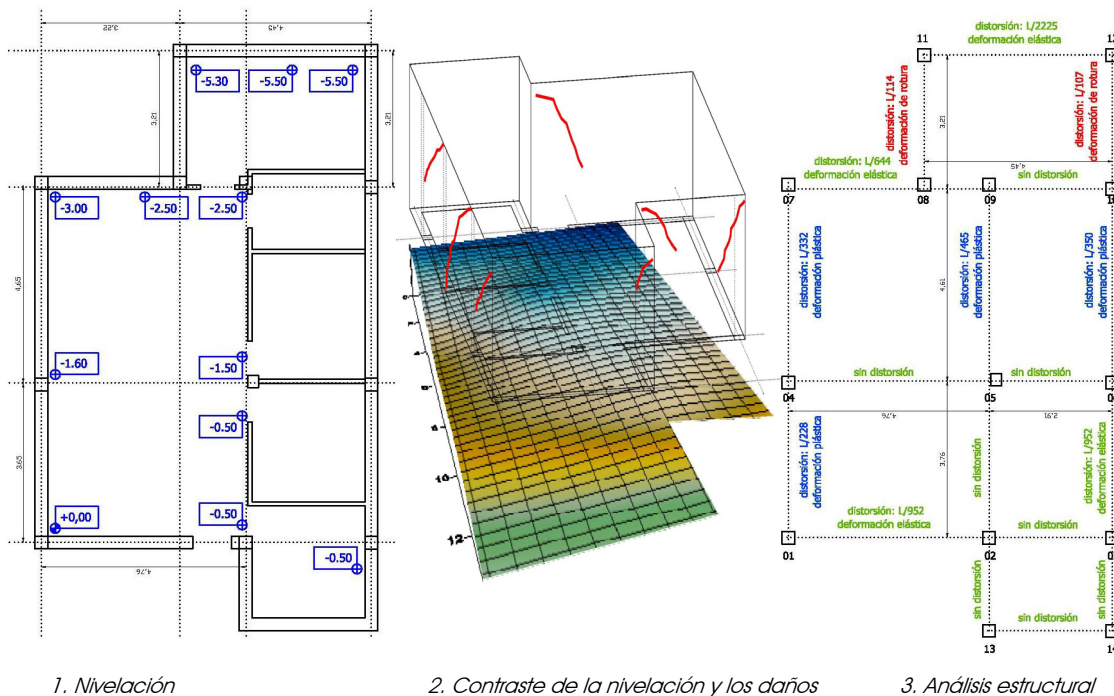


Figura 31. Caso propio de estudio. Análisis de la estabilidad de una estructura sometida a movimientos diferenciales



## 2.1 MOVIMIENTO DIFERENCIAL Y DISTORSIÓN ANGULAR

Skempton, A.W., Mac Donald, D.H. (1956) utilizaron un enfoque simplificado en dos dimensiones para definir el "movimiento diferencial" en una edificación, describiéndola como la diferencia de movimiento entre dos puntos cualesquiera de la cimentación.

Este movimiento diferencial da lugar a una deformación asociada conocida como "distorsión angular", resultado de dividir el valor del movimiento diferencial entre dos puntos por la distancia que les separa.

Posteriormente, Polshin, et al (1957) definen el concepto de "deflexión relativa", resultado de deducir a una distorsión angular el posible giro sufrido por la cimentación, efecto que reduce las deformaciones asociadas al movimiento diferencial.

Burland, J.B., Wroth, C.P. (1974) definen geoméricamente la cuantificación de los movimientos diferenciales de la cimentación y su deformación como sigue.

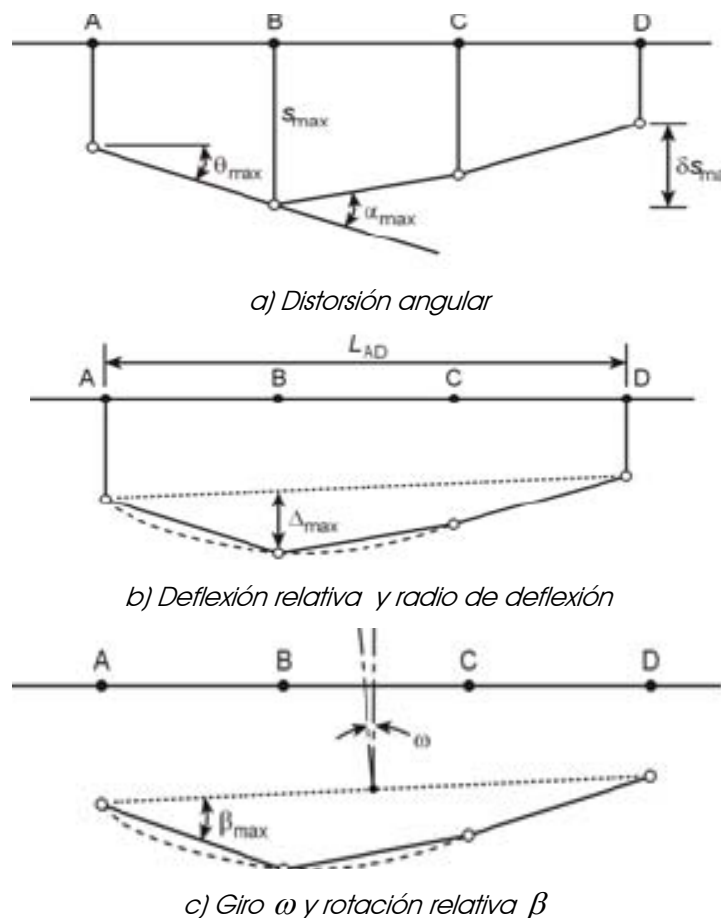


Figura 1. Definición geométrica del movimiento diferencial. Burland, J.B., Wroth, C.P. (1974)

Donde:

$\theta_{\max}$  Ángulo de rotación del plano AB con la horizontal

$\alpha_{\max}$  Ángulo de rotación asociado al movimiento diferencial entre los planos AB y BC

$S_{\max}$  Asiento máximo de la cimentación experimentado por el punto B

$\delta_{S \max}$  Máximo movimiento diferencial de la cimentación entre los puntos B y C

$\Delta_{\max}$  Máxima deflexión relativa de la cimentación, definida por la distancia entre el punto B y el plano AD que define el giro del edificio

$\beta_{\max}$  Giro relativo del plano AB, Angulo entre el plano AB y el plano AD

$\omega$  Giro de la cimentación.

El eurocódigo EC-2 (1992) y el CTE-DB-SE-C (2006) proponen una representación gráfica y formulación similar para definir en dos dimensiones el asiento diferencial y la distorsión angular, en cimentaciones con y sin giro.

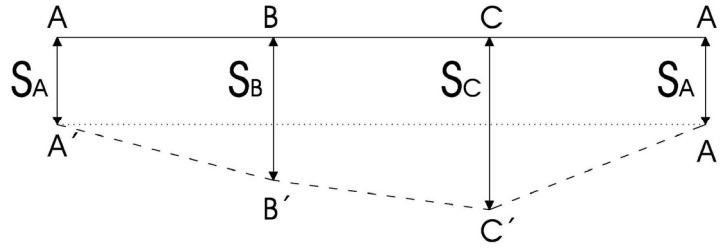


Figura 2. Definición gráfica del movimiento de cimentaciones sin giro.

Donde:

$S$  Asiento definido como el descenso de cualquier punto de la cimentación

$\delta_S$  Asiento diferencial definido como la diferencia de asiento entre dos puntos cualesquiera de la cimentación

$$\delta_{SAB} = S_B - S_A \quad (1)$$

$\beta$  Distorsión angular definida como el asiento diferencial entre dos puntos dividido por la distancia que les separa

$$\beta = \frac{\delta_{SAB}}{L_{AB}} = \frac{S_B - S_A}{L_{AB}} \quad (2)$$

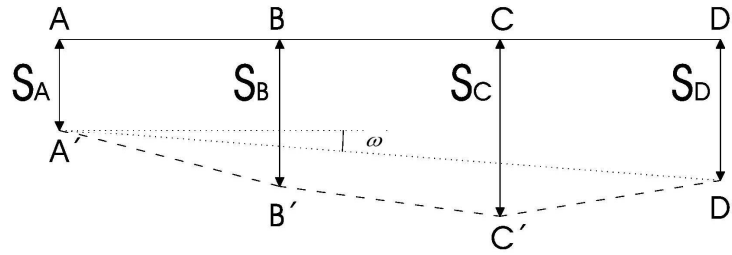


Figura 3. Definición gráfica del movimiento de cimentaciones con giro

$\beta$  Distorsión angular definida como el asiento diferencial entre dos puntos dividido por la distancia que les separa

$$\beta = \frac{\delta_{SAB}}{L_{AB}} - \omega = \frac{S_B - S_A}{L_{AB}} - \frac{S_D - S_A}{L_{AD}} \quad (3)$$

$\omega$  Inclinación definida como el ángulo girado con respecto a la vertical según la línea media que define la posición deformada de la cimentación

### 2.1.1 VALORES MÁXIMOS Y ADMISIBLES DE REFERENCIA

Históricamente se ha venido limitando los máximos movimientos diferenciales que puede sufrir un edificio en función de variables como el uso al que se destina, el tipo de cimentación, la naturaleza del terreno, la tipología de la estructura, la relación entre la altura y su longitud, etc.

Los efectos de esta deformación impuesta han sido ampliamente investigados desde la década de los cuarenta por Meyerhof, G.G. (1947); Chamecki, S. (1956); Skempton, A.W., et al (1956); Polshin, D.E. et al. (1957); Brown (1969); Grant, R., Christian J.T., and Vanmarcke, E.H. (1974); Burland, J.B., Wroth, C.P. (1974); Boscarding, M.D. and Cording, E.J., (1989); Boone, S.J. (1996); Potts, D.M., Addenbrooke, T.I. (1997); Burland, J.B. (2008); estableciéndose una serie de valores máximos y admisibles de referencia.

#### Polshin, D.E., et al (1945)

Condicionan los valores admisibles de distorsión angular a la relación entre la altura "H" y la longitud "L" del edificio, considerándose admisibles para una relación de  $L/H \leq 2$  valores de distorsión angular  $L/\delta \leq 3333$ , y para  $L/H \leq 8$  valores de distorsión  $L/\delta \leq 1000$ .

Este planteamiento es el resultado de asimilar el comportamiento de un edificio a una viga de canto biapoyada, cuya rigidez está definida por el valor  $L/H$ , de tal modo que un mayor valor de  $L/H$  supondrá una mayor ductilidad del conjunto y por tanto mayor capacidad para asumir deformaciones sin que se produzcan daños, y menor valor de  $L/H$  una mayor rigidez del edificio y un comportamiento adverso frente a una deformación impuesta.

#### **Código Soviético de Edificación (1955)**

Adopta el planteamiento de Polschin y Tokar a cerca de la relación  $L/H$  de los edificios, condicionando la máxima distorsión admisible al número de plantas del edificio.

Tipo de edificio	Relación $L/H$	Distorsión angular
Edificio de varias plantas	$\leq 3$	$L/3333$
		$L/2500$
	$\leq 5$	$L/2000$
		$L/1428$
Edificio de una planta		$L/1000$

*Tabla 1. Distorsión angular admisible. Código Soviético de Edificación (1955)*

#### **Skempton, A.W., et al (1956)**

Definen los valores de distorsión angular que dan lugar a la aparición de grietas y fisuras en paramentos verticales de mampostería, cerramientos, particiones y muros, así como los valores a partir de los cuales surgirían daños estructurales, según refleja la tabla siguiente.

Elemento constructivo	Distorsión angular
Aparición de grietas en tabiquería	$L/1000$
Aparición de grietas en muros	$L/300$
Aparición de daños estructurales	$L/150$

*Tabla 2. Valores de distorsión angular. Skempton, A.W., et al (1956)*

#### **Bjerrum, L. (1963)**

Establece una relación entre la máxima distorsión angular admisible y determinados daños asociados, estructurales, fisuración de particiones, daños en instalaciones, etc., reflejados en la tabla y figura siguiente.



Daños asociados	Distorsión angular
Límite cuando se teme daño estructural	L/100
Límite para el que se hace visible el giro de edificios altos y rígidos	L/250
Límite para el que se espera la primera fisura en tabiques	L/300
Límite seguro para edificios que no permiten agrietamiento	L/500
Límite de peligro para pórticos con arriostramientos diagonales	L/600
Límite de distorsión para instalaciones rígidas del edificio	L/750

Tabla 3. Valores de distorsión angular y daños asociados Bjerrum, L. (1963)

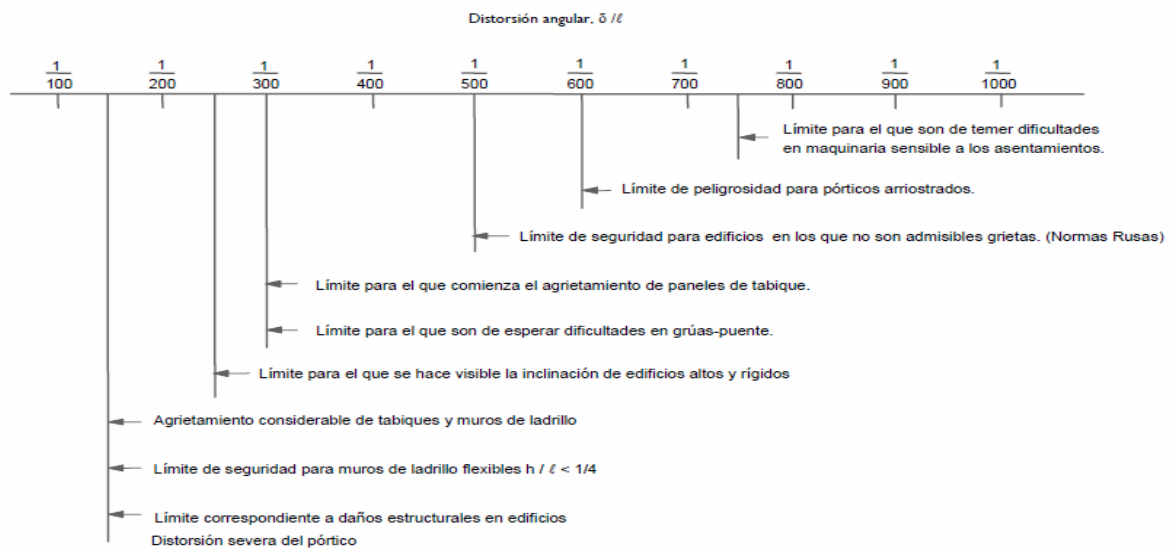


Figura 4. Valores de distorsión angular y daños asociados Bjerrum, L. (1963)

Burland, J.B., Wroth, C.P. (1974).

Amplían el concepto de rigidez que asimila el comportamiento de un edificio a una gran viga de canto, ofreciendo un método de cálculo que permite relacionar la distorsión con la deformación máxima a tracción debido a la flexión y el cortante que dará lugar a la aparición de daños por fisuración en el edificio.

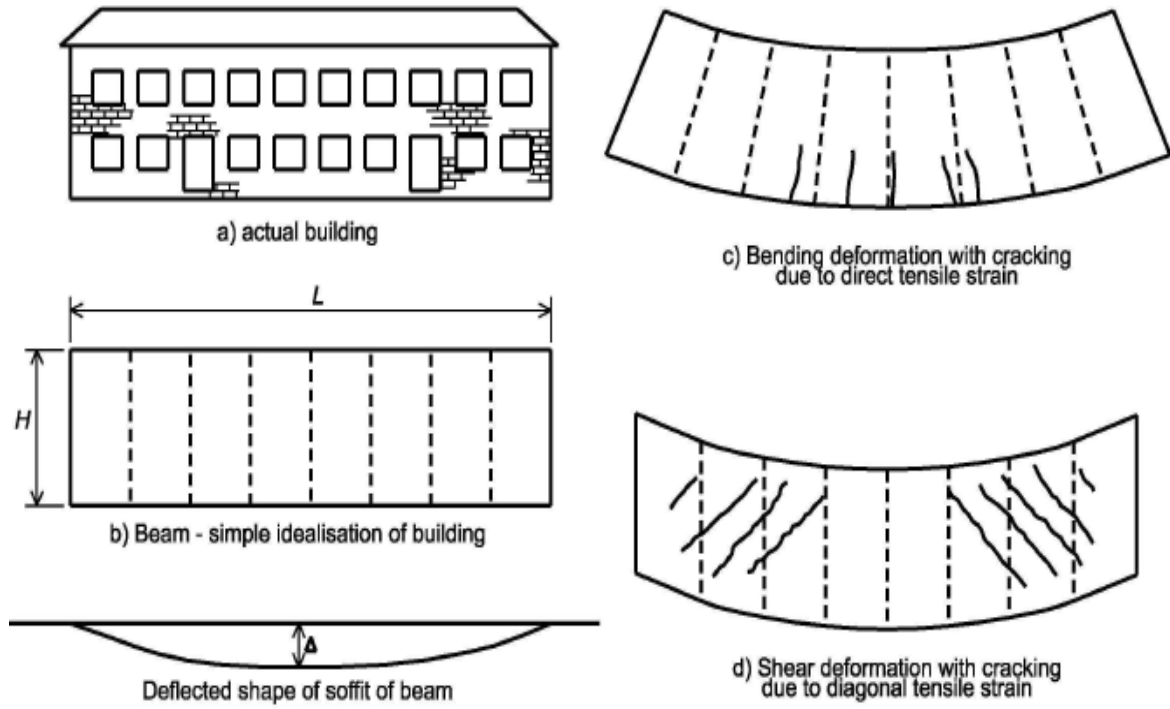


Figura 5. Fisuración de una viga simple sometida a flexión y cortante Burland, J.B., Wroth, C.P. (1974)

Del estudio de campo realizado por los autores, se deduce que el valor crítico de deformación a tracción  $\varepsilon_{crit}$  a partir del cual se producirá la fisuración de los elementos de fábrica de ladrillo, cerramientos y paramentos divisorios, varía aproximadamente entre 0,05% y 0,1%. Tomando como valor medio 0,075%, estiman que la distorsión angular que dará lugar a la aparición de daños en la mampostería será de  $L/1333$ .

La distorsión angular correspondiente a la deformación crítica a tracción queda definida por las ecuaciones siguientes:

Distorsión para la deformación máxima a tracción debido a la flexión de la viga,  $\varepsilon_{b\max}$

$$\frac{\delta}{L} = \left( \frac{L}{12h} + \frac{3I}{2hLH} \frac{E}{G} \right) \varepsilon_{b\max} \quad (4)$$

Distorsión para la deformación máxima a tracción debido al cortante de la viga,  $\varepsilon_{d\max}$

$$\frac{\delta}{L} = \left( 1 + \frac{HL^2}{18I} \frac{G}{H} \right) \varepsilon_{d\max} \quad (5)$$

Estas ecuaciones fueron representadas en el gráfico siguiente, que relaciona el cociente de la distorsión angular y la deformación crítica a tracción, con la relación L/H del edificio.

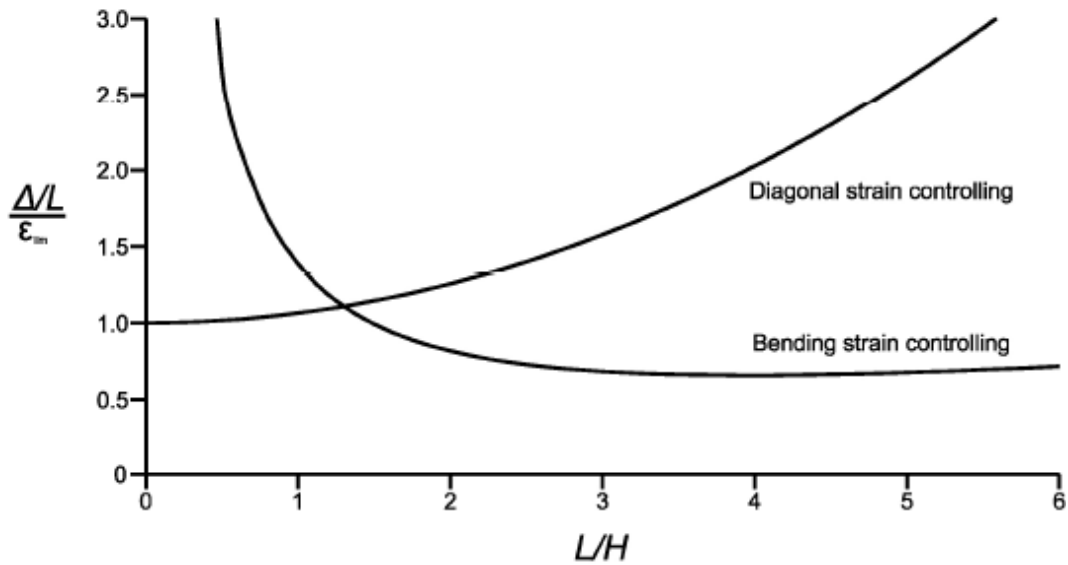
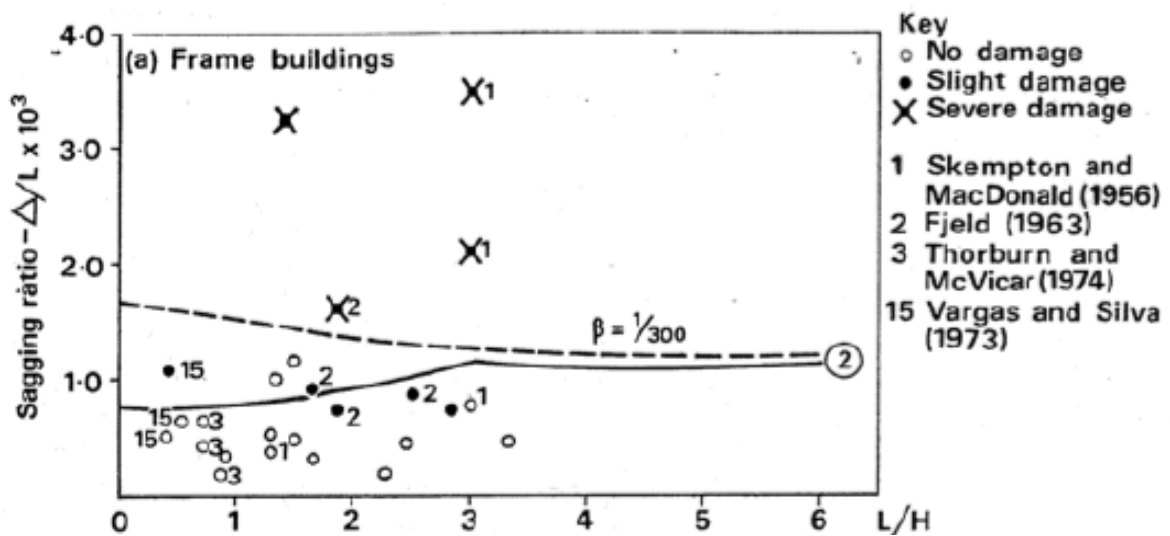


Figura 6. Relación entre distorsión angular y rigidez del edificio. Burland (2001)

Burland, J.B., Broms, B., De Mello, V.F.B. (1977)

Establece una comparación entre los valores obtenidos mediante el concepto de deformación máxima a tracción, idealización de una viga simple con deformación crítica  $\epsilon_{crit} = 0.075\%$ , y los daños asociados a la distorsión angular  $\Delta/L$  para diferentes valores de L/H en edificios con deflexión convexa y cóncava, y las estimaciones realizadas por otros autores.



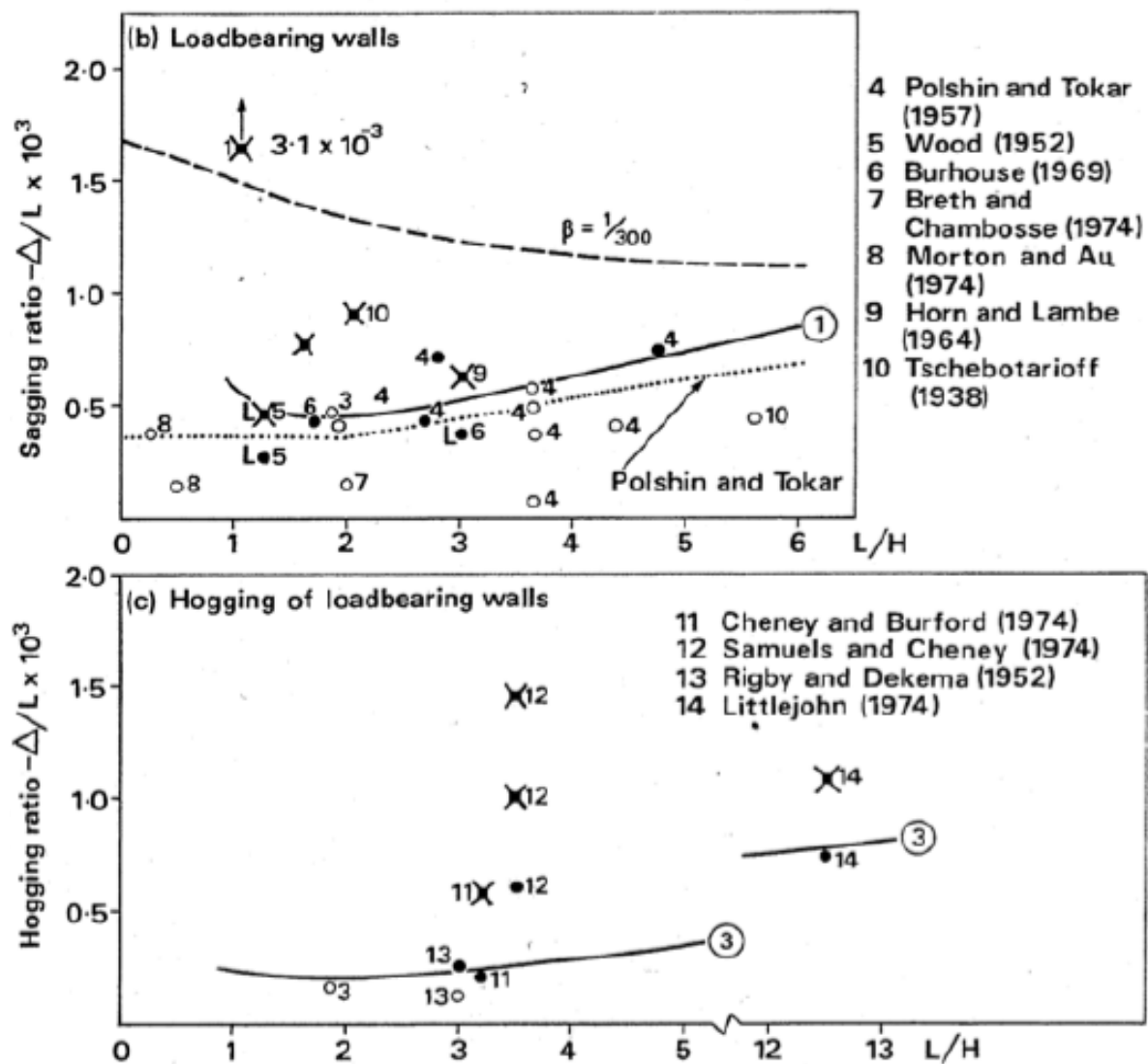


Figura 7. Relación entre distorsión angular cóncava y convexa y valores de  $L/H$ , y daños asociados. Burland (1977)

Holland (1980)

Establece los valores de distorsión a partir de los cuales surgirían daños en diferentes elementos de albañilería.

Albañilería	Distorsión angular
Revestimientos y chapados	$L/250$
Particiones articuladas de ladrillo hueco	$L/500$
Particiones articuladas de ladrillo macizo	$L/1000$
Muros y cerramientos de ladrillo macizo	$L/2000$

Tabla 4. Valores de distorsión para la aparición de daños en revestimientos, Holland (1980)

**Sowers, G.F. (1984)**

Define los valores máximos de distorsión angular admisibles para diferentes tipos de estructuras, según la tabla siguiente.

Estructura	Distorsión angular
Muro de carga de fábrica de ladrillo	L/1000-L/2000
Estructura de hormigón	L/250-L/400
Muros de hormigón	L/333
Estructura metálica	L/200-L/500

*Tabla 5. Valores máximos de distorsión admisibles para diferentes estructuras Sowers, G.F. (1984)*

**Bolteus L. (1984)**

Establece una comparación entre los valores máximos de distorsión angular estimados por Skempton y McDonald, Mayerhof, Polschin y Tokar y Bjerrum, para la aparición de fisuras en elementos de partición y muros, y para la aparición de daños estructurales.

	Skempton, A.W., et al (1956)	Mayerhof (1956)	Polshin et al (1957)	Bjerrum, L. (1963)
Daño estructural	1/150	1/250	1/200	1/150
Fisuración de muros y particiones	1/300	1/500	1/500-1/1000	1/500

*Tabla 6. Comparación de valores máximos de distorsión realizada por Bolteus L. (1984)*

**Boone, S.J. (1996), (2001), (2008) y Boone et al (1998)**

Establece que el umbral para la fisuración de los elementos de mampostería o deformación crítica del edificio dependerá de las características mecánicas y de la conservación del mismo.

De este modo, los valores tolerables de deformación por tracción inducida por la distorsión angular variarán entre 0,001% para edificaciones antiguas, hasta 0,01% a 0,03% para edificaciones recientes, pudiendo llegar a 0% para edificaciones en mal estado de conservación.

**CTE-DB-SE-C (2006).**

Define los valores máximos de distorsiones angulares para el Estado Límite de Servicio, deformaciones a partir de los cuales surgirían daños que afectarían a la apariencia de la obra, al confort de los usuarios o al funcionamiento de equipos e instalaciones, en función al tipo de estructura que se trate.

Elemento estructural	distorsión angular
Estructuras isostáticas y muros de contención	L/300
Estructuras reticuladas con tabiquería de separación	L/500
Estructuras de paneles prefabricados	L/700
Muros de carga sin armar con flexión cóncava hacia arriba	L/1000
Muros de carga sin armar con flexión cóncava hacia abajo	L/2000

*Tabla 7. Valores de distorsión angular el ELS según el CTE-DB-SE-C (2006)*

**Sociedad Española de Mecánica del Suelo e Ingeniería Geotécnica (1999).**

Por último, se exponen como referencia los umbrales tomados para la primera fase de la ampliación del Metro de Madrid, donde se consideraron aceptables un límite para el asiento máximo de 15mm y un límite para la distorsión angular de L/1000 a L/500 según el tipo de edificación a analizar.

En posteriores ampliaciones del Metro de Madrid se han adoptado como valores de referencia los propuestos en las "Jornadas sobre obras de interés geotécnicos ejecutadas por constructores españoles", Sociedad Española de Mecánica del Suelo e Ingeniería Geotécnica (1999), en las que se consideran la admisibilidad de los movimientos diferenciales, distorsiones angulares y deformaciones horizontales de una estructura, en función al tipo de edificación y su estado de conservación, clasificando los valores en función a su gravedad mediante los colores verde, ámbar y rojo.

Umbral de Control	Asiento admisible (mm)			Distorsión angular			Def. Horizontal unitaria (%)		
	Verde	ámbar	Rojo	Verde	ámbar	Rojo	Verde	Ámbar	Rojo
- Zonas sin edificaciones	<50	50 - 100	> 100	1/100	1/100 - 1/50	> 1/50	<1,5	1.5 - 2.0	> 2.0
- Edificios cimentados profundos o con losa, en buen estado	<20	20 - 30	>30	< 1/1000	1/1000 - 1/500	> 1/500	<0,15	0.15 - 0.20	> 0.20
- Conducciones no de Gas									
- Estructura subterránea o Túneles existentes	< 15	15 - 25	>25	< 1/2000	1/2000 - 1/1000	> 1/1000	<0,15	0.15 - 0.20	> 0.20
- Edificios cimentados superficialmente sin daños aparentes	< 10	10 - 15	> 15	< 1/2000	1/2000 - 1/1000	> 1/1000	<0,15	0.15 - 0.20	> 0.20
- Edificios cimentados superficialmente con daños									
- Edificios monumentales									
- Edificios con más de 10 alturas									
- Tuberías de gas	<5	5 - 10	> 10	< 1/3000	1/3000 - 1/2000	> 1/2000	<0,05	0.05 - 0.10	> 0.10
- Túneles existentes									
Asiento o levantamiento: 10 mm /10 m									

Tabla 8. Umbrales de desplazamientos adicionales admisibles considerados en la ampliación del Metro de Madrid.

## 2.1.2 CLASIFICACIÓN DE DAÑOS ASOCIADOS A LA DISTORSIÓN ANGULAR

**MacLeod, I.A. & Littlejohn, G.S. (1974)**

Establecen una clasificación de daños que varía desde despreciables a severos, en función al espesor de las fisuras.

Tipo de daños	Descripción del daño
Despreciable	Fisuras en enlucidos NO MAYORES DE 0,1mm.
Muy ligeros	Fisuras en enlucidos NO MAYORES DE 0,5mm; quizá grieta aislada y no visible exteriormente.
Ligeros	Varias grietas NO MAYORES DE 2 mm e interiores; puertas y ventanas pueden cerrar ligeramente mal. Reparaciones en la decoración probablemente necesarias.
Apreciables	Grietas exteriores (o una grieta principal MENOR DE 6mm; puertas y ventanas cierran mal.
Severos	Grietas abiertas de anchura NO MAYORES DE 15mm, que permiten la entrada de las inclemencias exteriores; distorsión de los marcos de puertas y ventanas; muros muy inclinados o combados; alguna pérdida de resistencia en las vigas.
Muy severos	Grietas abiertas de anchura > 15mm. Las reparaciones exigen la reconstrucción parcial o total. Las vigas de tejados y pisos pierden resistencia. Fuertes inclinaciones en los muros que exigen apuntalamiento.

*Tabla 9. Clasificación de los daños MacLeod, I.A. & Littlejohn, G.S. (1974)*

**Burland, J.B., Broms, B., De Mello, V.F.B. (1977)**

Amplía la clasificación de daños realizada por MacLeod, I.A. & Littlejohn, G.S. (1974) relacionado su intensidad con la deformación límite a tracción, la distorsión angular y las reparaciones asociadas.



Escala o intensidad del daño	Descripción del daño	Apertura de grieta (mm)	Deformación límite de tracción (%)
0 DESPRECIABLE	Pelos y grietas inferiores a 0,1mm.	< 0,1mm	0,00 - 0,05
1 MUY LIGERO	Pelos y grietas que pueden ser tratados con la decoración. Fisuras aisladas en paredes de ladrillo.	1mm	0,05 - 0,075
2 LIGERO	Grietas fácilmente rellenables. Probablemente precise redecoración. Varias fisuras ligeras apreciables en el interior. Las grietas se aprecian externamente, exigiendo un repintado. Puertas y ventanas pueden sufrir deformaciones ligeras en sus marcos.	5mm	0,075 - 0,15
3 MODERADO	Las grietas requieren un picado y obra de albañilería. Los revestimientos adecuados pueden enmascarar las grietas recurrentes. Posiblemente parte de la fachada de ladrillo requiera sustitución. Las puertas y ventanas se atascan. Las tuberías y bajantes pueden romperse. Algunas vigas se descuelgan y las cañerías quedan fuera de servicio.	5-15mm nº fisuras >3	0,15 – 0,30
4 SEVERO	Reparación extensiva, incluyendo demolición y restitución de porciones de muros, especialmente sobre puertas y ventanas. Los marcos de puertas y ventanas se distorsionan el suelo se inclina apreciablemente. La tabiquería se inclina y abomba. Algunas vigas se descuelgan y las cañerías quedan fuera de servicio	15-25mm	> 0,30
5 MUY SEVERO	Se requiere una gran reparación, con reconstrucción total o parcial del edificio. Las vigas se descuelgan. Se requiere apuntalamiento en muros. Las ventanas revientan por distorsión. Peligro de inestabilidad.	> 25mm	-

*Tabla 10. Clasificación de daños visibles Burland, J.B., Broms, B., De Mello, V.F.B. (1977)*

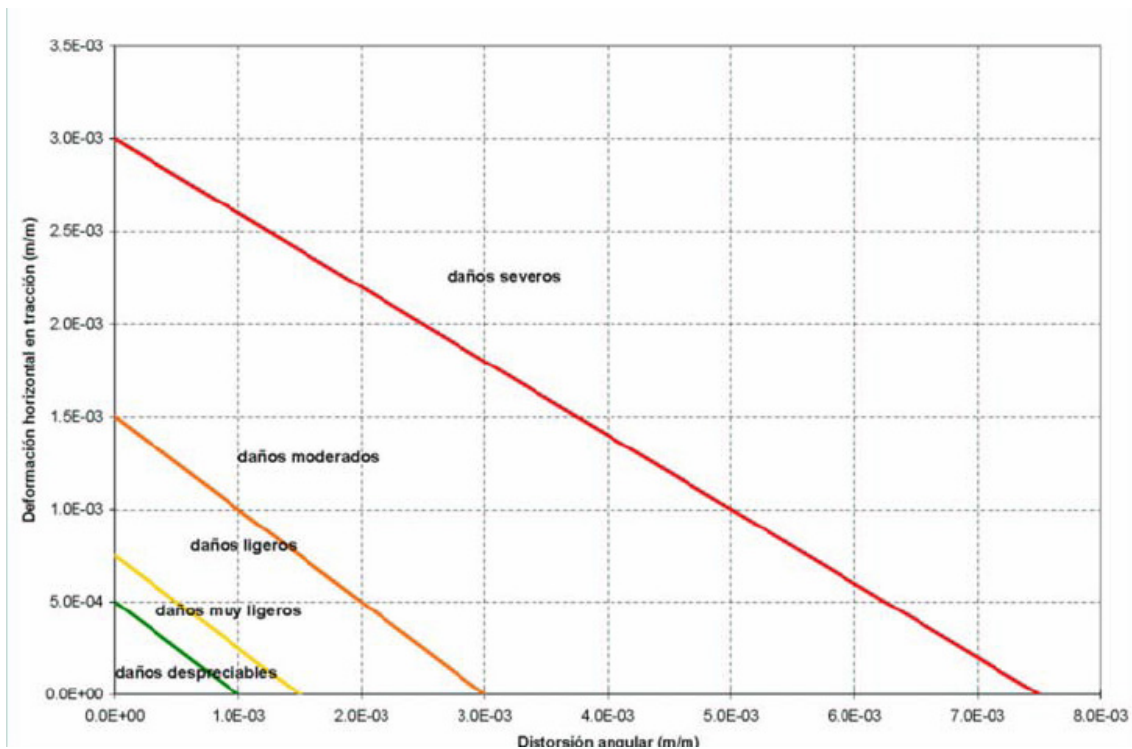
**Boscarding, M.D. and Cording, E.J. (1989)**

Relacionan los daños en los edificios con la deformación horizontal a tracción asociada a la distorsión angular, y fijan un valor de 0,15% como límite para que se produzcan fisuraciones en tabiquería y de 0,30% como límite de riesgo de que se produzcan daños estructurales, valores de distorsión angular equivalente a 1/300 y 1/150 respectivamente.

Máxima deformación principal a tracción (%)	Severidad del daño
0-0.05	Despreciable
0.05-0.15	ligero
0.15-0.3	Moderado
>0.3	Severo

*Tabla 11. Tabla de categoría de daños. Boscarding, M.D. and Cording, E.J., (1989)*

Estos valores quedaron reflejados mediante un diagrama en el que se representa el nivel de daño con la distorsión angular, expresada sobre el eje abscisas, y la deformación horizontal en tracción sobre el eje de ordenadas.



*Figura 8. Criterio de daños simplificado asociado a la distorsión, Boscardin y Cording (1989)*

Hintze, S. (1994)

Propone una clasificación de daños en función al espesor de las fisuras y el tipo de edificación, y relaciona dicho valor con la posible afección a la estabilidad de la estructura.

Graduación de daños				
Espesor de las fisuras (mm)	Edificio de viviendas	Edificio comercial o público	Edificio industrial	Efecto en la estructura y en el edificio
<0.1	Insignificante	Insignificante	Insignificante	Ninguno
0.1 a 0.3	Muy leve	Muy leve	Insignificante	Ninguno
0.3 a 1	Leve	Leve	Muy leve	Estético
1 a 2	Leve a moderado	Leve a moderado	Muy leve	Daños en envolvente
2 a 5	Moderado	Moderado	Leve	Problemas de habitabilidad y de estabilidad estructural
5 a 15	Moderado a severo	Moderado a severo	Moderado	
15 a 25	Severo a muy severo	Severo a muy severo	Moderado a severo	
>25	Muy severo a peligroso	Muy severo a peligroso	Muy severo a peligroso	Riesgo estructural

Tabla 12. Clasificación de daños según Hintse (1994)

Burland, J.B. (1995)

Realiza una clasificación de daños, relacionando la deformación por tracción con la distorsión angular para una relación L/H=1.

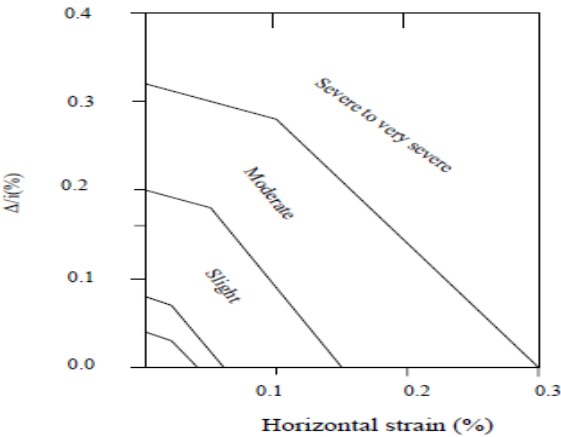


Figura 9. Clasificación de daños para L/H=1 según Burlan (1997)

## 2.2 COMPORTAMIENTO DE LOS MATERIALES

La mayor parte de la bibliografía de referencia analiza de un modo global, el comportamiento de la edificación frente a la deformación impuesta por un movimiento diferencial.

Sin embargo, las estructuras de hormigón requieren un análisis discretizado de cada uno de los elementos que las componen, puesto que su capacidad de deformación está condicionada a la ductilidad de cada pieza, factor que dependerá entre otras variables de su resistencia, su geometría, su armado, la relación entre su longitud y su canto, las cargas características a las que está sometida, o los coeficientes de seguridad empleados en el cálculo.

### 2.2.1 HORMIGÓN

#### 2.2.1.1 Resistencia de cálculo

La resistencia característica del hormigón hace referencia a la resistencia a compresión medida sobre probetas cilíndricas de 15x30 de 28 días de edad fabricadas, conservadas y rotas según métodos normalizados, tomándose la media estadística de los resultados obtenidos mediante la resistencia media aritmética de las diferentes probetas ensayadas y la desviación típica relativa, coeficiente de variación  $\delta$  que suele oscilar entre 0.08 y 0.20 según la planta de fabricación.

La resistencia característica se obtiene para hormigones sometidos a cargas instantáneas, por lo que se hace necesario adoptar coeficientes que aseguren que el hormigón no experimentará fenómenos de cansancio.

Por este motivo, en el diseño se emplea la resistencia de cálculo del hormigón a compresión o tracción,  $f_{cd}$  y  $f_{ctd}$  que el EC-2 (1992) y la EHE (2008) define como:

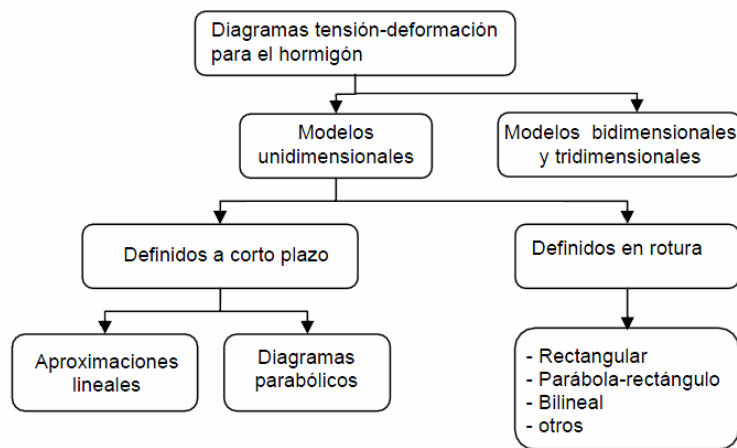
$$f_{cd} = \alpha_{cc} \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (6) \quad \text{y} \quad f_{ctd} = \alpha_{ct} \frac{f_{ctk,0.05}}{\gamma_c} \quad (7)$$

Donde  $\alpha_{ct}$  y  $\alpha_{cc}$  son los coeficientes que consideran los efectos negativos de la duración de la carga y la forma en la que se aplica sobre la resistencia a tracción y compresión respectivamente, y  $\gamma_c$  el coeficiente parcial de seguridad del hormigón.

Tradicionalmente se ha adoptado un valor de 0.85 para  $\alpha_{cc}$ , aunque la EHE (2008) permite valores de  $\alpha_{cc}$  entre 0.85 a 1 y valores de  $\alpha_{ct}$  iguales a 1. Al respecto Morán, F. y Gutiérrez, J.P. (2008), establecen la necesidad de considerar el coeficiente de cansancio del hormigón para secciones sometidas a elevadas tensiones de compresión de forma permanente.

### 2.2.1.2 Diagramas tensión-deformación

Los diagramas tensión-deformación para el hormigón se dividen en dos grupos en función de su rango de aplicación, diagramas para el cálculo estructural y diagramas para el diseño de secciones en el Estado Límite Último de Agotamiento por tensiones normales.



*Figura 10. Diagramas tensión-deformación para el hormigón. Hernández Montes, E. y Gil Martín L.M. (2007)*

A continuación se analizan los diagramas de tensión – deformación para modelos de cálculos lineales, parabólicos y de rotura, entre los que se describirán los diagramas rectangulares, parábola rectángulo y bilineal.

#### Modelo a corto plazo. Tensión-deformación lineal.

Este comportamiento corresponde a probetas cilíndricas de 15×30 ensayadas a compresión en un corto plazo de tiempo.

Siempre que las tensiones no superen un determinado nivel se puede considerar que el hormigón se deforma linealmente, manteniendo un comportamiento lineal y elástico, y un módulo de deformación longitudinal constante ante el incremento de tensiones y deformaciones del material.

El Eurocódigo 2 y la Instrucción Española proponen los siguientes valores para el módulo de deformación longitudinal o módulo de elasticidad para un hormigón de 28 días con tensiones comprendidas entre  $\sigma_c = 0$  y  $\sigma_c = 0,4f_{cm}$ .

$$\text{EC-2 (1992)} \quad E_{cm} = 22000 \left( \frac{f_{cm}}{10} \right)^{0.3} \text{ MPa} \quad (8)$$

$$\text{EHE (2008).} \quad E_{cm} = 8500 \sqrt[3]{f_{cm}} \text{ MPa} \quad (9)$$

Siendo  $f_{cm}$  la resistencia media a compresión a los 28 días, valor que puede calcularse como  $f_{cm} = f_{ck} + 8 \text{ MPa}$  si las condiciones de ejecución son buenas.

### Modelo a corto plazo tensión-deformación parabólica

Para cálculos no lineales, el EC-2 y la EHE proponen un modelo tensión deformación parabólico definido a corto plazo. Este modelo sólo se puede emplear para cargas de corta duración.

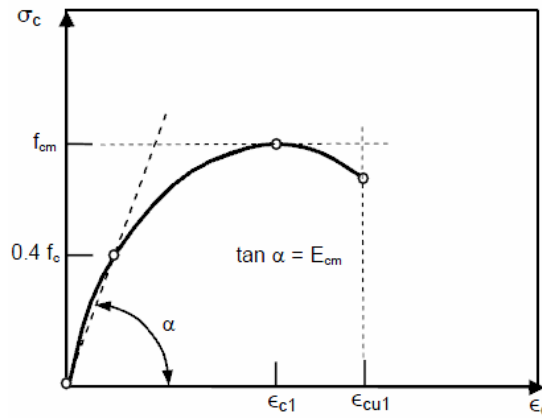


Figura 11. Diagrama tensión-deformación propuesto por el EC2 (1992) y la EHE (2008) para el cálculo estructural no lineal con cargas instantáneas

El diagrama anterior corresponde a la siguiente formulación:

$$\sigma_c = \frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k-2)\eta} f_{cm} \quad \text{para } \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu1} \quad (10)$$

Donde

$$\eta = \varepsilon_c / \varepsilon_{cu1} \quad (11) \quad k = 1.05 E_{cm} \frac{|\varepsilon_{c1}|}{f_{cm}} \quad (12) \quad \varepsilon_{c1} = 0.0007 (f_{cm})^{0.31} < 0.0028 \quad (13)$$

$$\varepsilon_{cu1} = \begin{cases} 0.0035 & \text{si } f_{ck} < 50 \text{ MPa} \\ 0.028 + 0.27 \left( \frac{98 - f_{cm}}{100} \right)^4 & \text{si } f_{ck} > 50 \text{ MPa} \end{cases} \quad (14)$$

MODELO TENSIÓN-DEFORMACIÓN PARA EL DISEÑO EN ROTURA DE SECCIONES

Los modelos más empleados son el **rectangular** y el **parábola-rectángulo**, siendo el rango de aplicación el cálculo de la resistencia última de secciones de hormigón. Estos modelos corresponden a los modelos unidimensionales “definidos en rotura”.

### Modelo parábola-rectángulo

El diagrama parábola-rectángulo, desarrollado por el CEB-FIP (1990) sobre los trabajos de Rüschi, H. (1962), consiste en una parábola que nace en el origen y llega con pendiente horizontal al punto de deformación  $\varepsilon_{c1/2}$  y tensión  $f_{cd}$  o  $f_{ck}$ , según se considere la resistencia de cálculo o característica del material.

El resto del diagrama es una línea horizontal que une el punto de deformación de  $\varepsilon_{c1/2}$  con el punto de deformación máxima  $\varepsilon_{cu1/2}$ . El diagrama parábola-rectángulo para valores de cálculo viene dado por la expresión:

$$\sigma_c = \begin{cases} f_{cd} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1/2}} \right)^n \right] & \text{si } 0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c1/2} \\ f_{cd} & \text{si } \varepsilon_{c1/2} \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu1/2} \end{cases} \quad (15)$$

Donde  $n$ ,  $\varepsilon_{c1}$  y  $\varepsilon_{cu1}$  serían según la EHE y el EC-2:

<p>EHE</p> $n = \begin{cases} 2 & \text{si } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \\ 1.4 + 9.6 \left( \frac{100 - f_{ck}}{100} \right) & \text{si } f_{ck} > 50 \text{ MPa} \end{cases}$	<p>EC-2</p> $n = \begin{cases} 2 & \text{si } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \\ 1.4 + 23.4 \left( \frac{90 - f_{ck}}{90} \right)^4 & \text{si } f_{ck} > 50 \text{ MPa} \end{cases}$
--	--

Deformación de rotura a compresión simple

$$\varepsilon_{c1}(\text{‰}) = \begin{cases} 2 & \text{si } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \\ 2 + 0.085(f_{ck} - 50)^{1/2} & \text{si } f_{ck} > 50 \text{ MPa} \end{cases}$$

Deformación de rotura a compresión simple

$$\varepsilon_{c2}(\text{‰}) = \begin{cases} 2 & \text{si } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \\ 2 + 0.085(f_{ck} - 50)^{0.53} & \text{si } f_{ck} > 50 \text{ MPa} \end{cases}$$

Deformación de deformación última

$$\varepsilon_{cu1}(\text{‰}) = \begin{cases} 3.5 & \text{si } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \\ 2.6 + 14.4 \left( \frac{100 - f_{ck}}{100} \right)^4 & \text{si } f_{ck} > 50 \text{ MPa} \end{cases}$$

Deformación de deformación última

$$\varepsilon_{cu2}(\text{‰}) = \begin{cases} 3.5 & \text{si } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \\ 2.6 + 3.5 \left( \frac{90 - f_{ck}}{90} \right)^4 & \text{si } f_{ck} > 50 \text{ MPa} \end{cases}$$

En el caso de una sección transversal sometida a compresión simple, la deformación máxima del hormigón se limita a  $\varepsilon_{c1}$  tanto por la EHE como por el EC-2. Si en la sección hay alguna fibra traccionada, el límite de la deformación es  $\varepsilon_{cu1}$ , correspondiente a la deformación máxima por flexo-compresión.

Normas como la americana ACI 318 (2005) o la suiza SIA 162 (1968) plantean una deformación máxima del hormigón a compresión única del 3‰.

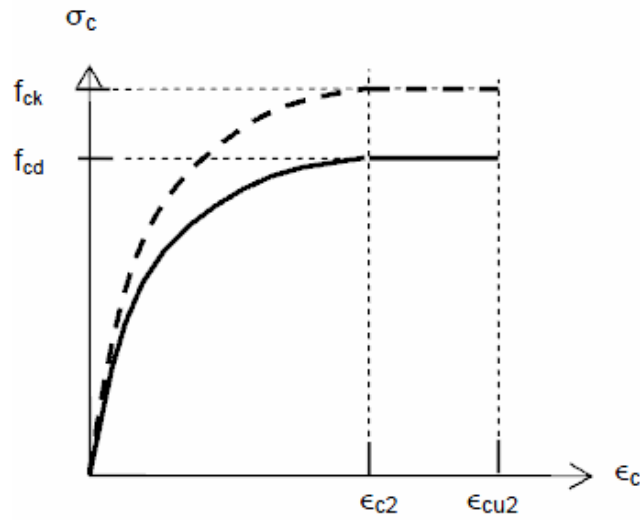


Figura 12. Diagrama parábola rectángulo del EC-2 (1992)

### Modelo rectangular

El diagrama rectangular corresponde a un valor constante de la tensión de valor  $\eta \cdot f_{cd}$  en una profundidad efectiva comprimida de valor  $\lambda x$ , siempre que  $\lambda x \leq h$ , y de valor  $h$  si  $\lambda x > h$ , siendo  $h$  el canto total de la sección y  $x$  la distancia de la fibra más comprimida a la fibra neutra.

Tanto la EHE como el EC-2 en este caso ofrecen los siguientes valores de  $\lambda$  y  $\eta$ :

$$\eta = \begin{cases} 1.0 & \text{si } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \\ 1.0 - \frac{f_{ck} - 50}{200} & \text{si } f_{ck} > 50 \text{ MPa} \end{cases} \quad (16)$$

$$\lambda = \begin{cases} 0.8 & \text{si } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \\ 0.8 - \frac{f_{ck} - 50}{400} & \text{si } f_{ck} > 50 \text{ MPa} \end{cases} \quad (17)$$



La figura siguiente representa la distribución de tensiones en la zona comprimida del hormigón obtenida a partir del diagrama rectangular.

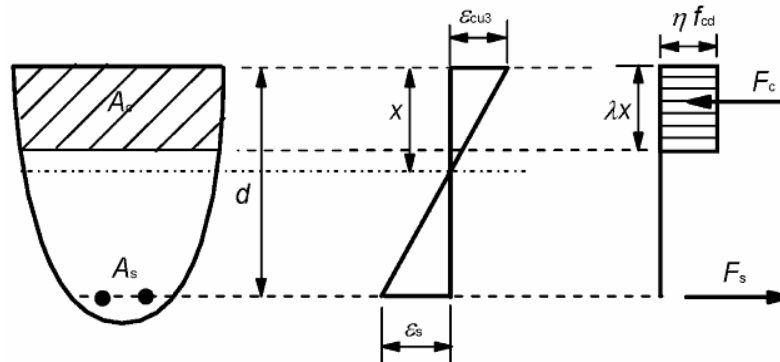


Figura 13. Diagrama rectangular de la tensión según el EC-2 (1992)

### Comparación entre diagrama rectangular y parábola rectángulo

El modelo rectangular no tiene en cuenta el comportamiento no lineal del hormigón, simplificación que, como desarrollamos en capítulos siguientes, penalizará el armado a flexión simple de las secciones como consecuencia del aumento del brazo mecánico de la pieza.

Se aporta a continuación una comparación gráfica de la distribución de tensiones empleando ambos procedimientos de cálculo.

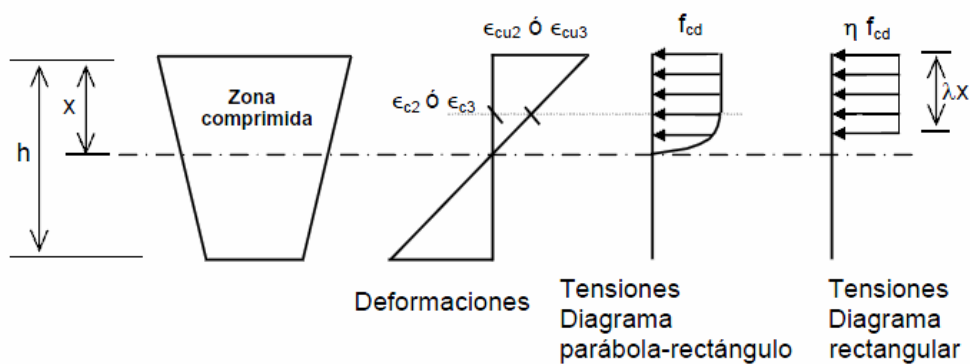


Figura 14. Diagrama de tensiones normales en la zona comprimida según los diagramas parábola-rectángulo y rectangular

### Diagrama bilineal

El EC-2 (1992) propone una relación tensión-deformación simplificada mediante un comportamiento bilineal, compatible con la formulación del modelo rectangular, tomando como valores de deformación la máxima a compresión simple  $\varepsilon_{c3}$  y deformación máxima por flexión  $\varepsilon_{cu3}$ , según refleja el diagrama y la formulación siguiente.

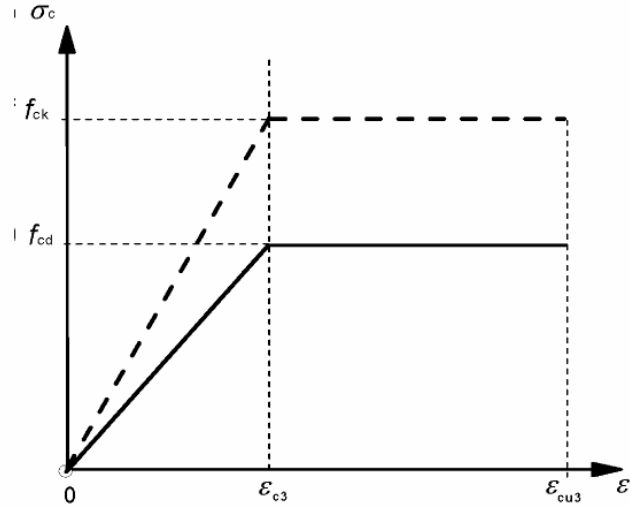


Figura 15. Diagrama bilineal tensión deformación, según la EC-2 (1992)

$$\varepsilon_{c3}(\text{‰}) = \begin{cases} 1.75 & \text{si } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \\ 1.75 + 0.55 \left( \frac{f_{ck} - 50}{40} \right) & \text{si } f_{ck} > 50 \text{ MPa} \end{cases} \quad (18)$$

$$\varepsilon_{cu3}(\text{‰}) = \begin{cases} 3.5 & \text{si } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \\ 2.6 + 3.5 \left( \frac{90 - f_{ck}}{100} \right)^4 & \text{si } f_{ck} > 50 \text{ MPa} \end{cases} \quad (19)$$

#### 2.2.1.3 Comportamiento del hormigón a tracción

El hormigón es un material con una baja resistencia a tracción que rompe bajo tensiones muy pequeñas  $f_{ct}$ ; sin embargo, superando dicha tensión de tracción y tras la fisuración de la pieza, el hormigón sigue aportando una resistencia a tracción que no resulta despreciable.

Entre las fisuras surgidas en la pieza existen zonas traccionadas de hormigón aún no fisurada, que mantiene un régimen elástico de deformación y que contribuyen considerablemente a

la rigidez de la pieza gracias a la adherencia con el acero, que transmite progresivamente sus tracciones al hormigón desde el labio de la fisura.

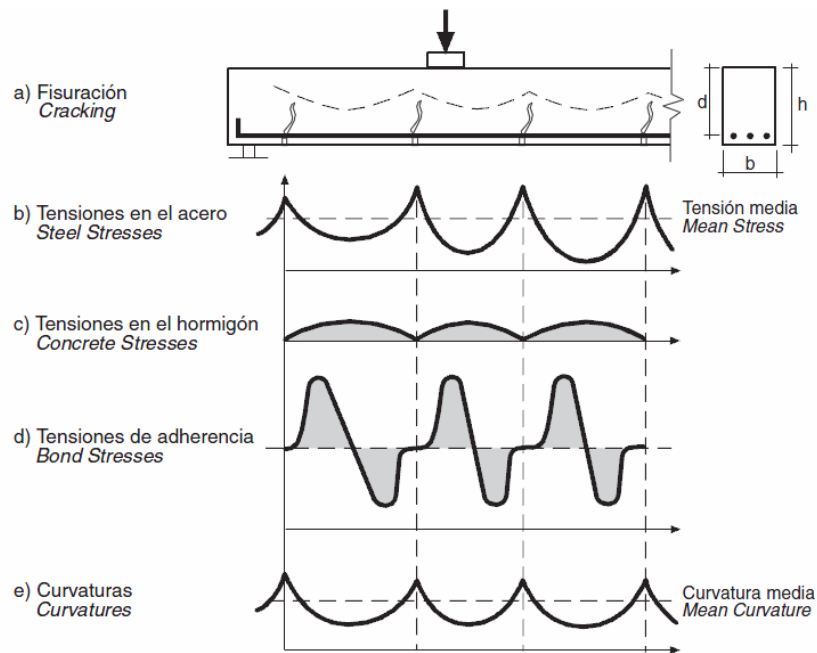


Figura 16. Distribución de tensiones y curvatura en un elemento fisurado. Doñate, A. et al (2003)

Hernández Montes, E. y Gil Martín L.M. (2007) reflejan como sigue el diagrama axil-deformación de una sección transversal constituida por un cuadrado de hormigón con una barra de acero situada en el centro, considerando mediante línea discontinua la contribución del acero en la deformación media experimentada por la barra (conjunto hormigón-acero).

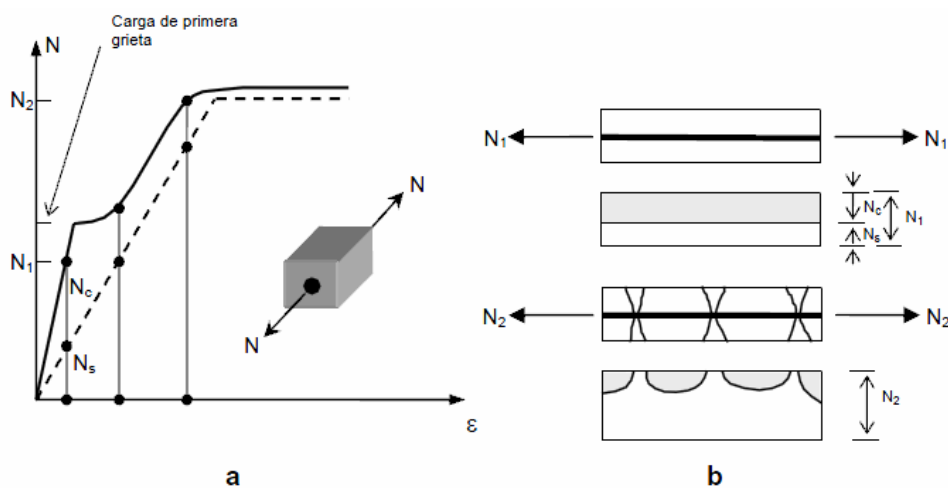


Figura 17. Contribución del hormigón a tracción. Hernández Montes, E. y Gil Martín L.M. (2007)

Justo antes de que se forme la primera grieta, la tensión del hormigón es de  $f_{ct}$  y la deformación  $\varepsilon_{ct}$ , cuando se forma la primera grieta la tensión media de tracción en el hormigón disminuye y decrecerá a medida que aumentan el espesor o el número de las fisuras.

Sin embargo, la deformación total experimentada por la barra de acero, aún cuando existan numerosas grietas, es menor que la que experimentaría la barra aislada.

Vecchio, F.J., y Collins, M.P. (1986) proponen el siguiente diagrama y la siguiente ecuación para el comportamiento del hormigón fisurado.

$$\sigma_2 = f_{2,\max} \left[ 2 \left( \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_{c1}} \right) - \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \right)^2 \right] \quad (20)$$

Donde

$$f_{2,\max} = \frac{f_c}{0.8 + 170\varepsilon_1} \leq f_c \quad (21)$$

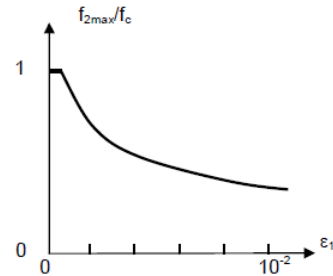


Figura 18. Tensión máxima del hormigón agrietado Vecchio, F.J., y Collins, M.P. (1986)

La Teoría Modificada del Campo de Compresiones, TMCC, basada en la relación tensión-deformación del hormigón a tracción planteada por Collins M.P. y Mitchell D. (1991), contempla la formulación y diagrama siguiente:

$$\sigma_{ct} = \alpha_1 \alpha_2 \frac{f_{ctm}}{1 + \sqrt{500 \cdot \varepsilon_c}} \quad \text{si } \varepsilon_{ctm} \leq \varepsilon_c < 0$$

$$E_c \cdot \varepsilon_c \quad \text{si } \varepsilon_c < \varepsilon_{ctm}$$

Donde  $\varepsilon_{ctm}$  es la deformación unitaria correspondiente a  $f_{ctm}$ , y  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  serían:

$\alpha_1$  Coeficiente adherencia acero-hormigón

- 1.0 para barras corrugadas
- 0.7 para barras lisas, cables y cordones
- 0 para barras sin adherencia

$\alpha_2$  Coeficiente en función del tipo de carga

- 1.0 para carga no cíclica
- 0.7 para carga de duración o repetitivas

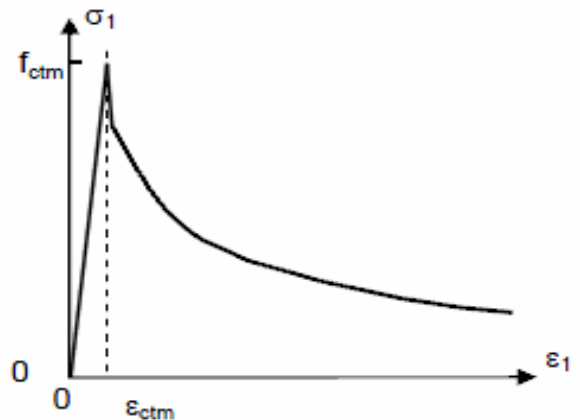


Figura 19 Relación tensión-deformación medida para el hormigón en tracción

Bentz E. (2005) propone una formulación para el comportamiento a tracción del hormigón basada en el área de hormigón que afecta a la barra de acero, equivalente a 7,5 veces el diámetros en torno a la barra.

$$\text{Resistencia a tracción } \sigma_{ct} = \frac{f_{ctm}}{1 + \sqrt{3.6M\varepsilon_1}} \quad (23)$$

$$\text{Donde } M = \frac{A_c}{\sum d_b \pi} \quad (24)$$

Siendo  $d_b$  el diámetro de la barra y  $A_c$  el área de hormigón perpendicular a la barra que la afecta.

#### 2.2.1.4 Modelo tensión-deformación considerado a efectos de cálculo

El procedimiento de cálculo no lineal desarrollado en la presente tesis doctoral se ha basado en el modelo parábola rectángulo definido anteriormente, tomando para la relación tensión deformación del hormigón traccionado el modelo considerado por Collins M.P. y Mitchell D. (1991), y los valores de  $n$ ,  $\varepsilon_{c1}$  y  $\varepsilon_{cu1}$  establecidos por la Instrucción Española.

A continuación se ofrecen las ecuaciones constitutivas y diagrama tensión deformación para un hormigón de HA-30, calculada mediante el programa de cálculo matemático Mathcad 14.

$$\sigma_c(\varepsilon_c) = \begin{cases} E_c \cdot \varepsilon_c & \text{si } \varepsilon_{ctm} \leq \varepsilon_c < 0 \\ -\alpha_1 \alpha_2 \frac{f_{ctm}}{1 + \sqrt{500 \cdot (-\varepsilon_c)}} & \text{si } \varepsilon_c < \varepsilon_{ctm} \\ f_{cd} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \right)^n \right] & \text{si } 0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c1} \\ f_{cd} & \text{si } \varepsilon_{c1} \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu1} \end{cases} \quad (25)$$

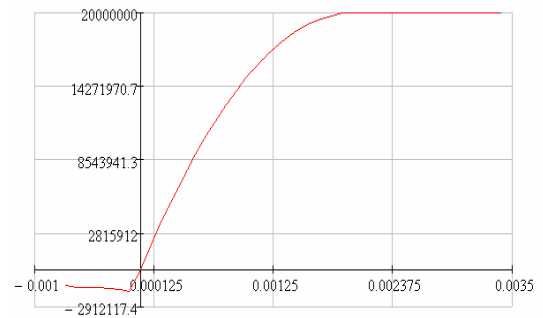


Figura 20. Modelo de diagrama tensión deformación empleado en la tesis

### 2.2.1.5 Confinamiento del hormigón

El hormigón tiene la capacidad de incrementar su carga a compresión si se le somete a una presión lateral de confinamiento.

En las piezas de hormigón, la armadura transversal compuesta por cercos o espirales, es la que proporciona el confinamiento ayudada por la armadura longitudinal. Por tanto, la tensión de confinamiento dependerá de la cuantía de armadura, la posición del hormigón y del axil.

De los estudios realizados por Mander J.B., Priestley, M.J.N. and Park, R. (1988), se desprende que las secciones de hormigón confinadas ofrecen una resistencia superior que las secciones convencionales, aumentando el momento último o de rotura, la capacidad de deformación última a flexión y compresión, y la tensión asociada a dichas deformaciones.

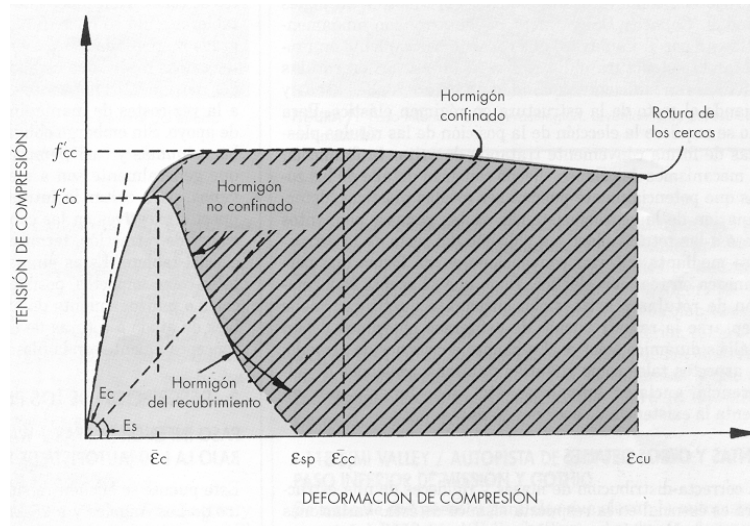


Figura 21. Modelo tensión deformación del hormigón confinado y no confinado Mander J.B. et al (1988)

Los valores de resistencia máxima  $f_{cc}$  y la deformación unitaria correspondiente  $\varepsilon_{cc}$  en función de la tensión de confinamiento  $\sigma_{conf}$  se pueden tomar, según Mander J.B. et al (1988) como:

$$\text{Resistencia máxima} \quad f_{cc} = f_c + k_1 \sigma_{conf} \quad (26)$$

$$\text{Deformación unitaria} \quad \varepsilon_{cc} = \varepsilon_{c0} \left( 1 + k_2 \frac{\sigma_{conf}}{f_c} \right) \quad (27)$$

Los coeficientes  $k_1$  y  $k_2$  de las expresiones anteriores dependen de la presión lateral y del tipo de hormigón. Richart (1928) obtuvo experimentalmente  $k_1 = 4.1$  y  $k_2 = 5 k_1$ .

Actualmente el uso del confinamiento se ha generalizado y existen formulaciones en las distintas normativas para poder considerarlo de forma segura.

La Instrucción Española emplea la siguiente ecuación para calcular la resistencia del hormigón confinado:

$$f_{ccd} = f_{cd} (1 + 1.5\alpha \cdot \omega_w) \quad (28)$$

Donde  $\omega_w$  es la cuantía mecánica de los cercos y  $\alpha$  es un parámetro que tiene en cuenta la disposición de la armadura transversal y su efectividad.

La deformación máxima del hormigón confinado puede calcularse de acuerdo a la siguiente expresión propuesta en el EC-2 (1992).

$$\varepsilon_{ccu} = \varepsilon_{cu} + 0.1\alpha \cdot \omega_w \quad (29)$$

En secciones sometidas a flexo-compresión, generalmente estructuras verticales, pilares, muros y pantallas, el momento último que resiste la pieza depende del par flector-axil, concepto que se analizará más adelante.

Ambos esfuerzos crecen mientras la rotura es dúctil, disminuyendo posteriormente el momento flector a medida que aumenta el esfuerzo axil.

La ductilidad de una sección está relacionada con la capacidad de deformación de la armadura de tracción más allá del punto de inicio de la plastificación, pudiendo aumentarse de varias formas, reduciendo las tensiones de compresión en el hormigón, lo que se puede conseguir incrementando el canto útil de la pieza, disponiendo más armadura de compresión, o aumentando la anchura del bloque comprimido de la pieza; disponiendo armaduras de acero con características especiales de ductilidad; o aumentando la resistencia y la capacidad de deformación última del hormigón, efecto que puede lograrse mediante el confinamiento del material.

Según Pérez Caldentey, A. (2013), sin confinamiento se puede producir una importante pérdida de capacidad portante por efecto de las deformaciones impuestas, sin embargo para axiles pequeños y una armadura transversal pequeña, estos problemas desaparecen cuando se considera el confinamiento al que dan lugar los cercos.

## 2.2.2 MODELOS TENSIÓN DEFORMACIÓN PARA EL ACERO

Para el cálculo de elementos de hormigón se puede emplear el diagrama tensión-deformación del acero de armaduras pasivas obtenido a partir de datos experimentales, o bien los diferentes diagrama propuestos por la ACI-318, EC-2 o la Instrucción Española, entre otros.

El diagrama de la figura siguiente extraído del EC-2 refleja dos posibles modelos de cálculo:

- **Idealizado**, formado por una rama superior inclinada con una tensión máxima de  $kf_{yk}$  y una deformación correspondiente  $\varepsilon_{uk}$ , siendo  $k$  la relación entre la tensión máxima y el límite elástico con valor comprendido entre 1,05 y 1,35 según el EC-2, y  $f_{yk}$  el límite **elástico** o tensión de cedencia del acero.
- **De cálculo**, formado por una rama horizontal, cuyo límite de alargamiento no requiere comprobación según el EC-2 y la ACI-318, definida por una tensión máxima  $f_{yk} / \gamma_s$ , siendo  $\gamma_s$  el coeficiente de seguridad para el cálculo del acero; o una rama superior inclinada cuya tensión máxima sería  $kf_{yk} / \gamma_s$  con una deformación correspondiente  $\varepsilon_{uk}$ .

En ambos casos la tensión de plastificación del material corresponde al límite elástico  $f_{yk}$  o resistencia de cálculo  $f_{yk} / \gamma_s$ , siendo la deformación asociada el resultado de dividir ambos valores de resistencia entre el módulo elástico del material.

La EHE adopta para  $\varepsilon_{ud}$  el valor de 0.01 permitiendo llegar a 0.02 para aceros del tipo SD. En el caso de adoptar como diagrama de diseño el correspondiente a la línea superior horizontal el EC-2 al igual que la ACI-318 no limita la deformación del acero.



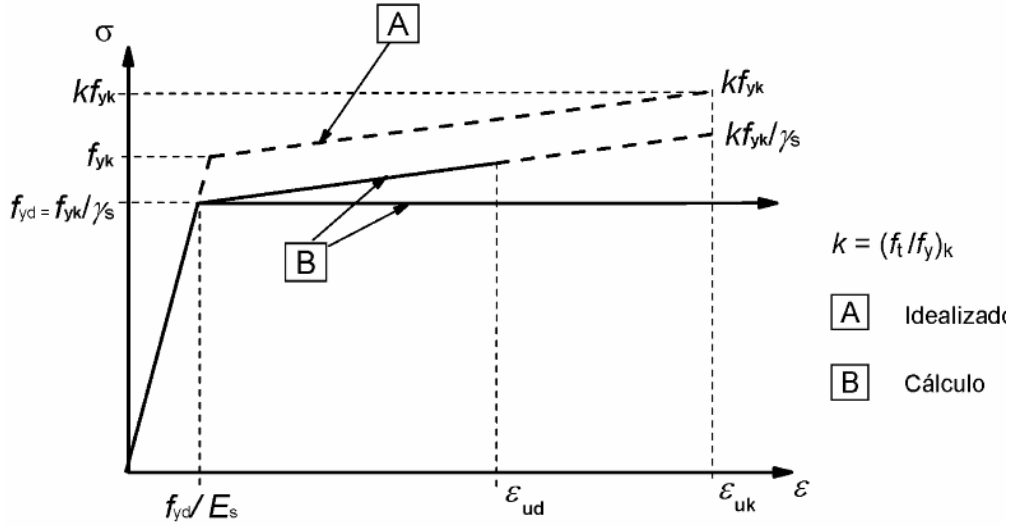


Figura 22. Diagrama idealizados y de cálculo de tensión deformación para acero de armaduras pasivas en tracción y compresión, según EC-2

El procedimiento de cálculo no lineal desarrollado en la presente tesis doctoral se ha basado en un bilineal, sin endurecimiento y simétrico, es decir se considera la misma expresión a tracción y a compresión, según el siguiente sistema de ecuaciones constitutivas:

$$(30) \quad \sigma_s(\varepsilon_s) = \begin{cases} f_{yd} & \text{si } \varepsilon_s \geq \frac{f_{yd}}{E_s} \\ E_s \cdot \varepsilon_s & \text{si } -\frac{f_{yd}}{E_s} < \varepsilon_s < \frac{f_{yd}}{E_s} \\ 0 & \text{si } -\varepsilon_{su} > \varepsilon_s > \varepsilon_{su} \\ -f_{yd} & \text{si } \varepsilon_s \leq -\frac{f_{yd}}{E_s} \end{cases}$$

Siendo  $\varepsilon_{su} : 0.01$

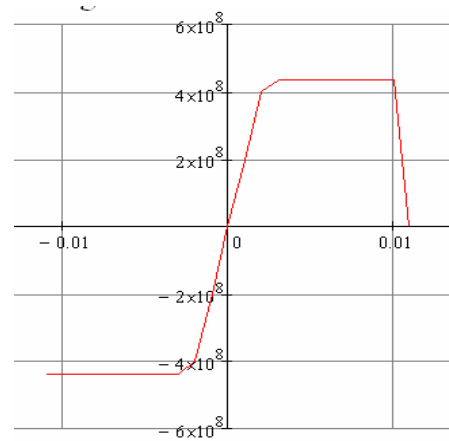


Figura 23. Diagrama tensión deformación para acero

### 2.3 ANÁLISIS DE LA SECCIÓN A FLEXIÓN

A lo largo del proceso de carga y por tanto, del proceso de deformación de una sección de hormigón armado, la pieza pasa por tres estadios diferentes antes de la rotura: fase de prefisuración elástica y lineal, fase de fisuración elástica no lineal, y fase de prerrotura, reflejadas gráficamente en la figura siguiente.

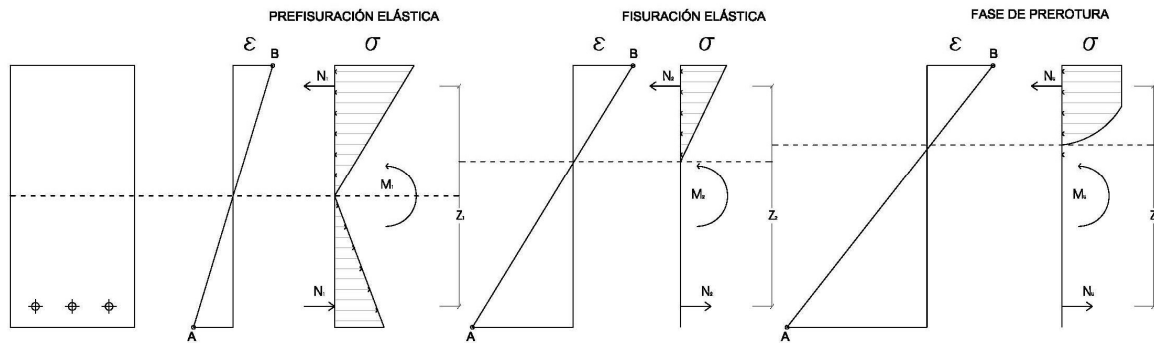


Figura 24. Tensiones y deformaciones a lo largo del proceso de carga, prefisuración elástica, fisuración elástica y fase de prerrotura.

Si se toma como ejemplo una viga simplemente apoyada sometida a una carga continua  $Q$  creciente, se podrían definir los estadios anteriores como sigue:

#### Fase 1 de prefisuración

Comprende desde un valor de carga nulo hasta un valor de carga que genera en la fibra más traccionada una tensión igual a la resistencia a tracción del hormigón  $f_{ct,m}$ , y un momento flector conocido como **momento de fisuración** " $M_{fis}$ ", que responde a la siguiente expresión, donde  $W$  es el módulo resistente a tracción de la sección.

$$M_{fis} = f_{ct,m} \cdot W, \text{ siendo } f_{ct,m} = 0.30 \sqrt{f_{ck}}^2 \quad (31)$$

En esta fase el módulo de deformación longitudinal del hormigón es  $E_{cm}$ , y el momento de inercia, será el correspondiente a la inercia bruta de la sección. Se tiene por tanto una relación lineal entre el momento flector y la curvatura de la sección.

### Fase 2.1 de fisuración elástica lineal

En esta fase el hormigón a tracción se ha fisurado, por lo que su resistencia a tracción se reducirá a la colaboración del hormigón entre fisuras, según Collins M.P. y Mitchell D. (1991), TMCC, Bentz E. (2005), trasladándose la practica totalidad de la resistencia a tracción al acero, que incrementa su deformación.

El momento de inercia en las secciones fisuradas se ha reducido respecto a la fase anterior, por lo que aumenta la curvatura de la sección para un mismo momento flector, equivalente al momento de fisuración.

En esta fase la relación momento curvatura sigue siendo lineal, manteniéndose un módulo de deformación longitudinal del hormigón  $E_{cm}$ , en el que las tensiones de los materiales vendrán definidas por las siguientes expresiones:

$$\text{Tensión de compresión en el hormigón} \quad \sigma_c = \frac{M \cdot x_f}{I_f} \quad (32)$$

$$\text{Tensión de tracción en el acero} \quad \sigma_s = n \frac{M(d - x_f)}{I_f} \quad (33)$$

Esta fase elástica mantendrá una ley de distribución de tensiones lineal que cumplirá la ley Navier  $\sigma = M_y / I$ , hasta que la tensión del hormigón en la fibra superior alcance su valor  $\sigma_E$  equivalente al 40% de la resistencia característica, a partir de la cual desaparece su linealidad, o la tensión del acero alcance su límite elástico  $f_y$ , momento a partir del cual el acero plastificará.

### Fase 2.2 de fisuración elástica no lineal

En esta fase el hormigón ha alcanzado una tensión superior a su valor  $\sigma_E$ , por lo que tomará un comportamiento elástico no lineal en el que el diagrama de tensiones se curva.

### Fase 3 de prerrotura, fisuración plástica

En esta fase el acero y/o el hormigón han alcanzado una deformación equivalente a la plastificación del material, tras haberse alcanzado el límite elástico y/o la resistencia característica respectivamente, o sus correspondientes valores de cálculo, según se empleen o no los coeficientes de minoración de resistencias.

En esta fase se pueden dar dos posibles situaciones:

- El acero ha alcanzado su plastificación y el hormigón se encuentra aún en fase elástica, lo que implicará que la rotura se produzca por plastificación del acero.
- El hormigón ha entrado en fase plástica y el acero mantiene un comportamiento elástico, lo que implicará que la rotura se produzca por la compresión del hormigón.

#### **Fase 4 de rotura**

Esta fase corresponde al agotamiento de la sección que puede producirse por la rotura a compresión del hormigón, correspondiente a una deformación del 0.35%, y/o la rotura a tracción del acero, correspondiente a una deformación del 1%.

Puede que la viga no pase por todas estas fases, ya que en una viga poco armada el acero puede romper antes de que el hormigón alcance tensiones elevadas, en este caso la rotura se produciría entre las fases de fisuración elástica y de prerrotura.

#### **2.3.1.1 Tipos de rotura en flexión**

##### **1. Rotura dúctil**

Se produce si el acero plastifica antes del que el hormigón haya alcanzado la deformación de agotamiento a compresión  $\varepsilon_{c1}$ .

En este caso la curvatura aumenta considerablemente a partir de la plastificación del acero, ofreciendo a la estructura una gran capacidad de deformación antes de su rotura, que vendrá caracterizada por la aparición de grandes deformaciones y numerosas fisuras.

En este caso el aumento admisible del momento flector desde la plastificación hasta la rotura es reducido, puesto que el incremento de tensión admisible en la armadura traccionada resulta prácticamente nulo.

##### **2. Rotura frágil**

Tiene lugar cuando el hormigón comienza a plastificar habiendo alcanzado su deformación última por compresión antes de que el acero haya plastificado. En este caso existe aún capacidad para asumir un incremento de momento flector desde el momento de plastificación hasta la rotura, puesto que el acero aún puede asumir un importante incremento de tensiones.

### 3. Rotura crítica

Se trata de un caso particular en el que se produce de forma simultánea la rotura de la sección por plastificación del acero y compresión del hormigón, siendo las tensiones equivalentes el límite elástico del acero y la resistencia característica del hormigón simultáneamente.

Los gráficos siguientes reflejan los diagramas tensión-deformación de secciones dúctiles y frágiles, donde  $M_{fis}$  sería el momento flector que provoca la fisuración del hormigón a tracción,  $M_y$  el máximo momento flector asociado al comportamiento elástico lineal,  $M_p$  el máximo flector asociado al régimen elástico no lineal y por tanto al comienzo de la plastificación, y  $M_u$  el flector que provoca la rotura de la sección.

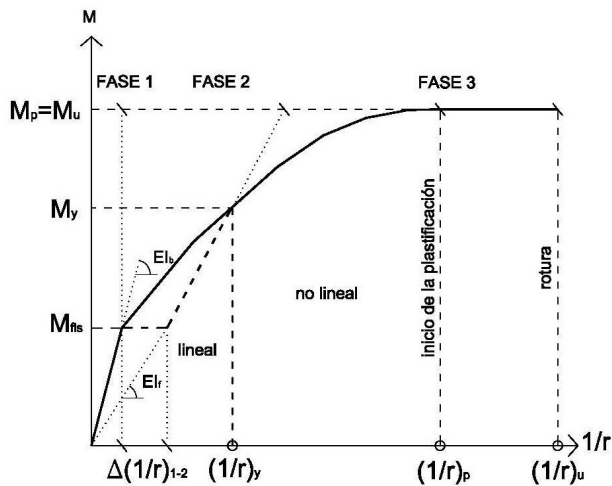


Figura 25. Diagrama momento - curvatura de piezas con rotura dúctil.

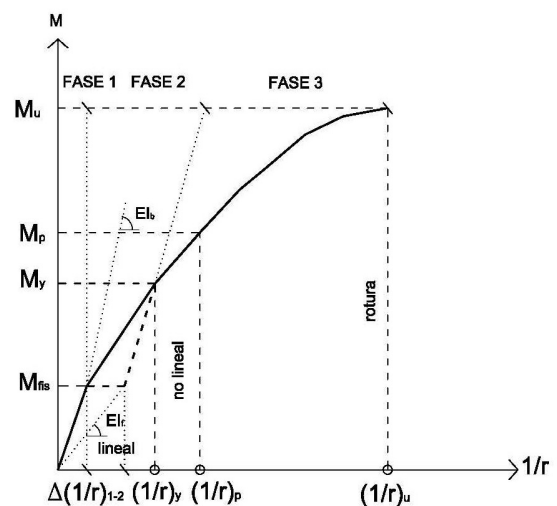


Figura 26. Diagrama momento - curvatura para de piezas con rotura frágil.

De la figura 56 se deduce que el momento plástico es similar al momento último, es decir, que a pesar de que la sección no admita mayores esfuerzos, puede seguir deformándose hasta su rotura dúctil por la plastificación del acero.

De la figura 57 se deduce que para secciones con rotura frágil la fase elástica se acorta, y que la curvatura última resulta inferior la obtenida en piezas de rotura dúctil al tratarse de secciones sin capacidad de deformación, cuya rotura se producirá sin aviso previo, con pocas deformaciones y pocas fisuraciones.

### 2.3.2 HIPÓTESIS DE CÁLCULO

Las hipótesis fundamentales para el estudio del hormigón a nivel sección son la hipótesis de las secciones planas o de Bernouilli, que relacionan la compatibilidad de las deformaciones de los materiales en la pieza, y las leyes de equilibrio de esfuerzos, es decir el equilibrio entre las resultantes de las tensiones de hormigón y del acero y los esfuerzos exteriores.

#### 2.3.2.1 Hipótesis de las secciones planas o de Bernouilli

Se admite que las deformaciones normales a la sección siguen una ley plana, es decir, que una rebanada de la sección seguirá siendo plana tras su deformación. De este modo, conocidas las deformaciones de dos puntos cualesquiera de la sección, queda definida la distribución de tensiones y deformaciones en toda la rebanada.

Para ello se pueden emplear dos procedimientos:

1. El cálculo de las deformaciones en las caras superior e inferior de la sección  $\varepsilon_{\text{inf}}$  y  $\varepsilon_{\text{sup}}$
2. El cálculo de la deformación en el centro de gravedad  $\varepsilon_{\text{cdg}}$  y la curvatura  $\phi$  o rotación experimentada por la sección por unidad de longitud, según la figura siguiente.

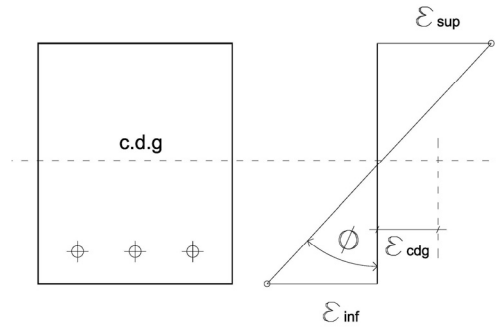


Figura 27. Distribución de deformaciones

Al conocerse las deformaciones en dos fibras de la sección así como una ley de variación lineal, las deformaciones en todas las fibras de la sección quedan definidas como sigue:

$$\phi(x) = \frac{\varepsilon_c}{x} = \frac{\varepsilon_y}{x-y} = \frac{\varepsilon_{s1}}{x-d} = \frac{\varepsilon_{s2}}{x-d'} \quad (34)$$

Donde  $\varepsilon_c$  sería la deformación del hormigón en la fibra superior de la sección,  $\varepsilon_y$  la deformación en cualquier fibra de la sección,  $\varepsilon_{s1}$  la deformación de la armadura traccionada,  $\varepsilon_{s2}$  la deformación de la armadura comprimida,  $x$  la profundidad de la fibra neutra,  $\phi(x)$  la rotación experimentada por la sección, e "y" la distancia desde la fibra superior a cualquier punto de la sección.

### 2.3.2.2 Equilibrio de esfuerzos

Para cualquier sección debe de haber equilibrio entre las resultantes de las tensiones de hormigón y acero y los esfuerzos exteriores.

Una sección simétrica respecto al plano de sección sometida a tracción simple o compuesta, flexión simple o compuesta, o compresión simple o compuesta, responderá a las siguientes ecuaciones de equilibrio:

#### Equilibrio de axiles

$$N_u = N_c + A_{s1} \cdot \sigma_{s1} + A_{s2} \cdot \sigma_{s2} \quad (35)$$

#### Equilibrio de momentos

$$\text{Flexión positiva} \quad M_u = M_c + A_{s1} \cdot \sigma_{s1} \cdot \left( \frac{h}{2} - d \right) + A_{s2} \cdot \sigma_{s2} \cdot \left( \frac{h}{2} - d' \right) \quad (36)$$

$$\text{Flexión negativa} \quad M_u = M_c + A_{s1} \cdot \sigma_{s1} \cdot \left( \frac{h}{2} - d' \right) + A_{s2} \cdot \sigma_{s2} \cdot \left( \frac{h}{2} - d \right) \quad (37)$$

Donde

$$N_c \quad \text{Resultante del hormigón comprimido} \quad N_c = \int_0^h \sigma_c \cdot b \cdot dy \quad (38)$$

$$M_c \quad \text{Flector generado por la resultante } N_c \quad M_c = \int_0^h \sigma_c \cdot b \cdot \left( \frac{h}{2} - y \right) \cdot dy \quad (39)$$

$A_{s1} \cdot \sigma_{s1}$  Resultante de la armadura traccionada

$A_{s2} \cdot \sigma_{s2}$  Resultante de la armadura comprimida

$h$  Canto de la sección

$d$  Canto útil de la sección

$d'$  Recubrimiento mecánico de la sección

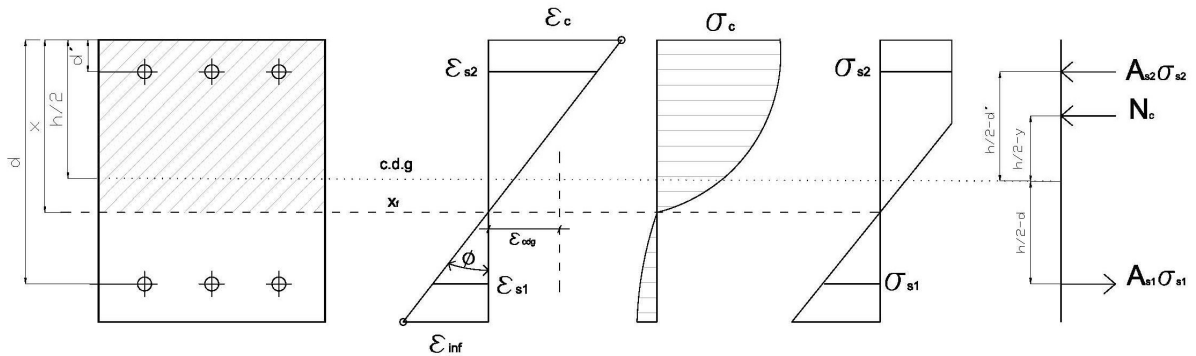


Figura 28. Condiciones de equilibrios de una sección rectangular

### 2.3.3 DOMINIOS DE DEFORMACIÓN

Una sección de hormigón puede agotarse por solicitaciones normales siguiendo distintos planos de deformación que van desde la tracción pura a la compresión pura.

La Instrucción Española, el Eurocódigo 2 o la ACI Americana describen toda una serie continua de planos de deformación que producen el agotamiento de la sección, divididos en lo que se denominan dominios de rotura, que a su vez se encuentran limitados por planos de rotura.

El Eurocódigo 2 y la EHE considera que la deformación última de agotamiento del hormigón a compresión es diferente en situación de flexo-compresión que en compresión pura, debido a esto aparece el plano de agotamiento de deformación constante  $\varepsilon_{c2}$  o  $\varepsilon_{c3}$ , según se considere el modelo parábola-rectángulo o el modelo rectangular del hormigón respectivamente.

Establecen por tanto tres puntos por los que pivotan los diferentes planos de deformación: pivote A, correspondiente a la deformación última del acero en tracción; pivote B, para la deformación última del hormigón en compresión con flexión y pivote C para la deformación última del hormigón en compresión pura.

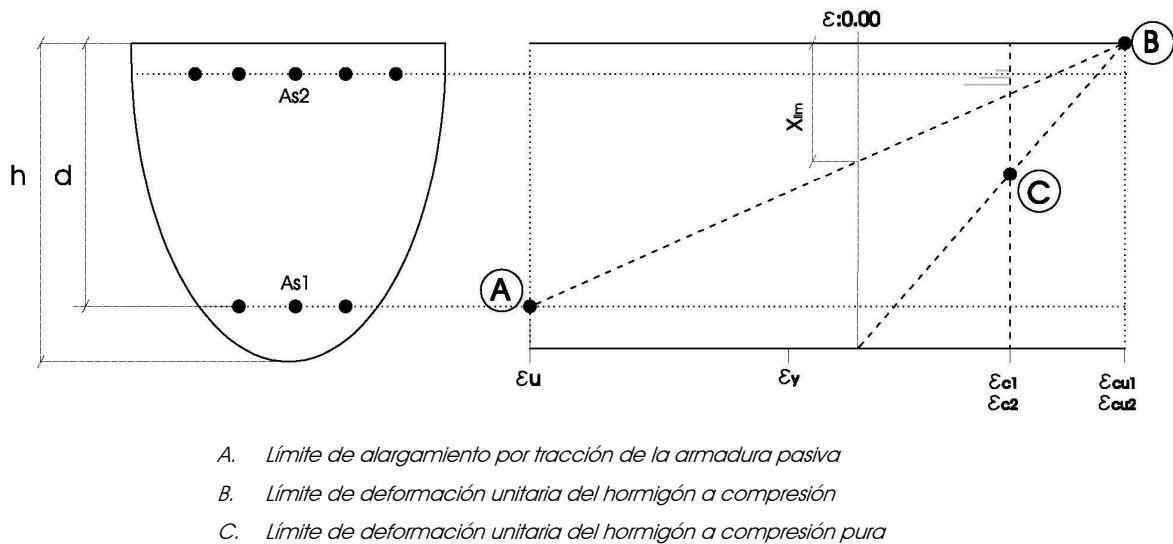
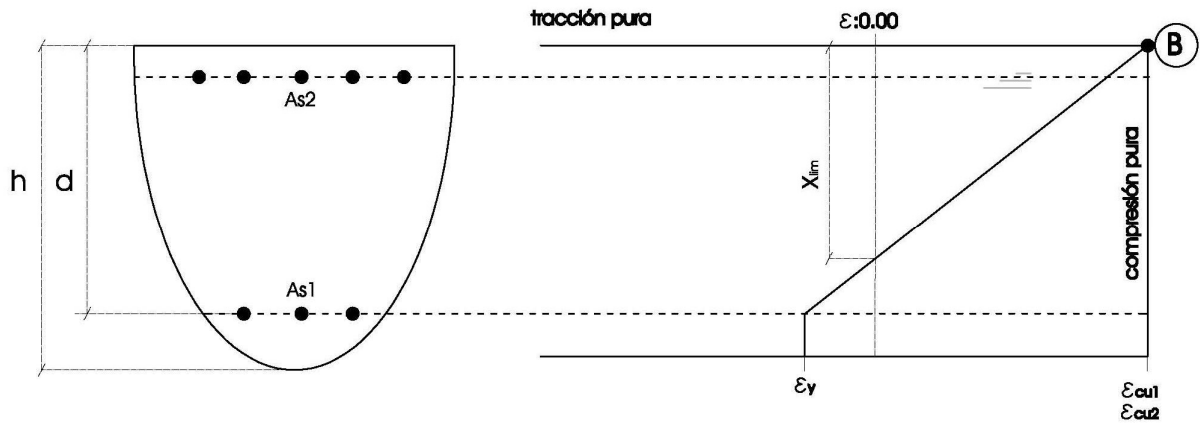


Figura 29. Distribuciones posibles del alargamiento y de la deformación unitaria en ELU. EC-2 y EHE

La norma ACI-318 es más sencilla y considera que la rotura se produce únicamente por agotamiento del hormigón a compresión, por lo que todos los planos de rotura pasan por un único pivote, punto B de la figura siguiente.

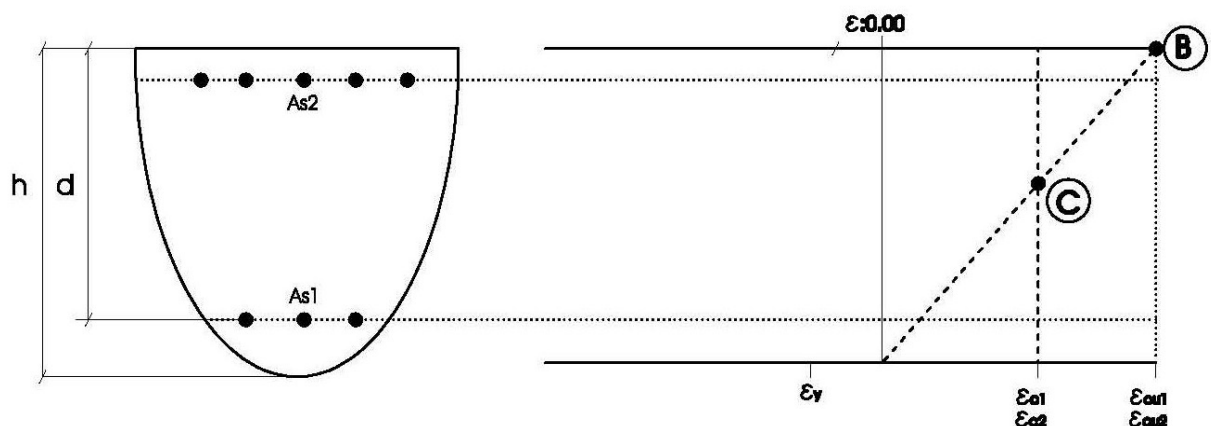




B. Límite de deformación unitaria del hormigón a compresión

Figura 30. Deformaciones de rotura según la ACI-318-08

En el caso de que se considere para el acero un modelo bilineal sin endurecimiento, el Eurocódigo 2 permite, como la norma ACI- 318, no limitar la deformación del acero a tracción, de tal modo tendremos:



B. Límite de deformación unitaria del hormigón a compresión

C. Límite de deformación unitaria del hormigón a compresión pura

Figura 31. Diagrama de dos pivotes

### 2.3.3.1 Definición de los dominios de deformación

Si se considera el diagrama de pivotes establecido por la Instrucción Española para la definición geométrica y matemática de los siguientes dominios de deformación:

### Dominio 1, tracción simple o compuesta

Toda la sección trabaja a tracción y las rectas de deformación giran alrededor del punto A correspondiente a un alargamiento de la armadura más traccionada del  $\varepsilon_{su} = 0.01$ , la deformación del hormigón es  $-\infty \leq \varepsilon_c \leq 0$ , y las ecuaciones de compatibilidad serían:

$$\frac{\varepsilon_c}{x} = \frac{\varepsilon_y}{y-x} = \frac{\varepsilon_{s2}}{x-d'} = \frac{\varepsilon_{su}}{d-x} \quad (40)$$

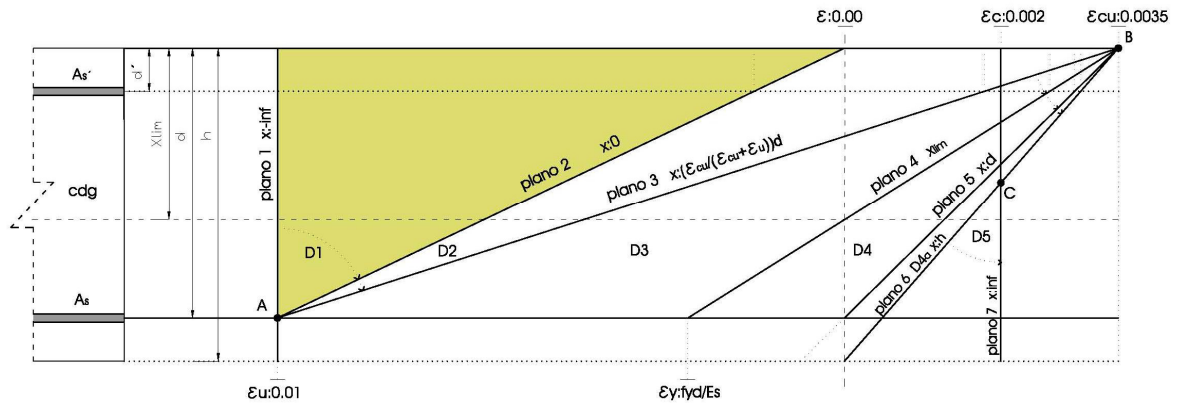


Figura 32. Dominio de deformación 1 definidos por los planos 1 y 2. EHE

### Dominio 2, flexión simple o compuesta.

Las rectas de deformación giran alrededor del punto A correspondiente a un alargamiento de la armadura más traccionada del  $\varepsilon_u = 0.01$ , la deformación del hormigón varía entre  $0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu}$ , quedando las ecuaciones de compatibilidad como en el caso anterior:

$$\frac{\varepsilon_c}{x} = \frac{\varepsilon_y}{y-x} = \frac{\varepsilon_{s2}}{x-d'} = \frac{\varepsilon_{su}}{d-x} \quad (41)$$

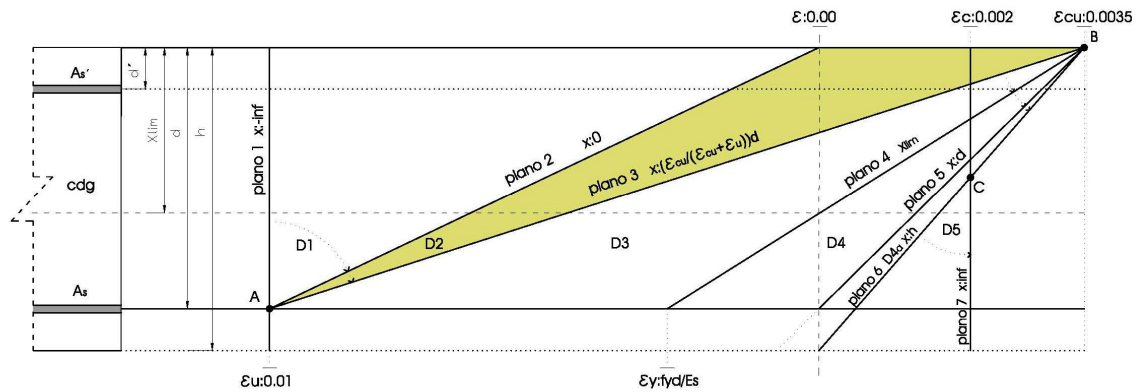


Figura 33. Dominio de deformación 2 definidos por los planos 2 y 3. EHE

### Dominio 3, flexión simple o compuesta

Las rectas de deformación giran alrededor del punto B correspondiente a la deformación de rotura por flexión del hormigón  $\varepsilon_{cu}$ . El alargamiento de la armadura más traccionada está comprendido entre  $f_{yd} / E_s \leq \varepsilon_{s1} \leq \varepsilon_{su}$ , y las ecuaciones de compatibilidad serían

$$\frac{\varepsilon_{cu}}{x} = \frac{\varepsilon_y}{y-x} = \frac{\varepsilon_{s2}}{x-d'} = \frac{\varepsilon_{s1}}{d-x} \quad (42)$$

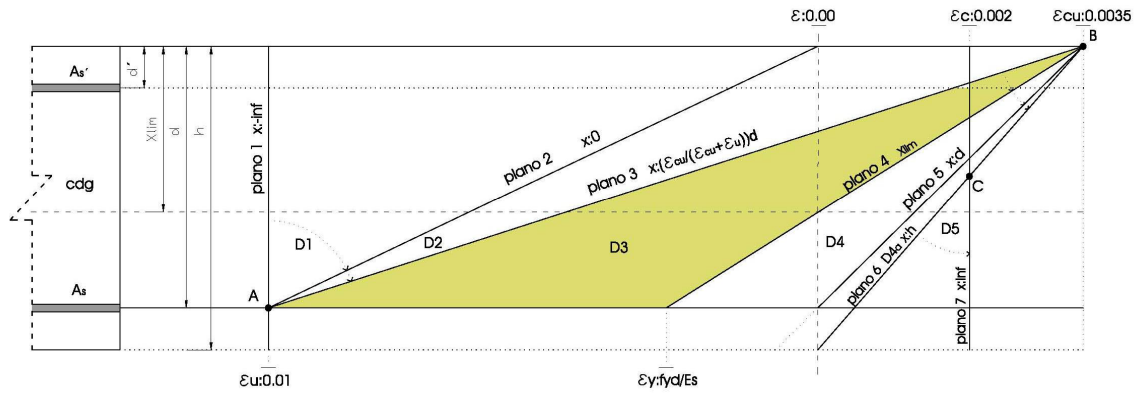


Figura 34. Dominio de deformación 3 definidos por los planos 3 y 4. EHE

### Dominio 4, flexión simple o compuesta

Las rectas de deformación giran alrededor del punto B. El alargamiento de la armadura más traccionada está comprendido entre  $0 \leq \varepsilon_{s1} \leq f_{yd} / E_s$ .

$$\frac{\varepsilon_{cu}}{x} = \frac{\varepsilon_y}{y-x} = \frac{\varepsilon_{s2}}{x-d'} = \frac{\varepsilon_{s1}}{d-x} \quad (43)$$

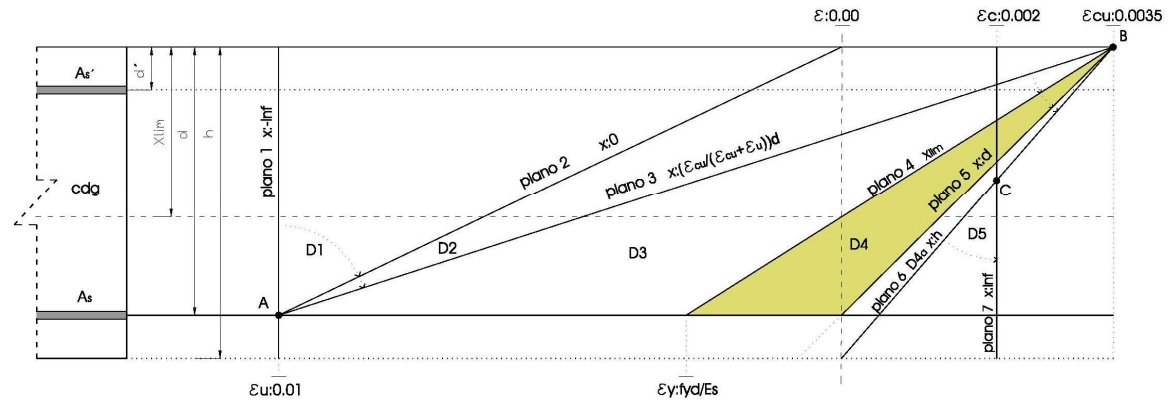


Figura 35. Dominio de deformación 4 definidos por los planos 4 y 5. EHE

### Dominio 4ª, flexión compuesta

Todas las armaduras están comprimidas y existe una pequeña zona de hormigón en tracción. Las rectas de deformación giran alrededor del punto B.

$$\frac{\varepsilon_{cu}}{x} = \frac{\varepsilon_y}{y-x} = \frac{\varepsilon_{s2}}{x-d'} = \frac{\varepsilon_{s1}}{d-x} \quad (44)$$

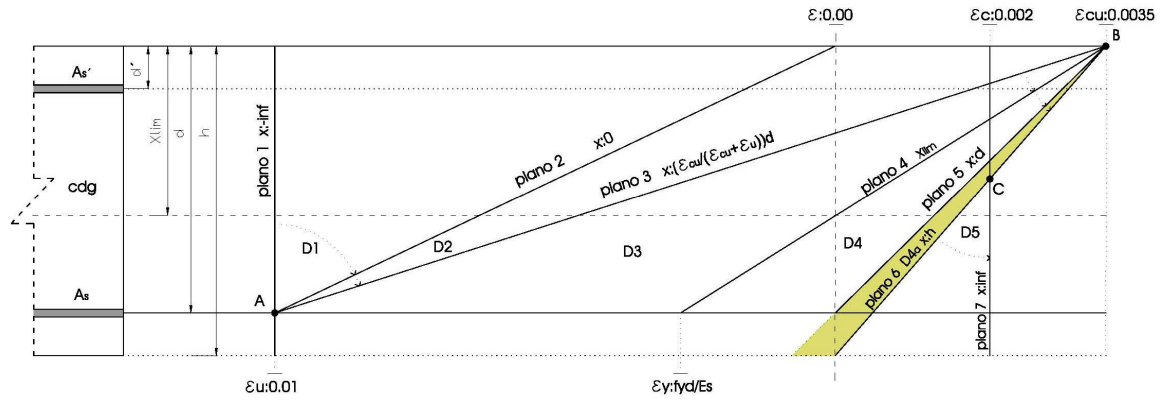


Figura 36. Dominio de deformación 4ª definidos por los planos 5 y 6. EHE

### Dominio 5, compresión simple o compuesta

Ambos materiales trabajan a compresión. Las rectas de deformación giran alrededor del punto C correspondiente a la deformación de rotura del hormigón por compresión  $\varepsilon_{c1}$ .

$$\frac{\varepsilon_{c1}}{x-3/7h} = \frac{\varepsilon_{s1}}{x-d} = \frac{\varepsilon_{s2}}{x-d'} \quad (45)$$

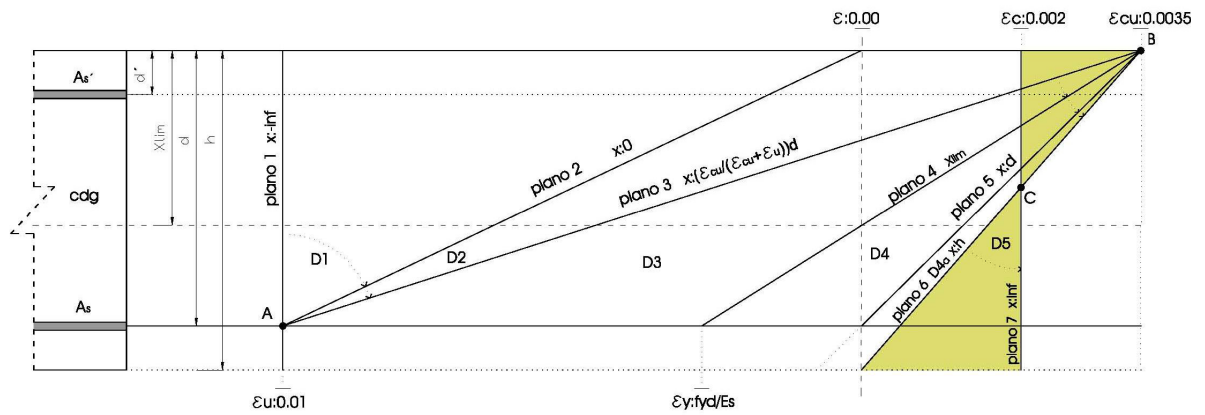


Figura 37. Dominio de deformación 5 definidos por los planos 6 y 7. EHE

### 2.3.3.2 Planos de rotura que definen los dominios de deformación.

Los dominios de deformación anteriormente descritos están definidos por los siguientes planos de rotura que los delimitan.

**Plano 1.** Toda la sección a tracción con una deformación de  $\varepsilon_{su}$  (10‰ según la EHE), lo que agota el acero a tracción. El hormigón ya se ha agotado antes a tracción. Este plano corresponde a la “tracción pura”.

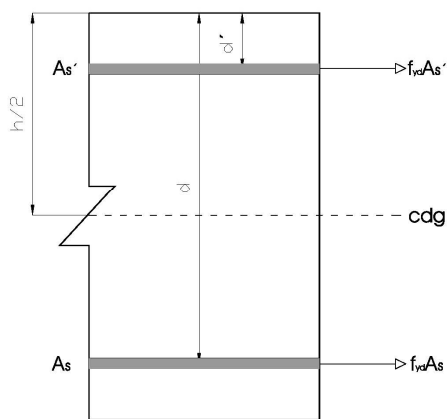


Figura 38. Plano de rotura 1

#### Deformación y tensión de los materiales

Deformación  $\varepsilon_{s1} = \varepsilon_{s2} = \varepsilon_u = 10\text{‰}$

Tensión  $\sigma_{s1} = \sigma_{s2} = f_{yd}$

Profundidad de la fibra neutra:

$$x = -\infty$$

**Plano 2.** El acero inferior está traccionado con una deformación  $\varepsilon_{su}$  (10‰ según la EHE) y la zona superior de la viga no presenta deformación. En este plano también agota al acero a tracción.

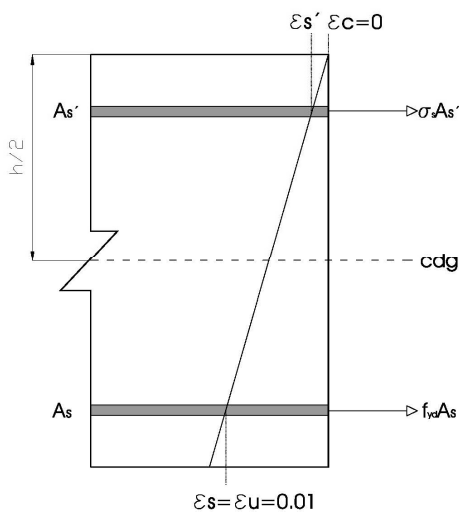


Figura 39. Plano de rotura 2

#### Deformación y tensión de los materiales

$$\frac{\varepsilon'_s}{d'} = \frac{\varepsilon_u}{h-d'} \rightarrow \varepsilon'_s = \frac{10\text{‰} d'}{h-d'}$$

$$\varepsilon_s = \varepsilon_u = 10\text{‰}$$

$$\sigma_{s2} = \varepsilon_{s2} E_s \leq f_{yd}$$

$$\sigma_{s1} = f_{yd}$$

Profundidad de la fibra neutra:

$$x = 0$$

**Plano 3.** El acero inferior está traccionado con una deformación  $\varepsilon_{su}$  y la zona superior de la viga está a compresión con una deformación de  $\varepsilon_{cu}$ . En este plano de deformación el acero agota a tracción y el hormigón agota a compresión.

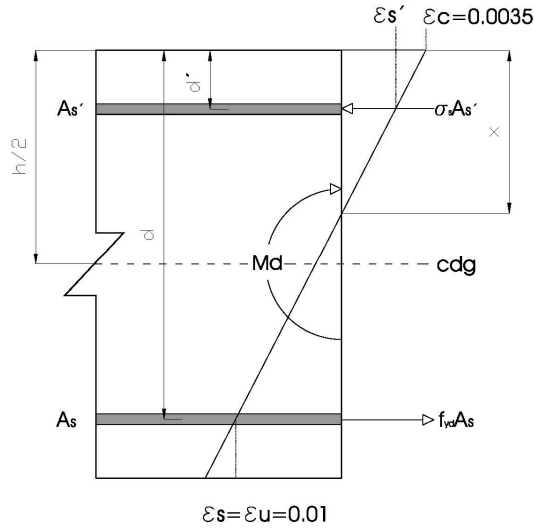


Figura 40. Plano de rotura 3

Deformación y tensión de los materiales

$$\frac{\varepsilon_{cu}}{x} = \frac{\varepsilon'_s}{x - d'} \rightarrow \varepsilon'_s = \frac{\varepsilon_{cu} (x - d')}{x}$$

$$\sigma'_s = \varepsilon'_s E_s$$

Profundidad de la fibra neutra:

$$x = \frac{d \cdot \varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{su} + \varepsilon_{cu}} \rightarrow x = 0.259d$$

**Plano 4.** El acero inferior está a tracción, con una deformación  $\varepsilon_s = f_{yd} / E_s$  y la fibra superior de la viga está a compresión con una deformación de  $\varepsilon_{cu}$ . En este plano de rotura la profundidad de la fibra neutra se denomina "profundidad límite"  $x_{lim}$ .

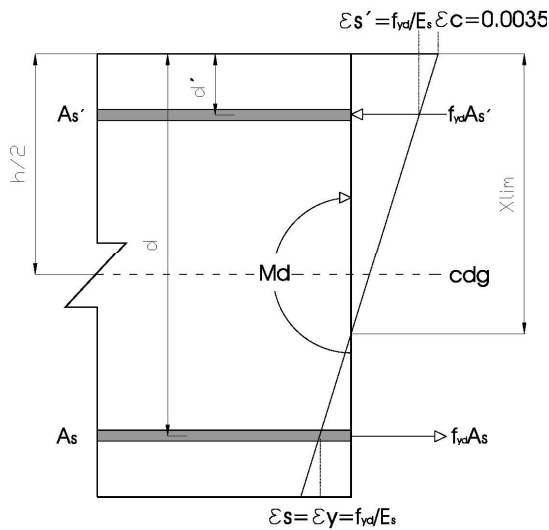


Figura 41. Plano de rotura 4

Deformación y tensión de los materiales

$$\frac{\varepsilon_{cu}}{x_{lim}} = \frac{\varepsilon'_s}{x_{lim} - d'} \rightarrow \varepsilon'_s = \frac{\varepsilon_{cu} (x_{lim} - d')}{x_{lim}}$$

$$\sigma'_s = \varepsilon'_s E_s \quad \text{no superior a } f_{yd}$$

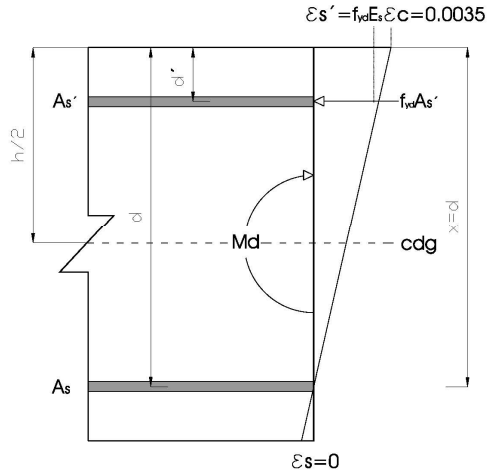
Profundidad de la fibra neutra:

$$\frac{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_y}{d} = \frac{\varepsilon_{cu}}{x_{lim}} \rightarrow x_{lim} = \frac{\varepsilon_{cu} \cdot d}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_y}$$

Siendo:

$$\varepsilon_y = \frac{f_{yd}}{E_s} \rightarrow \left[ \begin{array}{l} f_{yk} = 500 \text{ Mpa} \rightarrow \varepsilon_y = 0.0021 \rightarrow x_{lim} = 0.625d \\ f_{yk} = 400 \text{ Mpa} \rightarrow \varepsilon_y = 0.0016 \rightarrow x_{lim} = 0.679d \end{array} \right]$$

**Plano 5.** El acero inferior tiene tensión nula y la zona superior de la viga está a compresión con una deformación de  $\varepsilon_{cu}$ . La fibra neutra en este plano se sitúa al nivel del acero inferior.



Deformación y tensión de los materiales

$$\sigma_c = f_{cd}$$

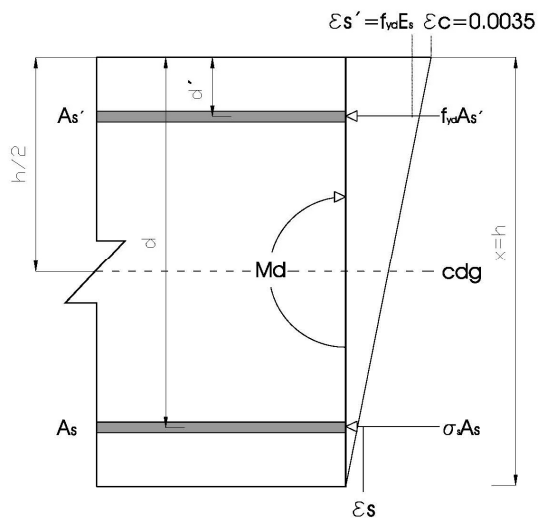
$$\sigma_s = 0$$

Profundidad de la fibra neutra:

$$X = d$$

Figura 42. Plano de rotura 5

**Plano 6.** La fibra inferior tiene tensión nula y la zona superior de la viga está a compresión con una deformación de  $\varepsilon_{cu}$ . La fibra neutra en este plano se sitúa en la fibra inferior de la viga.



Deformación y tensión de los materiales

$$\frac{\varepsilon_{cu}}{x} = \frac{\varepsilon_s}{d'} \rightarrow \varepsilon_s = \frac{d' \cdot \varepsilon_{cu}}{x}, \text{ donde } x = h$$

$$\sigma_s = \varepsilon_s E_s \quad \text{no superior a } f_{yd}$$

Profundidad de la fibra neutra:

$$X = h$$

Figura 43. Plano de rotura 6

**Plano 7.** La sección se agota a compresión pura, con una deformación a compresión para el acero y el hormigón igual a  $\varepsilon_{c1}$ .

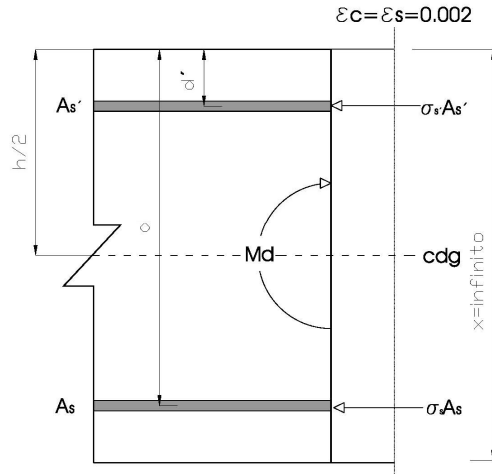


Figura 44. Plano de rotura 7

Deformación y tensión de los materiales

$$\sigma_s = \varepsilon_s E_s \rightarrow \sigma_s = \varepsilon_{c1} E_s \leq f_{yd}$$

$$\sigma_c = \varepsilon_c E_c \rightarrow \sigma_s = \varepsilon_{c1} E_c \leq f_{cd}$$

Profundidad de la fibra neutra:

$$x = \infty$$

Tomando una resistencia de compresión del hormigón inferior a  $50 \text{ N/mm}^2$ , se tendrá una deformación  $\varepsilon_{cu} = 0,0035$  y  $\varepsilon_{c1} = 0,002$ , así como una profundidad límite de la fibra neutra de  $x_{\text{lim}} = 0,625d$ .

Mediante la ley de compatibilidad de los materiales tendremos la siguiente definición de los dominios de deformación en función a la profundidad de fibra neutra.

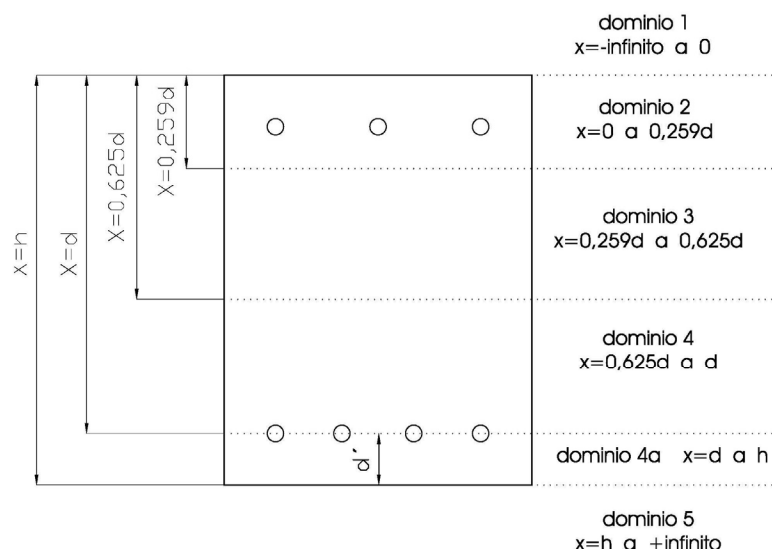


Figura 45. Dominios y planos de deformación de la sección de hormigón



### 2.3.3.3 Curvatura de la sección en rotura y tensiones asociadas.

La curvatura de una sección es la inclinación de su plano de deformaciones como consecuencia del giro sufrido tras la aplicación de un momento flector. Este giro  $\phi(x)$  será proporcional a la rigidez de la sección en el momento de la rotura,  $EI(x)$ , y dependerá de la profundidad de la fibra neutra para dicho plano de rotura  $x$ .

Según se ha expuesto los diferentes dominios de deformación pivotan alrededor de tres valores de deformación,  $\varepsilon_{su}$ ,  $\varepsilon_{cu}$ ,  $\varepsilon_{cl}$ , que corresponden respectivamente a la tracción simple o compuesta, flexión simple o compuesta, y compresión simple o compuesta.

De este modo se resuelve que la curvatura de la sección en función a la profundidad de la fibra neutra responde a la siguiente ley de comportamiento:

$$\phi(x) = \begin{cases} -\frac{\varepsilon_{su}}{x-d} & \text{si } -\infty \leq x \leq \frac{d \cdot \varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{su} + \varepsilon_{cu}} \\ \frac{\varepsilon_{cu}}{x} & \text{si } \frac{d \cdot \varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{su} + \varepsilon_{cu}} < x < h \\ \frac{\varepsilon_{cl}}{x-h\left(1-\frac{\varepsilon_{cl}}{\varepsilon_{cu}}\right)} & \text{si } x \geq h \end{cases} \quad (46)$$

Si representamos gráficamente para una sección genérica el valor de la curvatura anterior en función de la profundidad de la fibra neutra, tendremos que para  $x = d \cdot \varepsilon_{cu} / (\varepsilon_{su} + \varepsilon_{cu})$ , profundidad que define el plano de deformación que divide los dominios 2 y 3, la sección alcanza la mayor curvatura última, es decir, la mayor ductilidad posible.

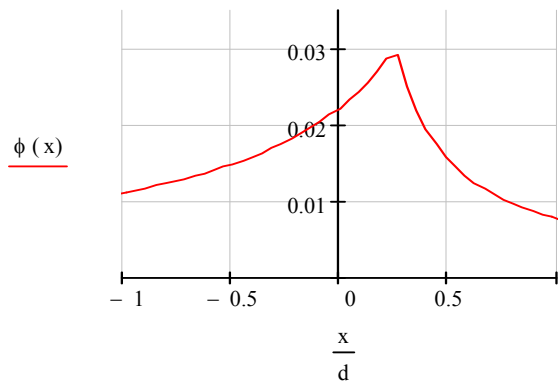


Figura 46. Relación entre curvatura última y profundidad de la fibra neutra



### 2.3.3.4 Ecuaciones de equilibrio en los planos de rotura

Una sección sometida a flexión equilibra los esfuerzos axiales y momentos flectores según las siguientes ecuaciones de equilibrio:

$$N(x, \phi) = N_c(x, \phi) + A_{s1} \cdot \sigma_s(\varepsilon_{s1}(x, \phi)) + A_{s2} \cdot \sigma_s(\varepsilon_{s2}(x, \phi)) \quad (53)$$

$$M(x, \phi) = M_c(x, \phi) + A_{s1} \cdot \sigma_s(\varepsilon_{s1}(x, \phi)) \cdot \left(\frac{h}{2} - d\right) + A_{s2} \cdot \sigma_s(\varepsilon_{s2}(x, \phi)) \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) \quad (54)$$

Siendo

$$N_c(x, \phi) = \int_0^h \sigma_c(\varepsilon_c(x, y, \phi)) \cdot b \cdot dy \quad y \quad M_c(x, \phi) = \int_0^h \sigma_c(\varepsilon_c(x, y, \phi)) \cdot b \cdot \left(\frac{h}{2} - y\right) \cdot dy \quad (55)$$

Conocido el axil las ecuaciones de equilibrio de esfuerzo nos permiten determinar el momento flector correspondiente al plano de rotura, que se relacionan gráficamente a continuación con la deformación y la curvatura última en función de  $x$ .

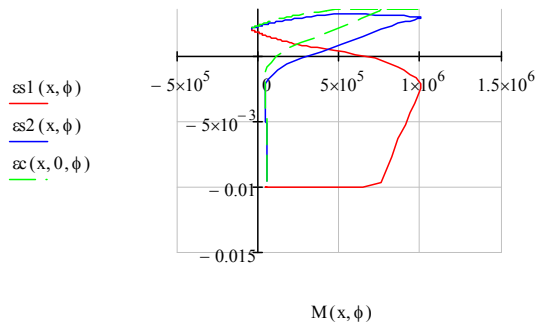


Figura 49. Relación momento de rotura y tensiones en el hormigón y el acero

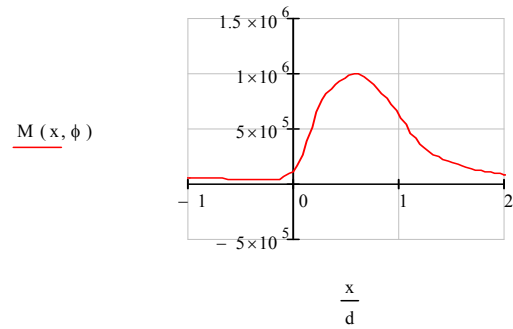


Figura 50. Relación entre el momento de rotura y la profundidad de la fibra neutra

Por último conocido el momento flector asociado al plano de deformación definido por  $x$ , así como la curvatura asociada a dicho flector, podemos conocer la rigidez de la sección, que vendrá dada por:

$$EI(x) = \frac{\phi(x)}{M(x)} \quad (56)$$

### 2.3.3.5 Diagramas de interacción axil-flector

Whitney (1956) incorpora al cálculo del hormigón armado el "*diagrama de interacción*", gráfico que relaciona el momento flector y el axil correspondientes a los infinitos planos de rotura por los que pasa una sección.

El diagrama de interacción es un gráfico cerrado en el que únicamente los pares momento-axil (M,N) ubicados dentro de este podrán ser resistidos por la sección.

La interacción del axil con el momento flector, esfuerzos a los que se someten generalmente los pilares, tiene una importancia relevante para ciertos valores de cargas, puesto que aumentará la resistencia a flexión del elemento hasta ciertos valores de axiles.

En la figura siguiente se resuelve mediante las leyes de compatibilidad y de equilibrio de esfuerzos el diagrama de interacción para una sección sometida a flexión positiva y negativa, de hormigón HA-30 y acero B-500-S, con armado superior e inferior de 6 $\phi$ 12 y 6 $\phi$ 20, recubrimiento mínimo de 30 mm, recubrimiento nominal de 40mm y recubrimiento mecánico de 60mm, ancho b de 1000mm y canto h de 500mm.

FLEXIÓN	PLANO	AXIL	MOMENTO
FLEXIÓN POSITIVA	1	-1081,96	105,90
	2	-992,42	122,91
	3	940,17	512,44
	4	3182,65	729,17
	5	6246,30	492,65
	6	7228,58	421,43
	7	9545,17	-102,30
FLEXIÓN NEGATIVA	1	-1081,96	105,90
	2	-802,16	52,73
	3	1943,64	-491,31
	4	4297,35	-729,17
	5	6803,65	-598,55
	6	7672,86	-505,84
	7	9545,17	-102,30

Tabla 13. Tabla de valores par-axil

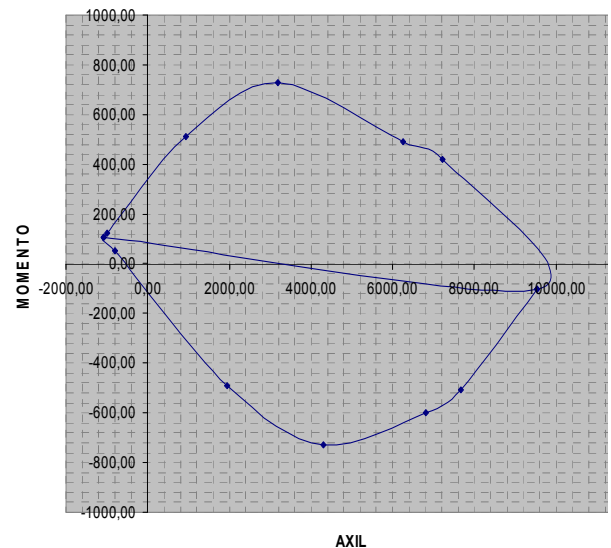


Figura 51. Diagrama de pares momento-axil

Del gráfico anterior se deduce que para un valor de axil nulo la sección tendrá una resistencia a flexión igual a 300kNm, aumentando el axil dicha resistencia alcanza los 800kNm, y a partir de dicho valor la resistencia a flexión disminuye hasta resultar nula.

## Diagrama RSD

Hernández Montes, E., Gil Martín, L.M. and Aschheim, M., (2006); Hernández Montes, E., Gil Martín L.M. and Aschheim, M., (2012); Hernández Montes, E., Gil Martín L.M., Pasadas Fernández, M. (2008), plantea el problema de diseño de secciones de hormigón armado tomando como datos del problema el axil de cálculo  $N_d$  y el momento flector  $M_d$  al que se somete la sección.

Habría que verificar para cumplir con el equilibrio de esfuerzos que  $N(x, \phi) = N_d$  y que  $M(x, \phi) = M_d$ , de manera que el área de armadura,  $A_{s1}$  y  $A_{s2}$  son las dos únicas incógnitas del sistema de dos ecuaciones de equilibrios anterior.

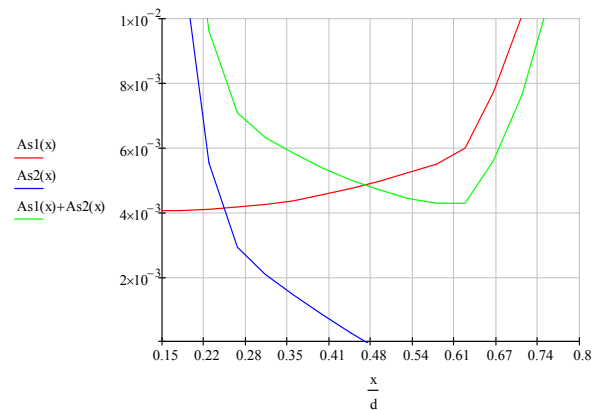
Las armaduras  $A_{s1}$  y  $A_{s2}$  quedarán definidas en función a la profundidad de la fibra neutra de la sección, por lo que el problema de diseño en rotura de secciones transversales de hormigón tendrá infinitas soluciones para diferentes tipos de armado y valores de profundidad de fibra neutra.

La representación grafica de  $A_{s1}(x)$ ,  $A_{s2}(x)$  y  $A_{s1}(x) + A_{s2}(x)$  presentada por Hernández Montes et al bajo la denominación de RSD (*Reinforcement Sizing Diagrams*) permite visualizar las infinitas soluciones de  $A_{s1}(x)$  y  $A_{s2}(x)$  para las cuales una determinada sección transversal resiste en rotura unas solicitaciones  $N_d$  y  $M_d$  dadas.

Las ecuaciones de equilibrio y la representación gráfica de las mismas quedarían como sigue:

$$A_{s1}(x) = \frac{M_d - M_c(x, \phi) - (N_d - N_c(x, \phi)) \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right)}{\sigma_s(\varepsilon_{s1}(x, \phi)) \cdot (d - d')} \quad (57)$$

$$A_{s2}(x) = \frac{M_d - M_c(x, \phi) - (N_d - N_c(x, \phi)) \cdot \left(\frac{h}{2} - d\right)}{\sigma_s(\varepsilon_{s2}(x, \phi)) \cdot (d - d')} \quad (58)$$



Cálculo de  $A_{s1}(x)$  y  $A_{s2}(x)$  en rotura para valores dados de  $N_d$  y  $M_d$

Figura 52 Representación gráfica de  $A_{s1}(x)$  y  $A_{s2}(x)$  en función de  $x/d$

### 2.3.4 MÉTODO SIMPLIFICADO PARA EL ARMADO A FLEXIÓN SEGÚN LA EHE

Para que una sección mantenga un equilibrio de fuerzas la resistencia a tracción que ofrecen las armaduras debe equilibrarse con las compresiones del hormigón, existiendo una relación directa entre el armado de la pieza y el momento flector al que se encuentra sometida.

De este modo, si se incrementa el momento flector hará falta aumentar la cuantía de armado para mantener el equilibrio, y aumentar la sección de hormigón comprimido para equilibrar las tracciones.

El aumento de la sección de hormigón provocará el aumento de la profundidad de la fibra neutra y por tanto el brazo mecánico de la pieza, distancia de las tracciones hasta el centro de gravedad de las compresiones, disminuye.

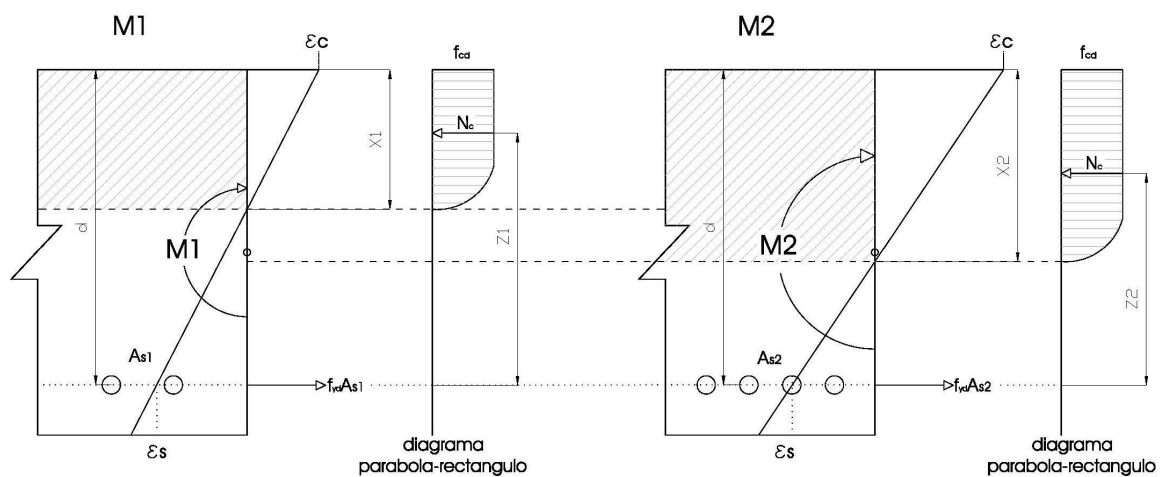


Figura 53 Respuesta tensional de una sección armada con dos armaduras,  $A_{s1} < A_{s2}$ , sometidas a su máximo momento flector  $M_1 < M_2$

A partir de un determinado momento flector no resulta eficaz disponer más armadura, porque se reduciría el brazo mecánico de la sección y aumentaría la fibra neutra permitiendo mayores compresiones en el hormigón y menores tracciones y tensiones en el acero, dando lugar a la incapacidad para que este llegue a su límite elástico y por tanto que plastifique.

Es decir, cuando la deformación del acero  $\varepsilon_s$  es inferior al límite elástico  $\varepsilon_y$ , la eficacia de la armadura disminuye drásticamente haciendo antieconómico equilibrar las tracciones mediante el aumento de la sección, es decir mediante el aumento de las compresiones en el hormigón.

El caso anterior daría lugar a la rotura de la pieza por compresión, rotura frágil correspondiente a los dominios 4, 4a o 5.

El plano de rotura en el que esto ocurre se denomina plano límite, que divide el dominio 3 y 4, al que le corresponde una deformación del hormigón de rotura  $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu}$  y una deformación del acero  $\varepsilon_{s1} = f_{yd} / E_s$ .

Sustituyendo en las ecuaciones de equilibrio se obtiene  $\varepsilon_{cu} / x = \varepsilon_y / (d - x_{lim})$ , y despejando el valor de la profundidad de la fibra neutra tendremos:

$$x_{lim} = \frac{d}{1 + \varepsilon_y / \varepsilon_{cu}} \rightarrow \begin{cases} x_{lim} = 0.617d & \text{para } f_{yk} = 400MPa \\ x_{lim} = 0.668d & \text{para } f_{yk} = 500MPa \end{cases} \quad (59)$$

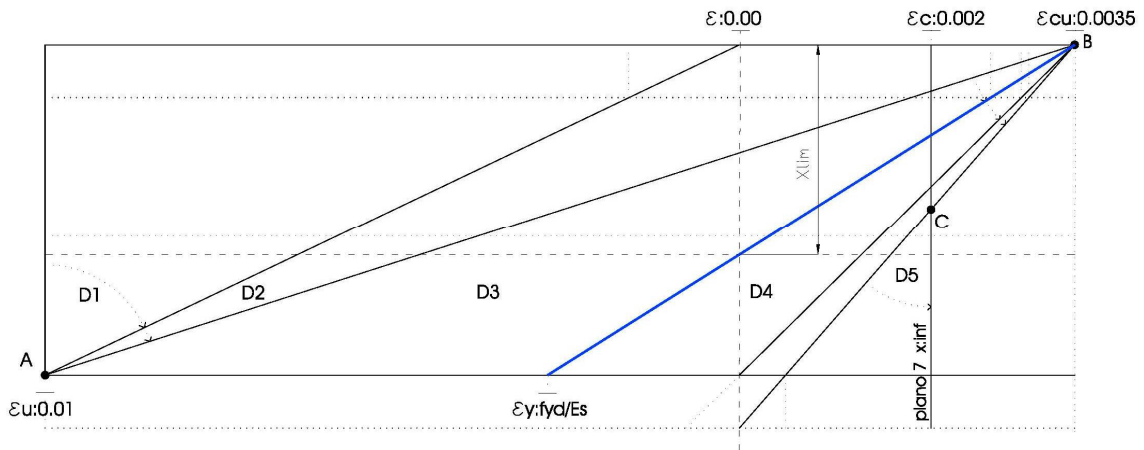


Figura 54 Plano límite en el diagrama de pivotes de la instrucción española

Conocida la profundidad límite de la fibra neutra se puede determinar el momento límite como:

$$\begin{aligned} M_{lim} &= 0.3717 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d^2 & \text{para } f_{yd} &= 400MPa \\ M_{lim} &= 0.3916 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d^2 & \text{para } f_{yd} &= 500MPa \end{aligned} \quad (60)$$

La normativa española establece la profundidad límite de la fibra neutra para hormigones con resistencia inferior a 50MPa en  $x_{lim} = 0.625d$ , a la que le corresponde un momento límite  $M_{lim} = 0.375 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d^2$ , momento a partir del cual las tensiones en el acero traccionado disminuyen según refleja el gráfico siguiente.

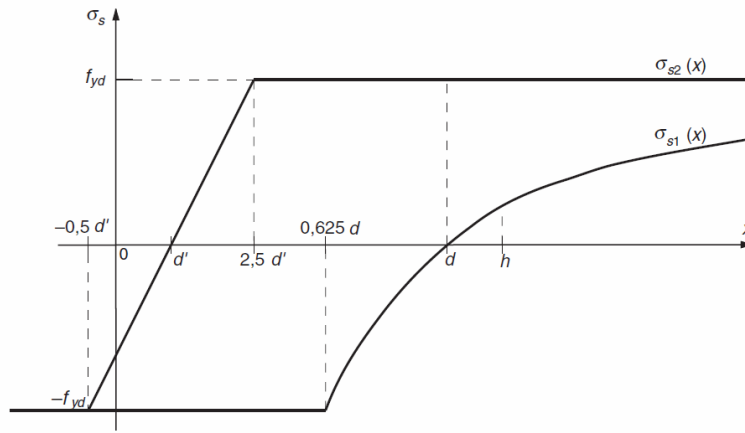


Figura 55 Relación entre las tensiones de la armadura y  $x$ . Fig A.7.2 EHE 08

De este modo, el cálculo de secciones sometidas a flexión limita la profundidad de la fibra neutra para que no supere el plano límite correspondiente a  $x_{lim}$ , asegurando de este modo la ductilidad de la sección frente a las deformaciones.

Para ello se plantean dos posibilidades para el cálculo del armado, si el momento de cálculo es inferior o igual al momento límite  $M_d \leq 0,375 \cdot U_0 \cdot d$  o si, por el contrario, es superior a este  $M_d > 0,375 \cdot U_0 \cdot d$ .

Para ambos casos el Art. 3.1.2 Anejo 7 de la Instrucción propone el siguiente cálculo:

$$A_{s1} = \frac{U_{s1}}{f_{yd}} \rightarrow U_{s1} = \begin{cases} U_0 \cdot (1 - \sqrt{1 - 2\mu}) & \text{para } \mu \leq 0,375 \\ 0,5U_0 + U_{s2} & \text{para } \mu > 0,375 \end{cases} \quad (61)$$

$$A_{s2} = \frac{U_{s2}}{f_{yd}} \rightarrow U_{s2} = \begin{cases} 0,3U_{s1} & \text{para } \mu \leq 0,375 \\ \frac{M - 0,375U_0d}{d - r} & \text{para } \mu > 0,375 \end{cases} \quad (62)$$

1. La EHE considera el armado a compresión igual a 0 para momentos de cálculo inferior al momento límite, sin embargo se considera el 30% de la armadura a tracción, según la recomendación del Art. 42.3.5. EHE 08.

Siendo

$$\mu \quad \text{Variable adimensional} \quad \mu = M / (d \cdot U_0) \quad (63)$$

$$U_0 \quad \text{Capacidad mecánica de la sección} \quad U_0 = f_{cd} \cdot b \cdot d \quad (64)$$

$$U_{s1} \text{ y } U_{s2} \quad \text{Capacidad mecánica armadura a tracción y compresión}$$



### 2.3.5 FLEXIÓN COMPUESTA BIAxIAL

La presente tesis doctoral tiene como ámbito de estudio el análisis del comportamiento de las estructuras de hormigón sometidas a distorsión angular como consecuencia de un movimiento diferencial.

Debido a que generalmente la resistencia última de un pórtico estará condicionada por las vigas, el objeto de estudio se reduce al análisis del comportamiento de las secciones rectas sometidas a flexión uniaxial, esfuerzos asociados a los dinteles por las cargas de servicio y las distorsiones angulares derivadas de los movimientos diferenciales de la cimentación.

Sin embargo los pilares de un pórtico sometido a un movimiento diferencial estarán sometidos a dos momentos flectores en dos ejes principales de inercia, provocando una *flexión esviada* o *flexión compuesta biaxial*.

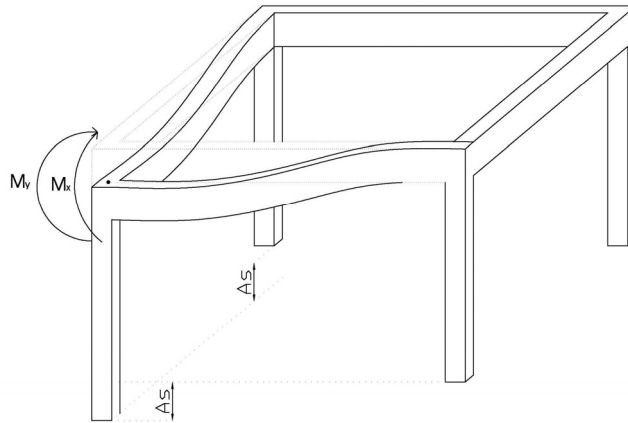


Figura 56. Asiento de un pilar en esquina y flectores biaxiales asociados.

La diferencia fundamental con la flexión uniaxial reside en que aparece una nueva ecuación de equilibrio, siendo ahora tres las ecuaciones a resolver, una correspondiente a esfuerzos axiales y dos de equilibrio de momentos, según se refleja a continuación:

$$\text{Axiles} \quad N = \Sigma N = \int_{A_c} \sigma_c dA_c + \int_{A_s} \sigma_s dA_s + \int_{A_p} \sigma_p dA_p \quad (65)$$

$$\text{Momentos en x} \quad M_x = \Sigma M = - \int_{A_c} \sigma_c y dA_c - \int_{A_s} \sigma_s y dA_s - \int_{A_p} \sigma_p y dA_p \quad (66)$$

$$\text{Momentos en y} \quad M_y = \Sigma M = \int_{A_c} \sigma_c x dA_c + \int_{A_s} \sigma_s x dA_s + \int_{A_p} \sigma_p x dA_p \quad (67)$$

La sección deberá resistir una terna dada por  $N - M_x - M_y$  definida por una posición de la fibra neutra dada por  $\xi$  y  $\phi$ , según reflejamos en el gráficos siguiente.

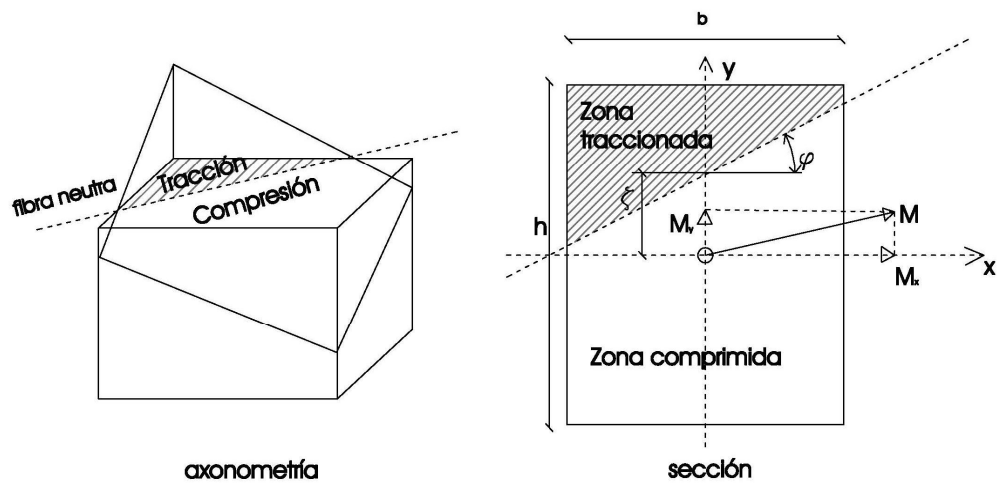


Figura 57 Flexión compuesta biaxial en una sección rectangular

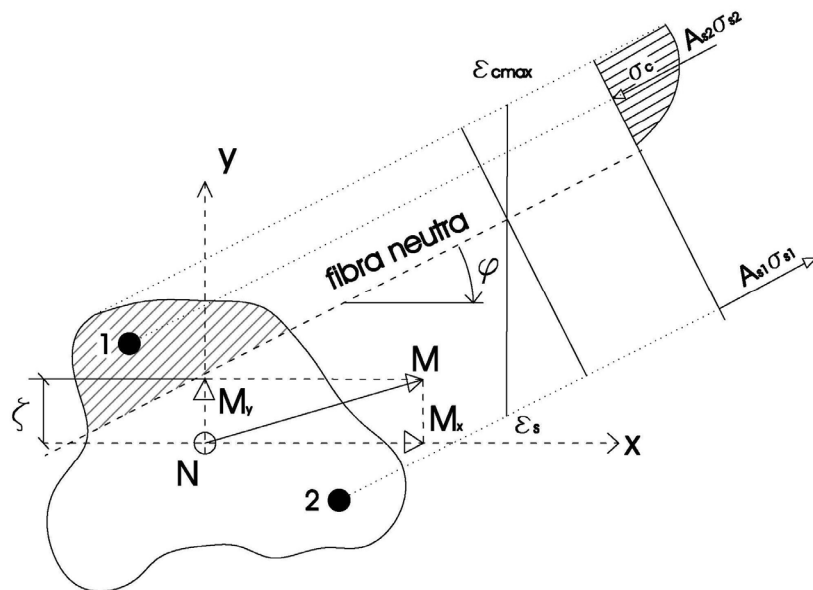


Figura 58. Distribución de tensiones en una sección genérica sometida a flexión biaxial.

## 2.4 SOLICITACIONES TANGENCIALES. ESFUERZO CORTANTE

Las deformaciones por flecha asociadas a las cargas de servicio así como las deformaciones impuestas por un asiento diferencial del edificio provocan en la estructura horizontal esfuerzos básicamente de flexión y de cortantes, pudiendo confluir esfuerzos torsores en encuentros de vigas no coincidentes, caso no desarrollado en este documento.

Los estudios derivados de la Teoría del Campo de Compresiones y la posterior Teoría Modificada del Campo de Compresión, TCC y TMCC, añadieron a la Teoría de la Celosía planteada por Ritter – Mörsch la colaboración de esfuerzos, no despreciable, entre la resistencia a cortante y la resistencia a flexión en las estructuras de hormigón debido a la colaboración del hormigón a tracción tras su fisuración, Thomas T. C. Hsu y Yi-Lung Mo. (2010).

### 2.4.1 ROTURA DE LA SECCIÓN POR ESFUERZOS TANGENCIALES

El efecto de las tensiones tangenciales, (torsor y cortante), provoca la inclinación de las tensiones principales de tracción con respecto a la directriz de la pieza.

Para cargas reducidas estas tensiones de tracción no superan la resistencia a tracción del hormigón, si embargo cuando las cargas aumentan el hormigón se fisura reajustando las tensiones entre el hormigón y la armadura de forma variable hasta la rotura de la pieza.

Rüsch, H. (1972) establece cinco tipos de rotura diferentes en una viga esbelta sometida a esfuerzos tangenciales reflejada en el esquema siguiente:

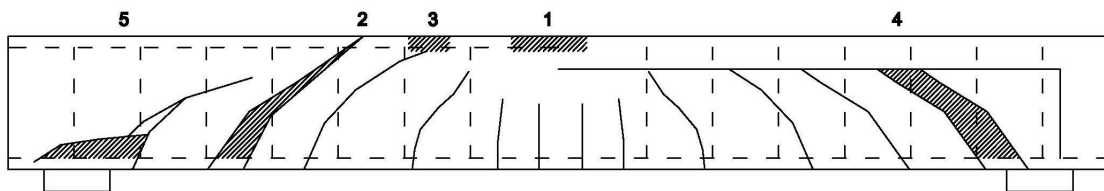


Figura 59. Tipos de rotura por esfuerzos tangenciales

### **1. Rotura por flexión pura**

Se produce tras una deformación excesiva de la armadura a tracción que supone un aumento de la fibra neutra para movilizar mayores compresiones en el hormigón, y la rotura por compresión de la fibra superior de la pieza.

Si la cuantía de la armadura traccionada es alta se producirá la rotura a compresión de la pieza sin que el acero alcance su límite elástico.

### **2. Rotura por cortante**

La falta de armado transversal en el apoyo provoca que la zona comprimida del hormigón resista parte del esfuerzo cortante, provocando la fisuración inclinada, que puede llegar a la parte superior de la fibra comprimida ante el aumento de esfuerzos.

### **3. Rotura por flexión y cortante**

La falta de armadura transversal provoca que las fisuras producidas por flexión y cortante suban llegando a provocar la rotura por compresión de la fibra superior de la pieza.

### **4. Rotura por compresión del alma**

Se produce en piezas en T o doble T si las tensiones por cortante superan la resistencia característica del hormigón.

### **5. Rotura por deslizamiento de armaduras**

Las tensiones en la armadura traccionada crecen en el apoyo de la pieza como consecuencia de los esfuerzos cortantes y gracias a las tensiones de adherencia entre el hormigón y el acero. Si las armaduras no están suficientemente ancladas puede producirse su deslizamiento en la zona de máximo cortante.

#### **2.4.1.1. Rotura por cortante y flexión-cortante**

Las vigas de hormigón pueden presentar dos tipos de grietas de cortante, "grietas de cortante" y "grietas de flexión-cortante"; las primeras son las producidas en el alma de las vigas y se deben a la tensión de cortante, y las segundas son las que iniciadas por la tensión normal son continuadas por la tensión cortante.

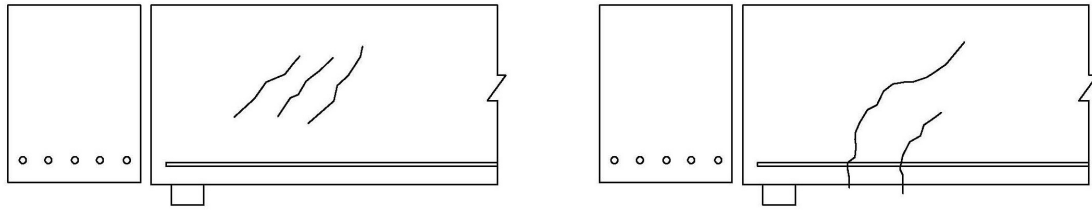


Figura 60. Grietas de cortante y grietas de flexión-cortante

La distribución de tensiones tangenciales máximas relacionadas con el esfuerzo de cortante del hormigón fisurado en servicio obedece a la ley de Colignon, y quedan reflejas en el gráfico y la formulación siguiente.

$$\tau = \frac{V \cdot S_z}{b \cdot I_z} \quad (68)$$

Donde

$V$  Esfuerzo cortante

$S_z$  Momento estático respecto al centro de gravedad de la sección total homogénea.

$I_z$  Momento de inercia respecto al centro de gravedad de la sección total homogénea.

$b$  Ancho de la sección de estudio

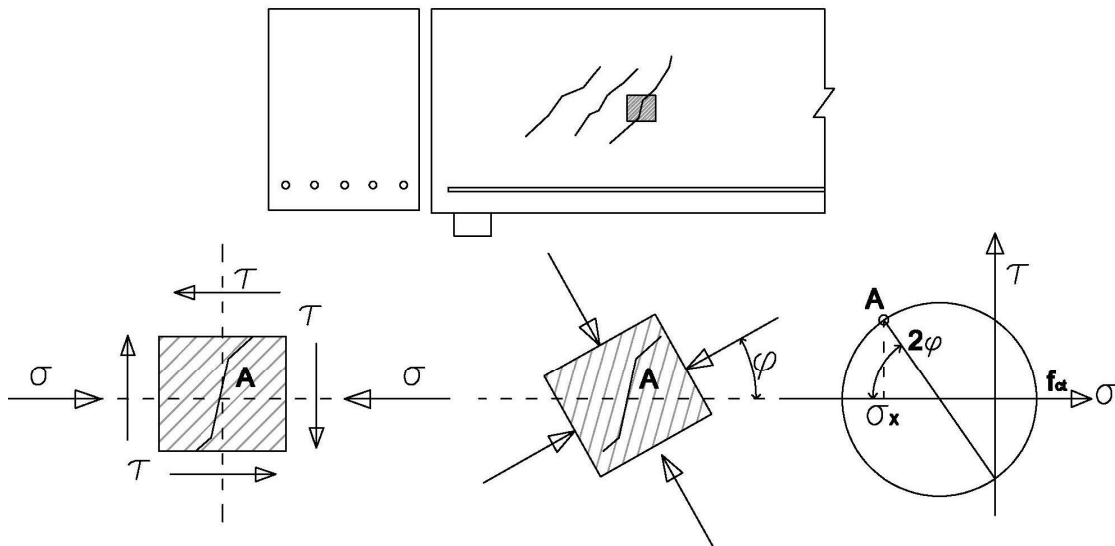


Figura 61. Distribución de tensiones tangenciales máximas

Si se estudia el problema aplicando la Teoría de la Elasticidad se puede establecer que la rotura por cortante se producirá cuando la tensión principal de tracción sea igual a la resistencia máxima a tracción del hormigón  $f_{ct}$ .

Sólo hasta ese instante se puede aplicar Teoría de Elasticidad puesto a partir de ese momento el hormigón se agrieta y ya no se comporta como un medio continuo.

Imponiendo que la tensión principal de tracción sea igual a  $f_{ct}$ , del círculo de Mohr de la figura anterior se deduce que:

$$f_{ct} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau^2} - \frac{\sigma_x}{2} \quad (69)$$

Sutherland, H., Clifford, W. (1926) establecen una distribución de tensiones tangenciales distinta, calculando el valor de  $\tau$  en la fibra neutra:

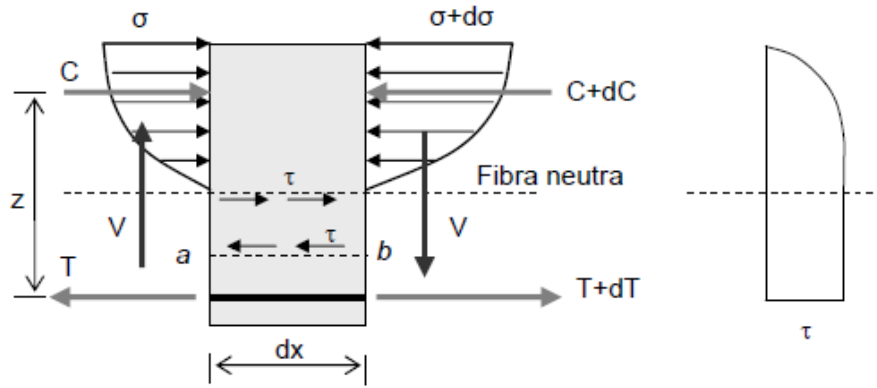


Figura 62. Tensiones de cortante en la fibra neutra

En esta figura cualquier plano  $a-b$  comprendido entre la fibra neutra y la armadura de tracción debe verificar la siguiente ecuación para equilibrar la diferencia de tracciones existentes en la armadura de tracción  $dT$ :

$$\Delta T = \tau \cdot b \cdot dx \quad (70)$$

Estableciendo equilibrio de momentos de las acciones exteriores sobre la rebanada en el punto donde se aplica la resultante de compresiones:

$$\Delta T \cdot z = V \cdot dx \quad (71)$$

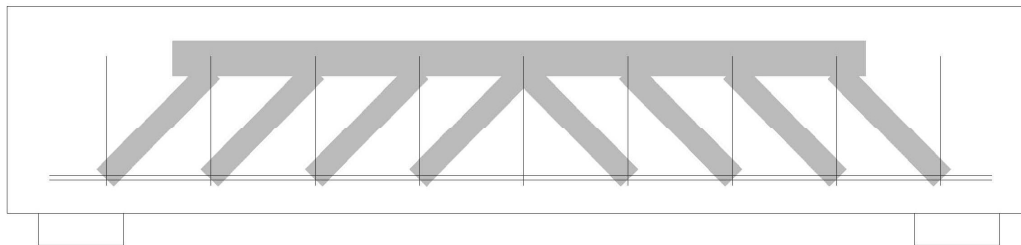
Combinando las dos ecuaciones anteriores se puede definir la tensión máxima como sigue:

$$\tau_{\max} = \frac{V}{z \cdot b} \quad (72)$$

### 2.4.2 ANALOGÍA DE LA CELOSÍA

Bajo pequeñas cargas de tracción el hormigón presentará fisuras perpendiculares a la dirección principal de tracción. Una vez que aparecen estas fisuras la resistencia del hormigón en la dirección principal de tracción es nula y dejan de ser aplicables los principios de la Mecánica de los Medios Continuos.

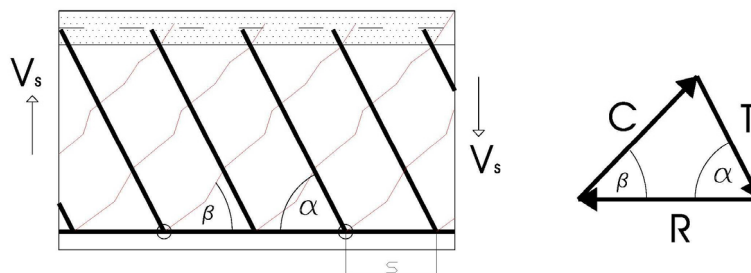
Una hipótesis, presentada por Ritter - Mörsch, consiste en considerar que la viga se comporta internamente como una celosía en la que los elementos a compresión, cordón superior y diagonales, están constituidos por el hormigón presente en la viga, los elementos a tracción están constituidos por la armadura longitudinal inferior actuando como tirante y la armadura transversal actuando como montante.



*Figura 63. Representación gráfica de una celosía*

Sin embargo las bielas comprimidas en el modelo de Ritter - Mörsch formaban  $45^\circ$  con la horizontal, comprobándose posteriormente que en hormigón armado este ángulo es ligeramente menor.

Se plantea por tanto la analogía de la celosía con una orientación genérica de las bielas de hormigón y de la armadura de cortante, siendo  $\beta$  el ángulo que forman las bielas de hormigón con la horizontal y  $\alpha$  es el ángulo de la armadura de cortante con la horizontal.



*Figura 64. Analogía de celosía y distribución de esfuerzos*

En base a este criterio el cortante resistido por las armaduras transversales sería  $A_{\alpha}\sigma_{\alpha}$ , según se refleja en el gráfico siguiente.

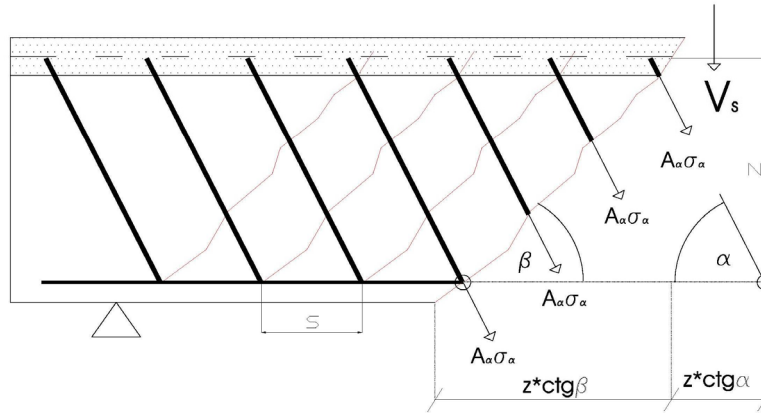


Figura 65. Equilibrio de esfuerzos aportado por las armaduras transversales

Así mismo el número de armaduras transversales que cosen cada fisura sería:

$$n = \frac{z}{s} (\cot g \beta + \cot g \alpha) \quad (73)$$

Siendo

- $z$  Brazo mecánico de la sección  $z = 0.9d$   
 $s$  Separación horizontal entre los planos de la armadura.

Por lo anteriormente expuesto el cortante resistido por las armaduras se obtiene proyectando verticalmente el esfuerzo total de las mismas:

$$V_s = n \cdot A_{\alpha} \cdot \sigma_{\alpha} \cdot \text{sen} \alpha \quad (74)$$

Para armaduras transversales situadas a un ángulo  $\alpha = 90^\circ$  y fisuras a  $\beta = 45^\circ$  tendríamos:

$$V_s = \frac{z}{s} \cdot A_{\alpha} \cdot \sigma_{\alpha} \quad (75)$$

Por otra parte si se considera una sección virtual en el plano de una armadura transversal, sobre el hormigón actuará una compresión oblicua  $\sigma_c$  que deberá equilibrar el cortante  $V$  como sigue:



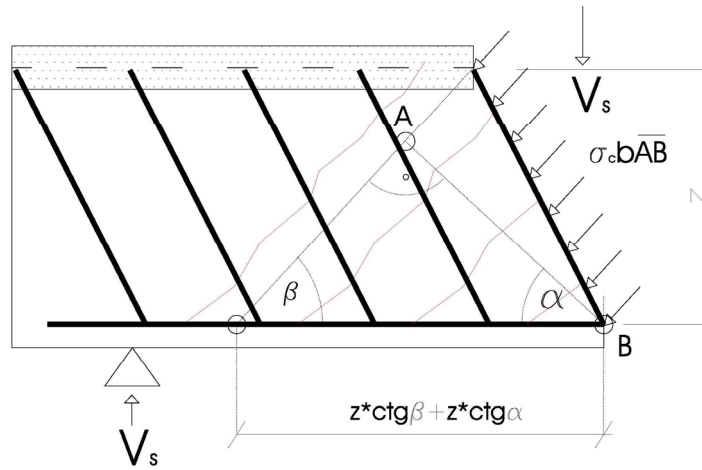


Figura 66. Equilibrio de esfuerzos aportado por el hormigón

Resolviendo numéricamente se obtiene:

$$V_s = \sigma_c \cdot b \cdot AB \cdot \sin \beta = \sigma_c \cdot b \cdot z \cdot \sin^2 \beta \cdot (\cot g \alpha + \cot g \beta) \quad (76)$$

Despejando las tensiones de compresión en el hormigón  $\sigma_c$  tendremos:

$$\sigma_c = \frac{V}{b \cdot z} \cdot \frac{1}{\sin^2 \beta \cdot (\cot g \alpha + \cot g \beta)} = \tau_{\max} \frac{1 + \cot g^2 \alpha}{\cot g \alpha + \cot g \beta} \quad (77)$$

### 2.4.3 INTERACCIÓN FLEXIÓN-CORTANTE

El modelo de la celosía presupone un incremento de tensión  $T$  en la armadura longitudinal.

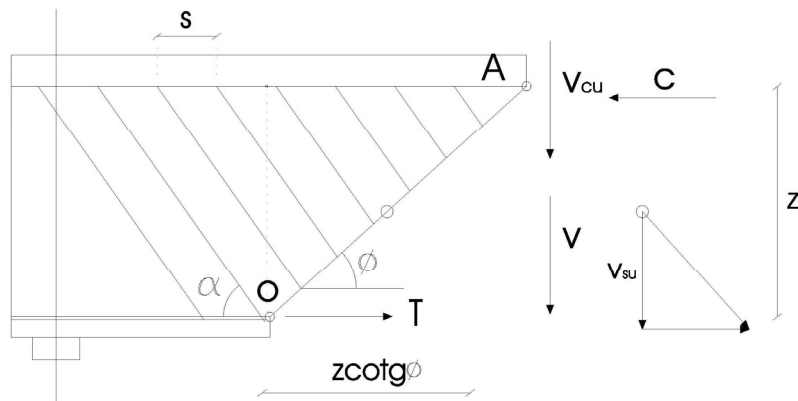


Figura 67. Fuerzas internas en el modelo de celosía

Tomando momentos en el punto O de la figura anterior se obtiene:

$$T \cdot z + V_{su} \cdot \cot \alpha \cdot \frac{z}{2} = V_{su} \cdot \frac{z \cdot \cot \theta}{2} + V_{cu} \cdot z \cdot \cot \theta \quad (78)$$

Siendo  $V_{su}$  la contribución de la armadura transversal del alma a la resistencia a esfuerzo cortante de la pieza, y  $V_{cu}$  la contribución del hormigón.

Aislando el incremento de tensión resulta y teniendo en cuenta que  $V_{cu} = V_{rd} - V_{su}$ , siendo  $V_{rd}$  el esfuerzo cortante reducido de cálculo:

$$T = V_{rd} \cdot \cot \theta - \frac{V_{su}}{2} \cdot (\cot \alpha + \cot \theta) \quad (79)$$

Para tener en cuenta el fenómeno de forma cómoda y precisa, se puede ver que un incremento de tracción en la armadura longitudinal es equivalente a un incremento del momento  $\Delta M_d$  actuando en la sección:

$$\Delta M_d = T \cdot z \quad (80)$$

Pero un incremento de momento se puede ver como un decalaje de la ley de momentos flectores una distancia  $S_d$ .

Teniendo en cuenta el desarrollo de Taylor de primer grado de la relación entre momento y cortante en una distancia  $S_d$ :

$$S_d = \frac{\Delta M_d}{V_{rd}} \quad (81)$$

Sustituyendo tendremos:

$$S_d = z \cdot \left[ \cot \theta - \frac{1}{2} \cdot \frac{V_{su}}{V_{rd}} \cdot (\cot \alpha + \cot \theta) \right] \quad (82)$$

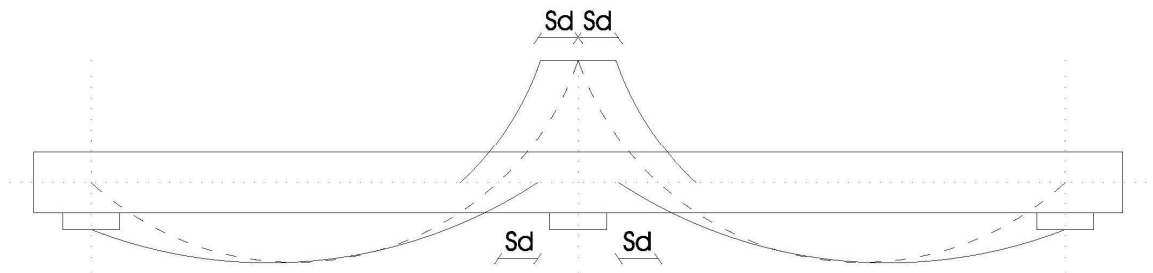


Figura 68. Ejemplo de decalaje de la ley de momentos

### 2.4.4 CONTRIBUCIÓN DEL HORMIGÓN A CORTANTE EN ROTURA

La contribución del hormigón se basa en ensayos realizados sobre vigas sin armadura transversal, por lo que su contribución resulta independiente al efecto de la celosía anteriormente descrito.

#### 1. Resistencia a cortante de la cabeza comprimida

A una distancia  $d$  del apoyo o empotramiento de la viga no se forman fisuras de cortante, aunque sí tensiones tangenciales  $\tau$  que contribuyen a resistir el esfuerzo cortante  $V$ . Esta resistencia depende de la capacidad del hormigón a tracción  $f_{ct}$ .

#### 2. Efecto arco

La compresión longitudinal en la cabeza comprimida tiene una componente vertical debida al giro del nudo formando un arco atirantado, donde la armadura longitudinal a tracción sirve de tirante. Este efecto estará condicionado por la relación canto luz de la viga y la capacidad de la armadura de asumir las tracciones debidas al tirante.



*Figura 69. Efecto arco en una viga biapoyada*

#### 3. Efecto de rozamiento en la grieta

La biela formada por la zona ubicada entre dos fisuras de cortante puede considerarse como una ménsula empotrada cuya deformación implica un alargamiento de la fibra traccionada y un acortamiento de la fibra comprimida, impedidos por el engranamiento de los áridos en las caras de la fisura.

#### 4. Efecto pasador

La fibra traccionada de la biela está rigidizada por la armadura longitudinal de forma análoga al efecto de engranamiento de áridos.

Por lo anteriormente expuesto una sección de hormigón tendrá una resistencia última a cortante  $V_u$  que será la suma de la resistencia a cortante del hormigón  $V_{cu}$ , considerando los efectos anteriores, y la resistencia a cortante de la armadura transversal  $V_{su}$ .

$$V_u = V_{cu} + V_{su} \quad (83)$$

#### 2.4.4.1 Criterio de la Instrucción Española EHE

La Instrucción Española establece que para una sección de hormigón sin armadura activa y de canto constante, el cortante de cálculo no debe superar la resistencia a compresión oblicua del alma  $V_{u1}$ , ni la resistencia a tracción del alma  $V_{u2}$ .

Según la EHE el esfuerzo a cortante último por compresión oblicua del alma sería:

$$V_{u1} = 0.6 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d \cdot k \cdot \frac{\cot g\beta + \cot g\alpha}{1 + \cot g^2\beta} \quad (84)$$

Siendo  $k$  el coeficiente que depende del esfuerzo axial  $N$  que será:

$$k = \begin{array}{lll} 1 & \text{si} & N = 0 \\ 1 + \sigma'_{cd} / f_{cd} & \text{si} & 0 < \sigma'_{cd} < 0.25 f_{cd} \\ 1.25 & \text{si} & 0.25 f_{cd} < \sigma'_{cd} < 0.5 f_{cd} \\ 2.5 - (1 - \sigma'_{cd} / f_{cd}) & \text{si} & 0.5 f_{cd} < \sigma'_{cd} < f_{cd} \end{array} \quad (85)$$

Donde  $\sigma'_{cd}$  es la tensión de compresión axial efectiva

$$\sigma'_{cd} = (N - A_{s2} f_{yd}) / A_c \quad (86)$$

Siendo  $A_c$  el área total de la sección de hormigón.

Para una sección de hormigón sometida a un axial entre  $0 \leq N \leq 0.6 f_{cd}$ , armaduras transversales situadas a un ángulo  $\alpha = 90^\circ$  y fisuras a  $\beta = 45^\circ$  tendríamos:

$$V_{u1} = 0.3 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d \quad (87)$$

Cuando el hormigón del alma se ha fisurado como consecuencia del esfuerzo de tracción generado por el cortante tendríamos que:

$$V_{u2} = V_{cu} = (f_{cv} + 0.15 \sigma'_{cd}) b d \quad (88)$$

$$\text{Resistencia virtual a cortante del hormigón} \quad f_{cv} = \frac{0.18}{\gamma_c} \xi (100 \rho_1 f_{ck})^{1/3} \quad (89)$$

$$\text{Coeficiente que tiene en cuenta la influencia del canto útil} \quad \xi = 1 + \sqrt{200/d} \quad (90)$$

El esfuerzo cortante último para piezas con armadura transversal sería:

$$V_{u2} = V_{cu} + V_{su} \quad (91)$$

Donde la contribución de las armaduras transversales  $V_{su}$  según vimos en el apartado anterior para armaduras transversales situadas a un ángulo  $\alpha = 90^\circ$  y fisuras a  $\beta = 45^\circ$  sería:

$$V_{su} = \frac{z}{s} \cdot A_t \cdot f_{yd} \quad (92)$$

## 2.5 ANÁLISIS ESTRUCTURAL

En general se pueden contemplar cuatro tipos de análisis estructurales, un comportamiento elástico lineal de la estructura, un comportamiento elástico lineal con redistribución limitada o elasto-plástico, un comportamiento plástico y un comportamiento no lineal.

En capítulos anteriores hemos descrito el procedimiento de análisis estructural no lineal, basado en la relación tensión-deformación no lineal del hormigón, independientemente de que se considere el equilibrio en primer o segundo orden, Chen, W.F. and Sohal, I. (1995).

Procedemos a continuación a desarrollar los modelos de cálculo lineal y elástico, y lineal con redistribución limitada, que serán empleados para comparar los resultados de cálculo a nivel de sección con los obtenidos mediante el procedimiento de cálculo no lineal.

### 2.5.1 ANÁLISIS ELÁSTICO LINEAL

Según hemos visto anteriormente, siempre que las tensiones no superen un determinado nivel se puede considerar que el hormigón se deforma linealmente, manteniendo un comportamiento lineal y elástico y un módulo de deformación longitudinal constante ante el incremento de tensiones y deformaciones del material.

El análisis elástico lineal o análisis en primer orden está basado en la teoría de elasticidad y se puede aplicar tanto para las comprobaciones de Estado Límite Último como de Estado Límite de Servicio, teniendo en cuenta las siguientes características fundamentales:

- Se considera para el cálculo la sección transversal bruta, homogeneizada o fisurada, según las tensiones a las que se ve sometida la sección.
- La relación tensión-deformación en la curva de comportamiento del material es lineal y elástica.
- Se toman valores medios de los módulos de elasticidad.

La Instrucción Española y el EC-2 permiten realizar el cálculo de primer orden considerado el comportamiento lineal y elástico de la estructura, cuya principal ventaja reside en que no resulta necesario conocer el armado de la sección, pudiendo resolverse el cálculo de la estructura mediante métodos matriciales, conocidas únicamente las características geométricas.

### 2.5.1.1 Limitación de la profundidad de la fibra neutra y la inercia fisurada.

El Eurocódigo y la Instrucción Española ofrecen la siguiente expresión para el cálculo de la fibra neutra y la inercia fisurada en régimen elástico de una sección.

Profundidad de la fibra neutra

$$x = d \cdot n \cdot \rho_1 \cdot \left(1 + \frac{\rho_2}{\rho_1}\right) \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{2 \left(1 + \frac{\rho_2 \cdot d'}{\rho_1 \cdot d}\right)}{n \cdot \rho_1 \left(1 + \frac{\rho_2}{\rho_1}\right)^2}} \right] \quad (93)$$

Inercia fisurada

$$I_f = n \cdot A_{s1} \left(d - x\right) \left(d - \frac{x}{3}\right) + n \cdot A_{s2} (x - d') \left(\frac{x}{3} - d'\right) \quad (94)$$

Siendo:

$\rho_1$	Cuantía mecánica del acero traccionado	$\rho_1 = A_{s1} / bd$
$\rho_2$	Cuantía mecánica del acero comprimido	$\rho_2 = A_{s2} / bd$
$n$	Constantes adimensional	$n = E_s / E_c$

Calculando ambos valores en función del momento flector al que se somete la sección, podemos comprobar que la formulación establecida para el cálculo de armado a flexión limita la profundidad de la fibra neutra para garantizar un comportamiento elástico de la sección.

$$x_f(M_d) = d \cdot n \cdot \rho_1(M_d) \cdot \left(1 + \frac{\rho_2(M_d)}{\rho_1(M_d)}\right) \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{2 \left(1 + \frac{\rho_2(M_d) \cdot d'}{\rho_1(M_d) \cdot d}\right)}{n \cdot \rho_1(M_d) \left(1 + \frac{\rho_2(M_d)}{\rho_1(M_d)}\right)^2}} \right] \quad (95)$$

$$I_f = n \cdot A_{s1}(M_d) \left(d - x(M_d)\right) \left(d - \frac{x(M_d)}{3}\right) + n \cdot A_{s2}(M_d) (x(M_d) - r) \left(\frac{x(M_d)}{3} - r\right) \quad (96)$$

Resolviendo gráficamente las expresiones anteriores para una sección genérica tendremos

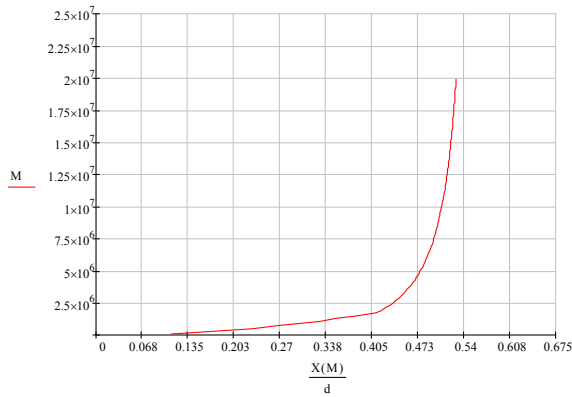


Figura 70. Relación entre  $x$  y el momento flector para el cálculo elástico

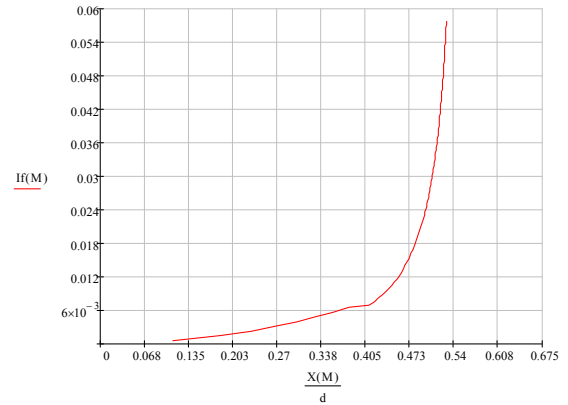


Figura 71. Relación entre la inercia fisurada y  $x$  para el cálculo elástico

### 2.5.1.2 Módulo de elasticidad

Según se ha visto anteriormente el Eurocódigo 2 y la Instrucción Española proponen para tensiones comprendidas entre  $\sigma_c = 0$  y  $\sigma_c = 0,4f_{cm}$  los siguientes valores medios para el módulo de elasticidad del hormigón:

$$\text{EC-2} \quad E_{cm} = 22000 \left( \frac{f_{cm}}{10} \right)^{0.3} \text{ MPa} \quad (97)$$

$$\text{EHE} \quad E_{cm} = 8500 \sqrt[3]{f_{cm}} \text{ MPa} \quad (98)$$

Siendo  $f_{cm}$  la resistencia media a compresión a los 28 días, valor que puede calcularse como  $f_{cm} = f_{ck} + 8 \text{ MPa}$  si las condiciones de ejecución son buenas.

## 2.5.2 ANÁLISIS ELÁSTICO LINEAL CON REDISTRIBUCIÓN LIMITADA DE ESFUERZOS

El análisis elástico lineal con redistribución limitada de esfuerzos se basa en admitir que las estructuras de hormigón hiperestáticas experimentarán cierto grado de plastificación en sus empotramientos, permitiendo la formación de rótulas plásticas.

La rótula plástica es un concepto teórico que idealiza el comportamiento de una sección de hormigón en la que la armadura de tracción ha alcanzado la plastificación y puede girar bajo incrementos de carga sin apenas aumentar el momento flector.

Este efecto implica que las estructuras adquieran una mayor capacidad de deformación si se considera que, tras la plastificación relativa de los materiales, la inercia de las secciones se ve reducida, siendo inferior a la inercia bruta o fisurada considerada en el cálculo lineal.

La capacidad de formación de rótulas plásticas dependerá fundamentalmente de la ductilidad de la estructura, característica que está directamente relacionada con la profundidad de la fibra neutra, es decir, del dominio de deformación en el que se ubique el plano de rotura.

De tal modo, las diferentes instrucciones permiten que se considere que las secciones con valores de " $x$ " inferiores generalmente a 0,45 veces el canto útil, cuyos planos de rotura pivotan en dominio 1, 2 y parte del dominio 3, puedan experimentar un incremento admisible de deformación como consecuencia de la disminución de la rigidez de la pieza, que se traduce en una redistribución de esfuerzos equivalente.

Esta limitación tiene como objetivo evitar que la armadura traccionada no llegue a plastificar en rotura debido al traspase de tensiones a la cara comprimida de la sección, que implica el empleo de secciones menores con mayores profundidades de fibra neutra. Por tanto puede resultar desaconsejable la redistribución de esfuerzos en vigas planas, Borja Varona Moya, F., García Andino, L., López Juárez, J.A. (2010) .

### 2.5.2.1 Redistribución de esfuerzos en los códigos de proyecto

La mayoría de los códigos de proyecto permiten tener en cuenta cierta redistribución de esfuerzos sin necesidad de comprobar explícitamente la capacidad de deformación de las rótulas plásticas. El porcentaje de esta redistribución respecto al valor procedente de un análisis elástico está limitado y además se exigen ciertos requisitos para garantizar una ductilidad mínima adecuada.



**CEB-FIP (1990)**

El margen de redistribución permitido depende de la resistencia del hormigón, de la profundidad de la fibra neutra, de la traslacionalidad de la estructura y del tipo de acero, siendo mayor en los aceros de alta ductilidad.

Siendo  $\delta$  el factor de redistribución o cociente entre los momentos redistribuido y elástico, el planteamiento es el siguiente:

*a) Aceros de ductilidad alta o normal (S y A respectivamente):*

$$\delta \geq 0.44 + 1.25 \frac{x}{d} \quad \text{si} \quad 12 \leq f_{ck} \leq 35 \text{ MPa} \quad (99)$$

$$\delta \geq 0.55 + 1.25 \frac{x}{d} \quad \text{si} \quad 40 \leq f_{ck} \leq 60 \text{ MPa} \quad (100)$$

*b) Aceros de ductilidad reducida (B):*

$$\delta \geq 0.75 + 1.25 \frac{x}{d} \quad \text{si} \quad 12 \leq f_{ck} \leq 60 \text{ MPa} \quad (101)$$

**Instrucción EHE**

La redistribución de esfuerzos es aplicable a los “*dinteles de pórticos*” en edificación sensiblemente intraslacionales, permitiéndose una redistribución limitando superiormente el valor de la profundidad relativa,  $x/d$  a 0.45 independientemente del tipo de acero empleado como refleja la siguiente ecuación:

$$r = 56 - 125 \frac{x}{d} \geq 0 \quad (102)$$

La redistribución permitida está limitada a 20% en los aceros de ductilidad normal (S) y a 30% en los aceros de ductilidad especial (SD).

$$r_s(x) = \begin{cases} 56 - 125x & \text{si } 0.288d \leq x \leq 0.448d \\ 0 & \text{si } x > 0.448d \\ 20 & \text{si } \text{otherwise} \end{cases} \quad (103)$$

$$r_{sd}(x) = \begin{cases} 56 - 125x & \text{si } 0.208d \leq x \leq 0.448d \\ 0 & \text{si } x > 0.448d \\ 30 & \text{si } \text{otherwise} \end{cases} \quad (104)$$

En esta fórmula se observa que para profundidades relativas  $x/d$  mayores de 0.45 no se permiten redistribuciones ( $r=0$ ) y para una profundidad relativa de 0.33 se permite aplicar una redistribución del  $r=15\%$ , según puede extraerse de la solución gráfica de la formulación anterior.

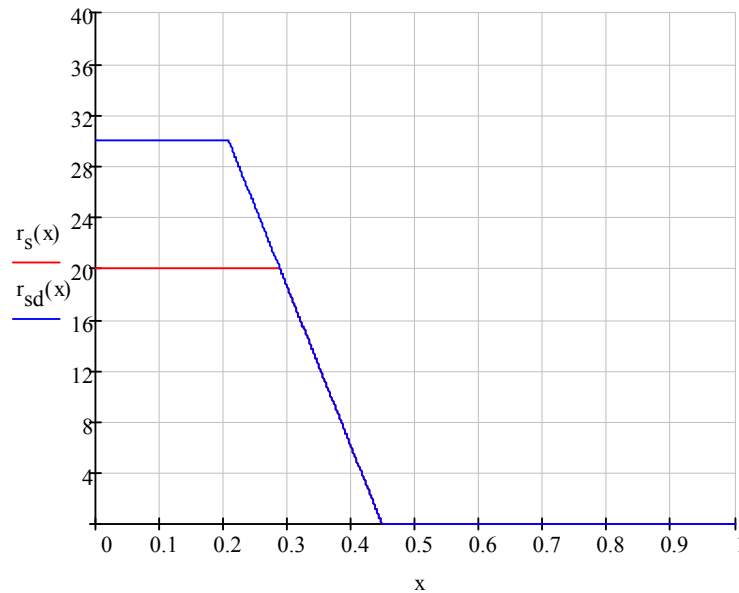


Figura 72. Redistribución de esfuerzos según la Instrucción Española.

### ACI-318

La redistribución de los esfuerzos sólo se puede aplicar a las vigas continuas y a las piezas sometidas a flexión de pórticos no traslacionales. El margen de redistribución permitido depende de la diferencia entre las cuantías geométricas de las armaduras de tracción y de compresión,  $\rho_1 - \rho_2$ . Analíticamente, el planteamiento es el siguiente:

$$1 - \delta = 0.2 \cdot \left( 1 - \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_b} \right) \quad (105)$$

$$\delta = 0.8 + 0.2 \cdot \left( \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_b} \right) \quad (106)$$

$$\rho_1 - \rho_2 \leq 0.5 \rho_b \quad (107)$$

Siendo  $\delta$  el factor de redistribución y  $\rho_b$  la cuantía crítica de la armadura de tracción, es decir aquella para la que se produce la rotura crítica en flexión simple. La redistribución máxima permitida es del 20%.

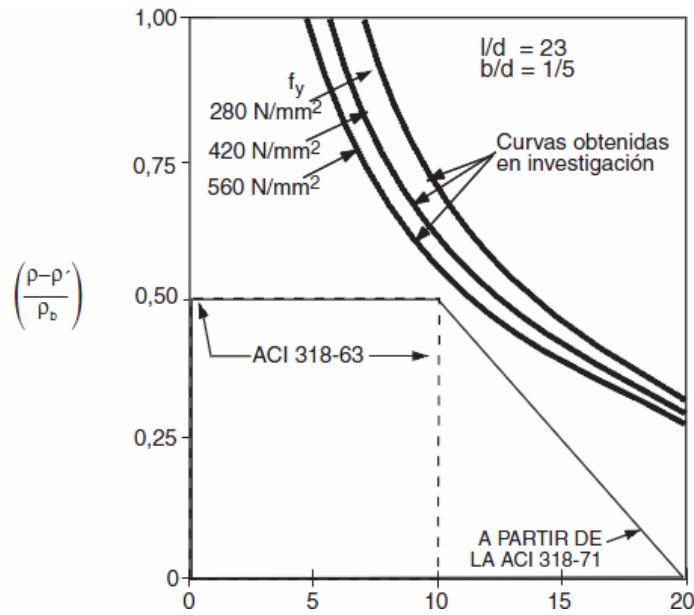


Figura 73. Capacidad de rotación plástica según el Código ACI

## EC-2

Como en el CM 90, la redistribución de los esfuerzos se puede llevar a cabo sin necesidad de verificar previamente la capacidad de rotación plástica de las secciones críticas, sólo en los elementos sometidos a flexión. El margen de redistribución permitido depende de las mismas variables contempladas por el CM 90, más la deformación de rotura por flexión del hormigón. Analíticamente, asignando a  $\varepsilon_{cu}$  el mismo significado que en el CEB-FIP (1990), el planteamiento es el siguiente:

a) Aceros de ductilidad alta (C):

$$\delta \geq k_1 + k_2 \cdot \frac{x}{d} \geq 0.70 \quad \text{si} \quad f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \quad (108)$$

$$\delta \geq k_3 + k_4 \cdot \frac{x}{d} \geq 0.70 \quad \text{si} \quad f_{ck} > 50 \text{ MPa} \quad (109)$$

a) Aceros de ductilidad normal (B):

$$\delta \geq k_1 + k_2 \cdot \frac{x}{d} \geq 0.80 \quad \text{si} \quad f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \quad (110)$$

$$\delta \geq k_3 + k_4 \cdot \frac{x}{d} \geq 0.80 \quad \text{si} \quad f_{ck} > 50 \text{ MPa} \quad (111)$$

Los valores de  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$  y  $k_4$  pueden ser diferentes entre instrucciones, aunque EC-2 recomienda los siguientes valores, que para  $\varepsilon_{cu} = 0.0035$ , coinciden con los del CM 90:

$$k_1 = 0.44$$

$$k_2 = k_4 = 1.25 \left( 0.6 + \frac{0.0014}{\varepsilon_{cu}} \right) \quad (112)$$

$$k_3 = 0.54$$

La redistribución máxima permitida es del 30%,  $0.70 \leq \delta \leq 1.0$ , si se utiliza acero de ductilidad alta o normal y del 20%,  $0.80 \leq \delta \leq 1.0$  si el acero es de ductilidad baja.

El dimensionamiento de los soportes debe hacerse con los momentos obtenidos del análisis elástico lineal del pórtico sin redistribución alguna.

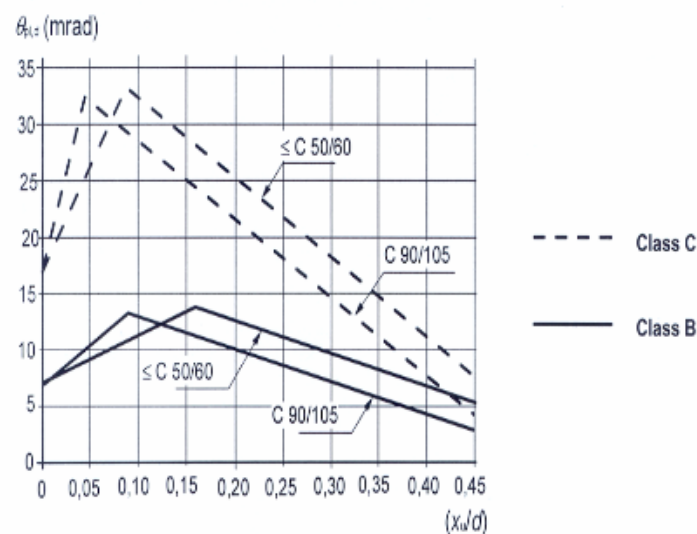


Figura 74. Capacidad de rotación plástica según el EC-2

El Eurocódigo en relación al porcentaje de redistribución propone una fórmula similar a la norma española.

Para un análisis plástico en los que se debe garantizar mucha más capacidad de rotación, el Eurocódigo limita la profundidad de la fibra neutra a  $0.25d$ .

La Instrucción Española recomienda limitar la profundidad de la fibra neutra al 45% del canto útil para dimensionar a flexión simple.

Asimismo, el código americano ACI-318 también recomienda limitar la profundidad de la fibra neutra en flexión simple al 75% de su valor límite, lo que equivale al 46% del canto útil de la sección.

### 2.5.2.2 Longitud de la rótula plástica

El cálculo lineal con redistribución limitada de esfuerzos que se empleará en este documento para el análisis del comportamiento de secciones sometidas a distorsión angular, se centra en la rebanada de la pieza coincidente con el empotramiento, lugar donde se concentran los esfuerzos que condicionaran la resistencia última de la pieza, y donde se genera la rótula plástica.

Sin embargo, desde el empotramiento existe una longitud que de forma gradual también se ve afectada por la plastificación de los materiales.

Si analizamos una pieza en voladizo sometida a una carga puntual en el extremo, el momento último se localiza en el empotramiento, existiendo longitud que mantiene un régimen plástico gradual hasta alcanzar el momento flector  $M_y$ , correspondiente a la deformación lineal de la sección.

Por encima de esta rebanada, la barra se comporta esencialmente elástica, ya sea con sección fisurada o sección no-fisurada, mientras que en la región localizada entre  $M_y$  y  $M_u$  el acero y/o el hormigón habrán plastificado.

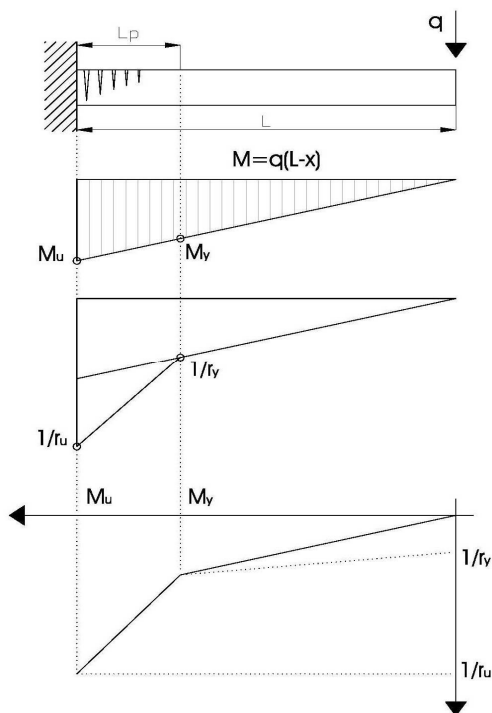


Figura 75. Ménsula con carga lateral.  
Distribución de flectores y curvaturas sin  
efecto del cortante

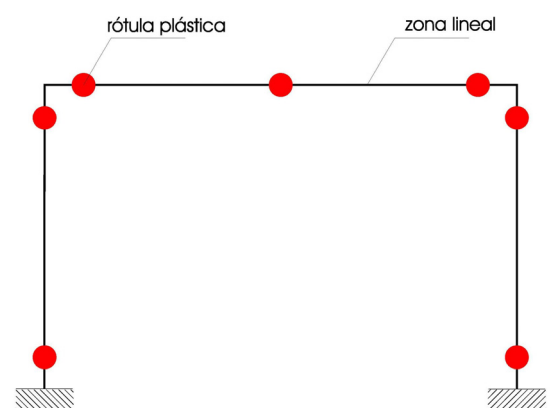


Figura 76. Modelo de rótulas plásticas o  
inelasticidad concentrada

La ley de curvaturas seccionales presenta un pico en la zona de plastificación, indicando que allí las rotaciones crecen mucho más rápidamente que en la zona elástica. Dicha zona tiende a concentrarse en una longitud finita, conocida como *Longitud plástica*, que, por condiciones de equilibrio, toma un valor máximo teórico de:

$$\text{Rotación plástica} \quad \phi_p = \int_{L_p} \phi(x) - \phi_y dx \quad (113)$$

$$\text{Longitud plástica} \quad L_p = \frac{M_u - M_y}{V} \quad (114)$$

Entre las expresiones empíricas para determinar  $L_p$ , puede utilizarse la siguiente, propuesta por Park, R. y Paulay, T. (1994):

$$L_p = 0.08 \cdot L + 0.022 \cdot \phi \cdot f_{yd} \quad (115)$$

En este modelo,  $L$  es la longitud del elemento y  $\phi$  es el diámetro de las armaduras longitudinales.

El Eurocódigo EC-2 (1992) recomienda tomar de forma simplificada una longitud de la rótula plástica igual a 1,2 veces el canto total.

En general la longitud plástica de una pieza dependerá entre otros factores de:

**La forma de la ley de los momentos flectores.** Las rótulas plásticas debidas a cargas uniformemente distribuidas suelen tener mayor longitud que las correspondientes a cargas puntuales, y las que aparecen en los vanos son mayores que las de los apoyos.

**La presencia de los esfuerzos cortantes concomitantes con el momento flector.** El esfuerzo cortante provoca una inclinación de las fisuras, incrementa la tensión de la armadura principal de flexión a una cierta distancia del punto de momento máximo (decalaje), aumentando con ello la plastificación en otras secciones con un momento menor que el plástico en flexión.

**El diámetro de la armadura de tracción.** La pérdida de adherencia producida por los altos niveles de las tensiones tangenciales tiene un efecto similar al caso anterior, extendiendo la zona plastificada a puntos adyacentes.

## 2.6 TENSIÓN DE SERVICIO

Según se ha expuesto en la introducción a este documento, el empleo de determinados coeficientes de seguridad en el cálculo de una estructura permite que, en una situación de servicio, la misma pueda absorber ciertas deformaciones admisibles sin que ello afecte a su estabilidad, es decir podrá asumir un incremento de cargas o de deformación antes de alcanzar el Estado Límite Último.

En general, los coeficientes de seguridad tratan de cubrir las incertidumbres asociadas a la resistencia del propio material, al cálculo de la estructura o a factores aleatorios externos asociados al edificio o a la obra, definidas por Jiménez Montoya, P., García Meseguer, A., Morán Cabré, F., Arroyo Portero, J.C. (2012) como sigue:

Factores aleatorios	Principales causas de incertidumbres	Magnitud en que son tenidos en cuenta a nivel de diseño
Resistencia de los materiales	Variabilidad de los materiales Defectos de ensayo Correlación entre probeta y realidad	Resistencia de cálculo de los materiales
Valor de las cargas y otras acciones	Variabilidad de las acciones no permanentes Variabilidad de los pesos propios	Valor de cálculo de las acciones
Proceso de cálculo	Precisión de las hipótesis de cálculo Errores numéricos Grado de rigor	Valor de cálculo de las acciones
Características geométricas y mecánicas de la estructura real	Defectos de ejecución (dimensiones de las secciones, posición de las armaduras, excentricidades adicionales, etc.	Resistencia de cálculo de los materiales Valores de cálculo de las acciones
otros	Precisión de las medidas, errores en planos, errores de interpretación	Valores de cálculo de las acciones

*Tabla 14. Aplicación de los coeficientes de seguridad, Jiménez Montoya y cols (2012)*

De forma general existen tres factores que garantizan la seguridad del cálculo de la estructura, así como en general el comportamiento lineal y elástico ante una situación de servicio:

- La aplicación de coeficientes de seguridad en los materiales.
- Los coeficientes de mayoración de las cargas y acciones.
- La aplicación de cargas permanentes y variables generalmente superiores a las reales.

Si determinamos el coeficiente medio de seguridad aplicado al cálculo de la estructura  $\gamma_M$ , se puede establecer que la tensión de servicio de la pieza o de los materiales sería:

$$\text{Tensión de servicio de la pieza} \quad \sigma_{servicio} = \frac{\sigma_{cálculo}}{\gamma_M} \quad (116)$$

$$\text{Tensión de servicio del acero} \quad \sigma_{s.servicio} = \frac{\sigma_{cálculo}}{\gamma_{M_s}} \quad (117)$$

$$\text{Tensión de servicio del hormigón} \quad \sigma_{c.servicio} = \frac{\sigma_{cálculo}}{\gamma_{M_c}} \quad (118)$$

Si reflejamos en un diagrama de pivotes el plano de deformaciones correspondiente a la situación de servicio de la pieza, se obtiene que la deformación de los materiales que definen dicho plano y curvatura admiten un incremento de su valor hasta alcanzar el plano de rotura,  $\Delta\epsilon_s$  para el incremento de deformación del acero hasta su rotura definida por  $\Delta\epsilon_u$ , y/o  $\Delta\epsilon_c$  para el incremento de deformación del hormigón hasta su rotura por flexo-compresión definida por  $\Delta\epsilon_{cu}$

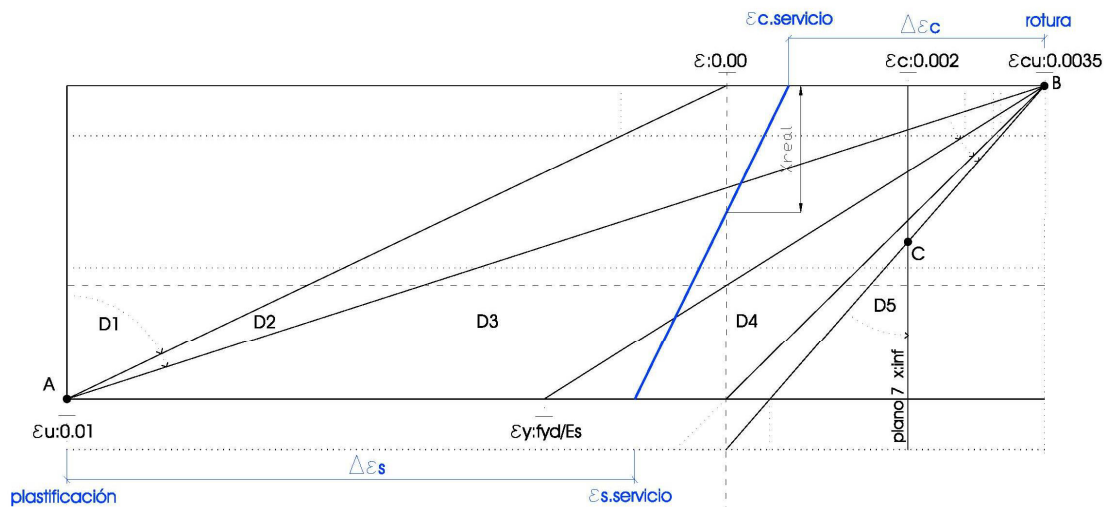


Figura 77. Incremento de tensión hasta la rotura por compresión o plastificación

El incremento de tensión que podrán experimentar los materiales vendrá dada por la diferencia entre la resistencia característica o el límite elástico de los mismos, y la tensión de servicio, valores que definimos como  $\Delta\sigma_{fjk}$  para el acero y  $\Delta\epsilon_{fck}$  para el hormigón. Este valor garantiza que se han agotando los coeficientes de seguridad empleados en el cálculo, mayoración de cargas y minoración de resistencias.



## Incremento de tensión

$$\text{Hormigón} \quad \Delta\sigma_{fck} = f_{ck} - \Delta\sigma_{c.servicio} \quad (119)$$

$$\text{Acero} \quad \Delta\sigma_{fyk} = f_{yk} - \Delta\sigma_{s.servicio} \quad (120)$$

Suponiendo que la situación de servicio implica un comportamiento elástico lineal de la pieza y de sus materiales, podríamos definir el incremento admisible de deformación de los mismos hasta su rotura como sigue.

## Incremento de deformación

$$\text{Hormigón} \quad \Delta\varepsilon_{cu} = \varepsilon_{cu} - \frac{\Delta\sigma_{c.servicio}}{E_{cm}} \quad (121)$$

$$\text{Acero} \quad \Delta\varepsilon_u = \varepsilon_u - \frac{\Delta\sigma_{s.servicio}}{E_s} \quad (122)$$

Ponemos como ejemplo los siguientes diagramas de pivotes que definen respectivamente el plano de deformación e la situación de servicio y el plano de rotura de una pieza en dominio 2 y dominio 4, reflejados en azul el incremento de tensión y deformación admisible.

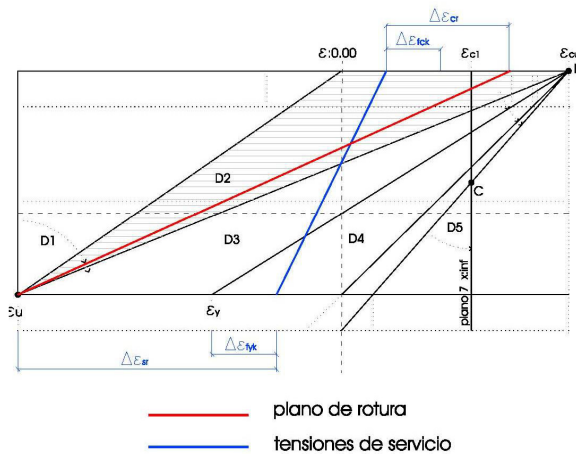


Figura 78. Incremento de tensión para un plano de rotura ubicado en dominio 2

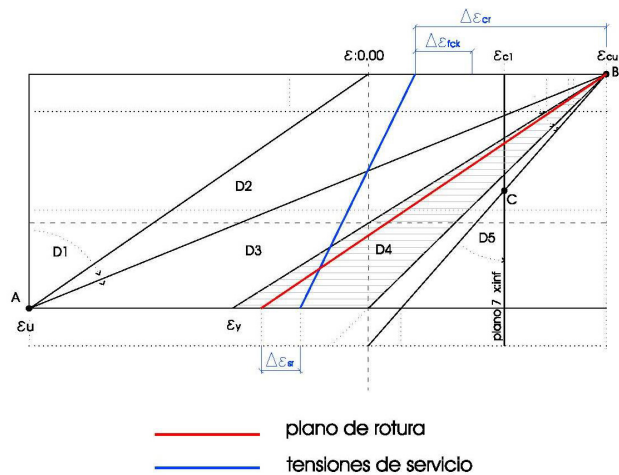


Figura 79. Incremento de tensión para un plano de rotura ubicado en dominio 4

### 2.6.1 COEFICIENTES DE SEGURIDAD DE LOS MATERIALES

Cuando se trata de conocer el comportamiento de la estructura en servicio se ha de considerar el valor característico de la resistencia de los materiales, sin embargo para el cálculo del Estado Límite Último se divide este valor por un coeficiente parcial de seguridad que minora dicha resistencia,  $\gamma_s$  para el acero y  $\gamma_c$  para el hormigón., que según la Instrucción Española y el EC-2 serían los expresados en la tabla siguiente:

Situación de proyecto	Hormigón $\gamma_c$	Acero $\gamma_s$
Persistente o transitorias	1.5 <sup>1</sup>	1.15 <sup>1</sup>
Accidentales o transitorias	1.3 <sup>2</sup>	1

*Tabla 15. Coeficientes parciales de seguridad de los materiales para Estados Límites Últimos*

1. La instrucción Española permite disminuir estos coeficientes si la obra se ejecuta con un nivel de control intenso, y el hormigón o el acero están en posesión de un distintivo de calidad oficialmente reconocido, en cuyo caso los valores podrán ser 1.4 para el hormigón y 1.35 para el hormigón prefabricado y 1.1 para el acero.
2. El código Modelo CEB-FIP (1990) el valor sería 1.2.

La Instrucción Española permite una reducción del coeficiente parcial de seguridad del acero hasta 1,10 bajo las siguientes condiciones:

- Que la ejecución se controle con nivel intenso y que las tolerancias de colocación de la armadura se ajusten con las definidas en proyecto.
- Que las armaduras tengan algún distintivo de calidad de su fabricación o formen parte de un elemento prefabricado que igualmente obtente un distintivo de calidad.
- Que el acero para las armaduras pasivas tengan un distintivo de calidad.

Asimismo permite una reducción de los coeficientes parciales de seguridad del hormigón ,hasta el 1.40 en caso general y 1.35 en elementos prefabricados si se cumple las siguientes condiciones:

- Un nivel intenso de ejecución en la estructura, y que las desviaciones en la geometría de la sección transversal respecto a las nominales sea conforme con las definidas en proyecto.
- Que el hormigón tenga un distintivo de calidad de su fabricación.

Si consideramos a efectos de cálculo únicamente la aplicación de los coeficientes parciales de seguridad de los materiales, podríamos estimar que la tensión de servicio a la que trabajan el hormigón y acero respectivamente sería el 67% y el 87% de la resistencia de cálculo del material.

### 2.6.2 VALORES DE LAS ACCIONES.

Las acciones de cálculo de una estructura pueden dividirse según su naturaleza, su variación en el tiempo o en el espacio, o según causen o no aceleración en la estructura, según la definición de la tabla siguiente.

Según su naturaleza	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Acciones directas: fuerzas concentradas o distribuidas que producen tensiones de forma directa.</li> <li>- Deformaciones impuestas, efectos térmicos, reológicos, asientos en apoyos, etc.</li> </ul>
Según causen o no aceleración en la estructura	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Dinámicas</li> <li>- Estáticas</li> </ul>
Según su variación en el tiempo	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Permanentes G: actúan en todo momento y son constantes en magnitud y posición.</li> <li>- Permanentes de valor no constantes G*: actúan en todo momento con valores variables.</li> <li>- Acciones variables Q: varían frecuentemente, tráfico, viento, nieve, uso, temperatura.</li> <li>- Acciones accidentales A: de poca probabilidad, impacto, explosión, tornado, avalancha, etc.</li> </ul>
Según si variación en el espacio	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Fijas: que se aplican siempre en la misma posición, como el peso propio.</li> <li>- Libres: cuya posición puede variar como las cargas de uso.</li> </ul>

*Tabla 16 Clasificación de acciones*

Se considera como valor característico  $F_k$  de una acción aquella que representa una probabilidad de 0.05 de ser sobrepasada durante la vida de servicio prevista para la estructura y se emplea para acciones variables y permanentes desfavorables.

En el caso de las cargas permanentes, las diferentes Normas de Acciones en la Edificación suponen que los pesos propios se determinan por medio del producto de los valores medios de las dimensiones de los elementos y el peso específico medio de los mismos.

En el caso de las cargas variables, las diferentes normas expresan los valores característicos.

### 2.6.2.1 Valores representativos de la acción.

Sobre una estructura pueden actuar además de las cargas permanentes varias cargas variables  $Q$ , siendo improbable que todas ellas actúen de forma simultánea con su valor característico.

Cuando una de las cargas variables actúa con sus valores característicos  $Q_k$ , *acción determinante*, se supone que el resto de acciones variables, *acción concomitante*, actuarán con valores menores al característico, empleándose un coeficiente de simultaneidad  $\psi$ .

En general, el valor representativo de las acciones permanentes  $Q_r$  y las accidentales  $A_r$ , será igual al su valor característico  $Q_k$  y  $A_k$ . Sin embargo, para las acciones variables  $Q$  se consideran diferentes valores representativos según la hipótesis de cálculo:

- *Valor característico*  $Q_k$ , cuando la acción variable actúa de forma aislada.
- *Valor representativo combinación*  $\psi_0 Q_k$ , para acciones variables que actúan en combinación con la acción variable determinante.
- *Valor representativo frecuente*  $\psi_1 Q_k$ , para acciones variables determinantes en situaciones accidentales.
- *Valor representativo cuasipermanente*  $\psi_2 Q_k$ , para acciones variables concomitantes en situaciones accidentales o sísmicas.

Los coeficientes  $\psi$  para edificación serían según el EC-1 y el CTE los siguientes:

	$\psi_0$	$\psi_1$	$\psi_2$
Sobrecarga superficial de uso (Categorías según DB-SE-AE)			
• Zonas residenciales (Categoría A)	0,7	0,5	0,3
• Zonas administrativas (Categoría B)	0,7	0,5	0,3
• Zonas destinadas al público (Categoría C)	0,7	0,7	0,6
• Zonas comerciales (Categoría D)	0,7	0,7	0,6
• Zonas de tráfico y de aparcamiento de vehículos ligeros con un peso total inferior a 30 kN (Categoría F)	0,7	0,7	0,6
• Cubiertas transitables (Categoría G)		(1)	
• Cubiertas accesibles únicamente para mantenimiento (Categoría H)	0	0	0
Nieve			
• para altitudes > 1000 m	0,7	0,5	0,2
• para altitudes ≤ 1000 m	0,5	0,2	0
Viento	0,6	0,5	0
Temperatura	0,6	0,5	0
Acciones variables del terreno	0,7	0,7	0,7

(1) En las cubiertas transitables, se adoptarán los valores correspondientes al uso desde el que se accede.

Tabla 17 Coeficiente de simultaneidad  $\psi$  edificación, tabla 4.2 CTE-DB-SE (2006)

Acción	$\psi_0$	$\psi_1$	$\psi_2$
Sobrecargas en edificios, categoría (véase la Norma EN 1991-1-1)			
Categoría A: zonas residenciales, domésticas	0,7	0,5	0,3
Categoría B: zonas de oficinas	0,7	0,5	0,3
Categoría C: zonas de reunión	0,7	0,7	0,6
Categoría D: zonas comerciales	0,7	0,7	0,6
Categoría E: zonas de almacenamiento	1,0	0,9	0,8
Categoría F: zona de tráfico, peso del vehículo $\leq 30$ kN	0,7	0,7	0,6
Categoría G: zona de tráfico, 30 kN < peso del vehículo $\leq 160$ kN	0,7	0,5	0,3
Categoría H: cubiertas	0	0	0
Cargas de nieve en edificios (véase la Norma EN 1991-1-3)*			
Finlandia, Islandia, Noruega, Suecia	0,70	0,50	0,20
Resto de los Estados miembro del CEN, para sitios localizados a alturas $H > 1\,000$ m sobre el nivel del mar	0,70	0,50	0,20
Resto de los Estados miembro del CEN, para sitios localizados a alturas $H \leq 1\,000$ m sobre el nivel del mar	0,50	0,20	0
Cargas de viento en edificios (véase la Norma EN 1991-1-4)	0,6	0,2	0
Temperatura (no la debida a incendio) en edificios (véase la Norma EN 1991-1-5)	0,6	0,5	0
NOTA – Los valores de $\psi$ pueden establecerse mediante los anexos nacionales.			
* Para los países que no se citan, véanse las condiciones locales correspondientes			

Tabla 18. Coeficientes de simultaneidad  $\psi$  edificación, tabla A.1.1 según EC-1

### 2.6.2.2 Valores de cálculo de las acciones

Se define como valor de cálculo de una acción  $F_d$  el obtenido de multiplicar el valor representativo por un coeficiente de ponderación  $\gamma_f$ , cuyo objetivo será cubrir la posibilidad de que las acciones alcancen valores superiores a los característicos, así como los factores aleatorios e incertidumbres asociadas expresadas en la tabla anterior.

La EHE, el CEB-FIPy el CTE hacen variar  $\gamma_f$  según el tipo de acción y el tipo de situación que se considere en cada caso.

Tipo de acción	Situación persistente o transitoria		Situación accidental	
	Efecto favorable	Efecto desfavorable	Efecto favorable	Efecto desfavorable
Permanente	$\gamma_G = 1,00$	$\gamma_G = 1,35$	$\gamma_G = 1,00$	$\gamma_G = 1,00$
Pretensado	$\gamma_P = 1,00$	$\gamma_P = 1,00$	$\gamma_P = 1,00$	$\gamma_P = 1,00$
Permanente de valor no constante	$\gamma_{G^*} = 1,00$	$\gamma_{G^*} = 1,50$	$\gamma_{G^*} = 1,00$	$\gamma_{G^*} = 1,00$
Variable	$\gamma_Q = 0,00$	$\gamma_Q = 1,50$	$\gamma_Q = 0,00$	$\gamma_Q = 1,00$
Accidental	—	—	$\gamma_A = 1,00$	$\gamma_A = 1,00$

Tabla 19. Coeficientes parciales de seguridad para los ELU. Tabla 12.1.a. EHE

Tabla 4.1 Coeficientes parciales de seguridad ( $\gamma$ ) para las acciones			
Tipo de verificación <sup>(1)</sup>	Tipo de acción	Situación persistente o transitoria	
		desfavorable	favorable
Resistencia	Permanente		
	Peso propio, peso del terreno	1,35	0,80
	Empuje del terreno	1,35	0,70
	Presión del agua	1,20	0,90
	Variable	1,50	0
Estabilidad		desestabilizadora	estabilizadora
	Permanente		
	Peso propio, peso del terreno	1,10	0,90
	Empuje del terreno	1,35	0,80
	Presión del agua	1,05	0,95
	Variable	1,50	0

<sup>(1)</sup> Los coeficientes correspondientes a la verificación de la resistencia del terreno se establecen en el DB-SE-C

Tabla 20. Coeficientes parciales de seguridad para los Estados Límites Últimos. Tabla 4.1 CTE-DB-SE (2006)

### 2.6.2.3 Hipótesis de carga

La Instrucción Española ofrece las siguientes combinaciones de acciones para los diferentes estados límites.

*Estado límite último* ( 123)

*Estado límite de servicio* ( 124)

Combinación poco probable o característica

Situaciones persistentes o transitorias:

$$\Sigma \gamma_G G_k + \Sigma \gamma_{G^*} G_k^* + \gamma_P P_k + \gamma_{Q1} Q_{k1} + \Sigma \gamma_Q \psi_0 Q_{k0}$$

$$\Sigma \gamma_G G_k + \Sigma \gamma_{G^*} G_k^* + \gamma_P P_k + \gamma_{Q1} Q_{k1} + \Sigma \gamma_Q \psi_0 Q_{k0}$$

Situaciones accidentales

Situaciones frecuente

$$\Sigma \gamma_G G_k + \Sigma \gamma_{G^*} G_k^* + \gamma_P P_k + \gamma_A A_k + \gamma_Q \psi_1 Q_{k1} + \Sigma \gamma_Q \psi_2 Q_{k2}$$

$$\Sigma \gamma_G G_k + \Sigma \gamma_{G^*} G_k^* + \gamma_P P_k + \gamma_Q \psi_1 Q_{k1} + \Sigma \gamma_Q \psi_2 Q_{k2}$$

Situación sísmica:

Situación cuasipermanente:

$$\Sigma \gamma_G G_k + \Sigma \gamma_{G^*} G_k^* + \gamma_P P_k + \gamma_A A_{Ek} + \Sigma \gamma_Q \psi_2 Q_{k2}$$

$$\Sigma \gamma_G G_k + \Sigma \gamma_{G^*} G_k^* + \gamma_P P_k + \Sigma \gamma_Q \psi_2 Q_{k2}$$

Siendo :

$\Sigma \gamma_G G_k$  Valores característicos ponderados de las acciones permanentes

$\Sigma \gamma_{G^*} G_k^*$  Valores característicos ponderados de acciones permanentes de valor no cte.

$\gamma_P P_k$  Valores característicos ponderados de las acciones de pretensado

$\gamma_{Q1} Q_{k1}$  Valor característico ponderado de la acción variable determinante

$\Sigma \gamma_Q \psi_0 Q_{k0}$  Valores representativos de combinación ponderados de la acción variable concomitante

$\gamma_Q \psi_1 Q_{k1}$  Valor representativo frecuente ponderado de la acción variable determinante

$\Sigma \gamma_Q \psi_2 Q_{k2}$  Valor representativo cuasipermanente ponderado de la acción variable determinante

$\gamma_A A_k$  Valor característico ponderado de la acción accidental

$\gamma_A A_{Ek}$  Valor característico ponderado de la acción sísmica

Jiménez Montoya et al (2012) establece para edificaciones convencionales las siguientes simplificaciones de las combinaciones de hipótesis anteriores:

*Estado límite último* ( 125)

Situaciones persistentes o transitorias:

$$\Sigma \gamma_G G_k + \gamma_Q Q_k$$

Situaciones accidentales

$$\Sigma \gamma_G G_k + 0.9 \Sigma \gamma_Q Q_k$$

Situación sísmica:

$$\Sigma \gamma_G G_k + \gamma_A A_{Ek} + 0.8 \Sigma \gamma_Q Q_k$$

*Estado límite de servicio* ( 126)

Combinación poco probable o característica

$$\Sigma G_k + \gamma_Q Q_k$$

Situaciones frecuente

$$\Sigma G_k + 0.9 \Sigma \gamma_Q Q_k$$

Situación cuasipermanente:

$$\Sigma G_k + 0.6 \Sigma \gamma_Q Q_k$$

El código americano ACI 318 (2005) no aplica coeficientes de minoración a los materiales sino a los esfuerzos resistentes, por lo que establece unos coeficientes medios de mayoración de cargas superiores a los anteriormente indicados,  $\gamma = 1.4$  para cargas permanentes y  $\gamma = 1.7$  para cargas variables, así como las siguientes hipótesis de carga para el estado límite último:

Combinación de acciones:

$$1.4(G + F)$$

$$1.2(G + F + T) + 1.6(Q + H) + 0.5(Q_c / S / R)$$

$$1.2G + 0.6(Q_c / S / R) + (Q / 0.8W)$$

$$1.2G + 0.6W + Q + 0.5(Q_c / S / R)$$

$$1.2G + E + Q + 0.2S$$

$$0.9G + 1.6W + 1.6H$$

$$0.9G + E + 1.6H$$

Siendo:

$G$  Carga permanente

$F$  Empujes líquidos

$T$   $T^a$ , retracción, fluencia, asientos

$Q$  Sobrecarga

$H$  Empuje del terreno

$Q_c$  Sobrecarga en cubierta

$S$  Nieve

$R$  Lluvia

$W$  Viento

$E$  Sismo

## 2.7 COMPORTAMIENTO MECÁNICO DE LA FÁBRICA DE LADRILLO

La de fábrica de ladrillo, paramentos divisorios y cerramientos, son por su rigidez los elementos constructivos en los que de forma inmediata se producen los primeros daños por fisuración derivados de un movimiento diferencial.

La lectura de dichos daños, así como su comparación con los valores obtenidos mediante la nivelación topográfica permitirán deducir cual ha sido el comportamiento del edificio ante dicha deformación impuesta, es decir si se han producido deformaciones y/o giros en el conjunto edificado.

Con objeto de poder establecer una relación entre el comportamiento de la estructura y la albañilería, se aporta en el capítulo siguiente un método simplificado planteado por Cano Marín R.D. (2013b), para deducir los valores de distorsión que permiten la fisuración de la albañilería, por lo que procedemos a continuación al análisis de sus características mecánicas.

### 2.7.1 CARÁCTERÍSTICAS MECÁNICAS DE LA FÁBRICA

El CTE-DB-SE-F (2006) establece una resistencia característica a la compresión de la fábrica  $f_k$ , correspondiente a un esfuerzo normal a los tendeles, según los valores de la tabla siguiente.

Resistencia normalizada de las piezas, $f_b$ (N/mm <sup>2</sup> )	10		15		20		25
Resistencia del mortero, $f_m$ (N/mm <sup>2</sup> )	5	7,5	7,5	10	10	15	15
Ladrillo macizo con junta delgada	5	5	7	7	9	10	11
Ladrillo macizo	4	4	6	6	8	8	10
Ladrillo perforado	4	4	5	6	7	8	9
Bloques aligerados	3	4	5	5	6	7	8
Bloques huecos	2	3	4	4	5	6	6

Tabla 21. Resistencia característica a compresión de las fábricas. Tabla 4.4. CTE-DB-SE-F (2006)

Según Tena, A. (2001) la resistencia a la compresión de la mampostería puede estimarse como:

$$f_m = 0.45 f_p \quad \text{Para piezas de barro y sílico-calcáreas}$$

$$f_m = 0.60 f_p \quad \text{Para piezas de hormigón}$$



Donde  $f_m$  es la resistencia a la compresión de la mampostería y  $f_p$  es la resistencia a la compresión de la pieza.

Como resistencia característica a cortante  $f_{vk}$  de una fábrica con mortero ordinario y juntas llenas, el CTE-DB-SE-F establece los siguientes valores:

$$\text{Para mortero ordinario y juntas llenas} \quad f_{vk} = f_{vko} + 0.36\sigma_k \leq 0.065f_b \quad (127)$$

$$\text{Para mortero ordinario y llagas a hueso} \quad f_{vk} = f_{vko} + 0.45\sigma_k \leq 0.045f_b \quad (128)$$

$$\text{Para mortero ordinario y tendel hueco} \quad f_{vk} = f_{vko} \cdot \frac{g}{t} + 0.36\sigma_{kd} \leq 0.05f_b \quad (129)$$

Donde  $f_{vko}$  es la resistencia a corte puro, con tensión de compresión nula, que puede determinarse para morteros ordinarios como sigue:

Tipo de piezas		f <sub>vk0</sub> (N/mm <sup>2</sup> )			Límite de f <sub>vk</sub> (N/mm <sup>2</sup> ) <sup>(1)</sup>		
		M1	M2,5	M10	M1	M2,5	M10
macizas	Mortero						
	Ladrillo cerámico	0,1	0,2	0,3	1,2	1,5	1,7
	Piedra natura	0,1	0,15	-	1,0	1,0	-
	Otras	0,1	0,15	0,2	1,2	1,5	1,7
perforadas	Ladrillo cerámico	0,1	0,2	0,3	1,4*	1,2*	1,0*
	Otras	0,1	0,15	0,2	1,4*	1,2*	1,0*
aligeradas		0,1	0,15	0,2	1,4*	1,2*	1,0*
huecas		0,1	0,2	0,3	**	**	**

\* La menor de las resistencias longitudinales a compresión.

\*\* Sin más limitaciones que las dadas por la ecuación 4.1

<sup>(1)</sup> Para llagas a hueso, o con tendel hueco, el valor es el 70% del consignado

Tabla 22. Resistencia característica a cortante de las fábricas. Tabla 4.5. CTE-DB-SE-F (2006)

$\sigma_k$  Si hay compresión, la tensión característica normal media perpendicular a la tabla, debida a la compresión debida a las cargas permanentes sobre el nivel considerado

$f_b$  Es la resistencia normalizada a compresión de las piezas de fábrica, con el esfuerzo actuando perpendicular a la tabla, valores establecidos entre 10-25MPa

### 2.7.1.1 Deformabilidad

El CTE establece como diagrama tensión-deformación de la fábrica la forma genérica que se representa en la figura siguiente. Como diagrama de cálculo permite adoptar la rama "b" o "c" de la figura, sin embargo en el caso de uso de piezas aligeradas o huecas que puedan presentar rotura frágil antes de desarrollar la rama horizontal, se establece el uso de la rama "a" de la figura.

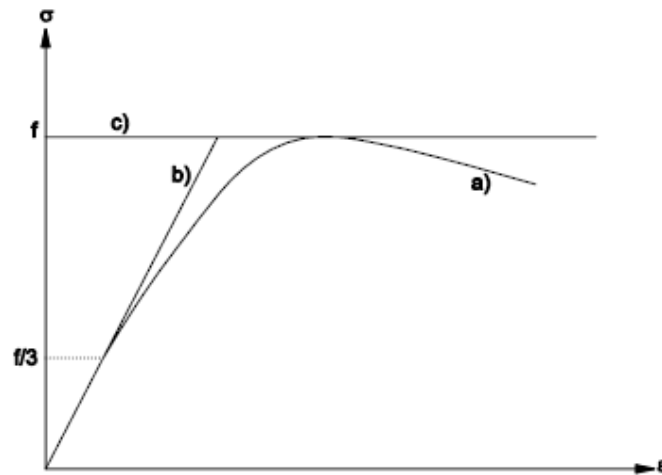


Figura 80. Diagrama tensión deformación de las fábricas. Figura 4.2. CTE-DB-F

Meli, R. (1975) propone una curva de tipo trilineal para el diagrama tensión-deformación de la mampostería, donde el primer tramo describe la deformación del muro sin fisurar, el segundo tramo corresponde a la zona entre el agrietamiento y la carga máxima o de colapso, y la tercera línea el rango de deformación que permite el elemento para una misma carga máxima, rama horizontal que se mantiene hasta la deformación de colapso.

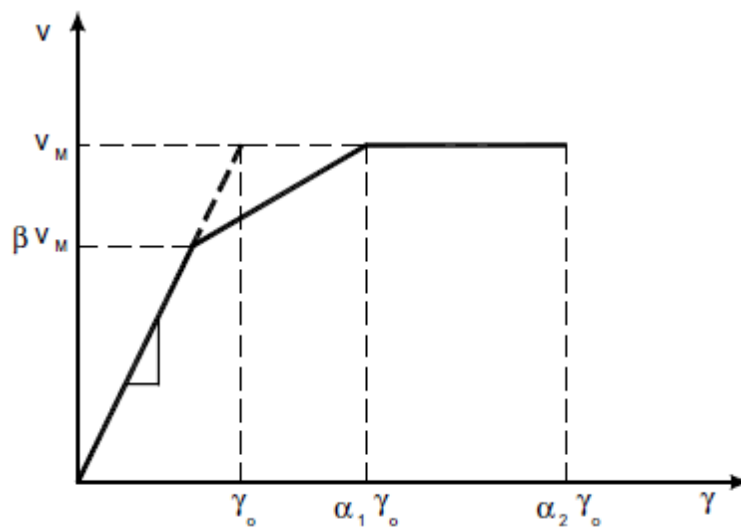


Figura 81. Curva trilineal propuesta por Meli, R. (1979).

Asimismo Meli, R. (1979) propone un diagrama tensión-deformación para elementos de mampostería donde distingue entre paramentos de bloque de hormigón vibrado, (bloque de concreto en la figura siguiente); paramentos de piezas macizas de barro (tabique recocido); paramento de ladrillo perforado, (tabique con huecos verticales); y tabique tipo rejilla, (tabique de capuchina).

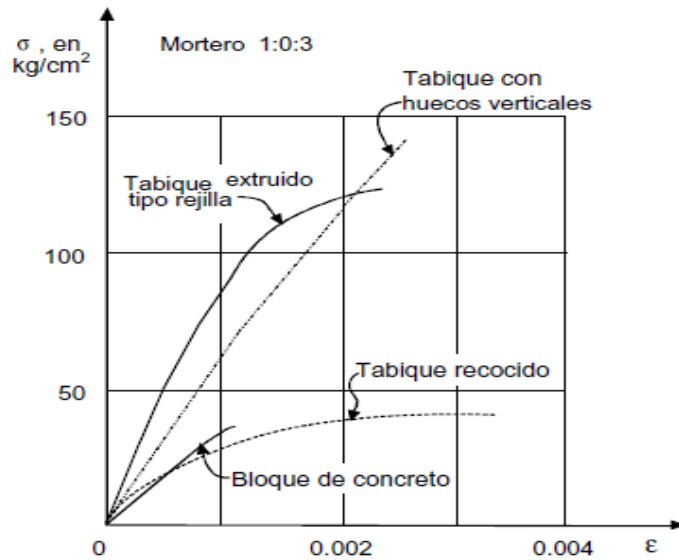


Figura 82. Diagrama tensión deformación de la fábrica en compresión Meli, R. (1979)

En este modelo se propone que la resistencia lateral del muro puede mantenerse en un determinado intervalo de deformaciones, sin embargo, otras investigaciones como Tomazevic, M. (1997) propone modelos que incluyen una reducción importante de la resistencia de la mampostería ante la aplicación de tensiones superiores a la máxima.

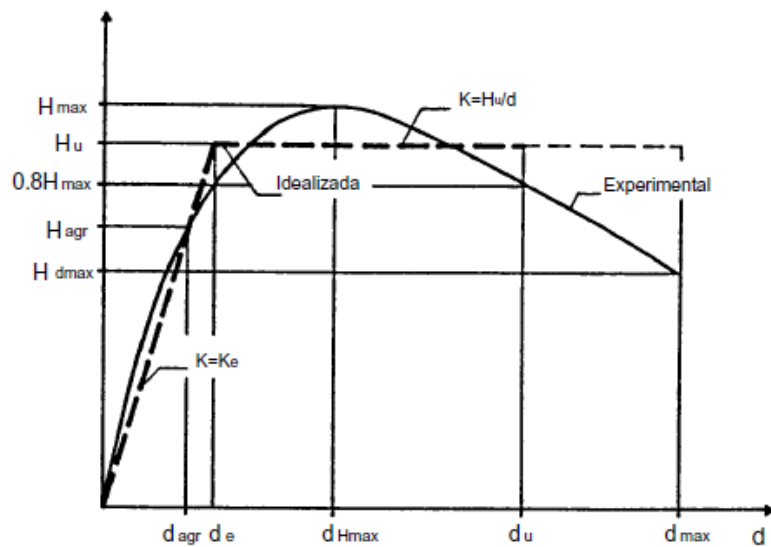


Figura 83. Curva bilineal para el comportamiento de la mampostería. Tomazevic (1997)

El CTE plantea como módulo de elasticidad secante instantáneo "E" de una fábrica de ladrillo, un valor igual a 1000 veces la resistencia a cortante  $f_k$  para cálculos de Estado Límite Último y el 60% de dicho valor para cálculo del Estado Límite de Servicio.

De los ensayos realizado por Meli, R. (1971) se deduce que los módulos de elasticidad secantes obtenidos mediante ensayo en laboratorio varían considerablemente para la fábrica ejecutada con piezas pequeñas, debido al mayor número de juntas por unidad de longitud, pudiendo variar la resistencia de la fábrica en función a las continuidad mecánica del mortero de cemento, el espesor de la junta y su homogeneidad. Finalmente propone los siguientes valores aproximados:

$$E_m = 450 f_m \quad \text{Para piezas de barro} \quad (130)$$

$$E_m = 600 f_m \quad \text{Para piezas de concreto} \quad (131)$$

Como módulo de elasticidad transversal "G", el CTE-DB-F considera que puede tomarse el 40% del módulo de elasticidad E. Este valor se emplea además en la ACI-530 (2005), UBC (1997), IBC (2000), NTCM (2002),

Según Tena, A. (2001), si se considera un comportamiento elástico y lineal para el mortero y las piezas del elemento de fábrica, se puede tomar como módulo de elasticidad de la mampostería  $E_m$  y el de las piezas  $E_p$  la siguiente expresión:

$$\frac{E_m}{E_p} = \frac{1 + \gamma_t}{1 + \frac{\gamma_t}{\gamma_M}} \quad (132)$$

Donde

Relación entre el espesor de la junta de mortero  $t_j$  y el espesor de la pieza  $t_p$

$$\gamma_t = \frac{t_j}{t_p} \quad (133)$$

Relación entre el módulo de elasticidad de la junta  $E_j$  y de la pieza  $E_p$

$$\gamma_M = \frac{E_j}{E_p} \quad (134)$$

De la formulación planteada por Tena, A. (2001) se deduce que las juntas de mortero tienen una influencia pequeña en el módulo de elasticidad de la mampostería, que dependerá fundamentalmente de la rigidez de las piezas, según refleja la figura siguiente.

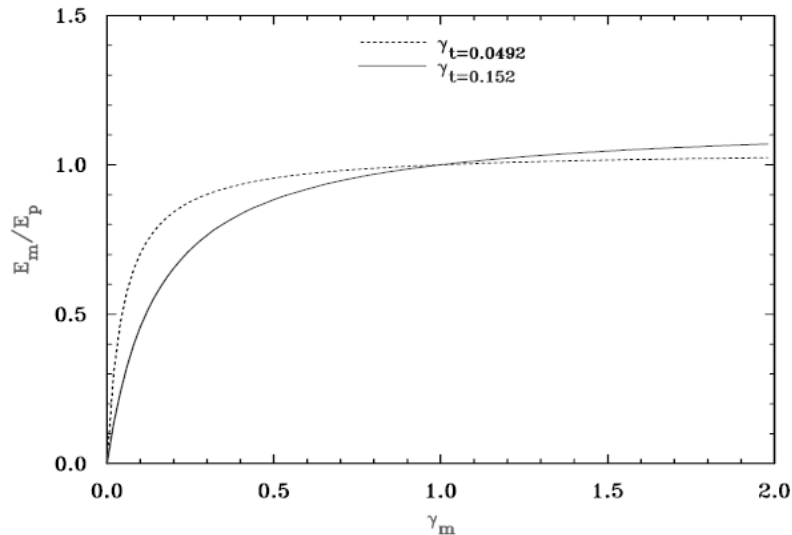


Figura 84. Variación del módulo de elasticidad de la mampostería en función a la relación modular para relaciones de espesores fijas Tena, A. (2001)

### 2.7.2 COMPORTAMIENTO MECÁNICO DE LA MAMPOSTERÍA CONFINADA BAJO TENSIÓN DIAGONAL

Los principales tipos de rotura de la mampostería en un ensayo de compresión diagonal pueden darse del siguiente modo:

1. La fisuración diagonal atraviesa las piezas. Este tipo de rotura se da generalmente cuando la resistencia de las piezas es menor que la resistencia de adherencia del mortero.
2. La fisuración se produce en las juntas. Se produce cuando la resistencia de las piezas es mayor que la resistencia de adherencia del mortero con las piezas, por lo que el agrietamiento se produce en el elemento débil que en este caso es la junta.
3. Fisuración mixta. Se produce cuando el esfuerzo resistente a la tensión de las piezas es semejante a la adherencia entre piezas y mortero, en este caso el agrietamiento diagonal se da tanto en las piezas como en las juntas.

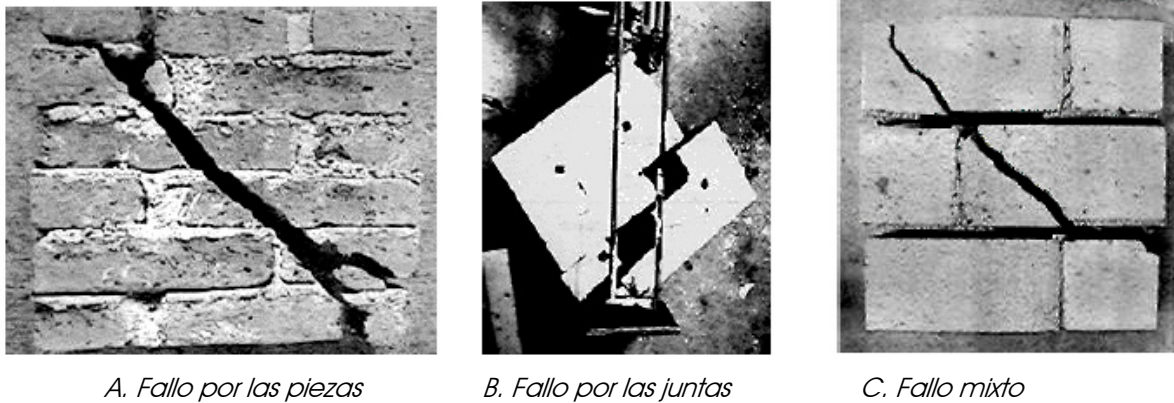


Figura 85. Modos de rotura en ensayos de compresión diagonal Meli, R. (1979)

Según Meli R. (1975) los elementos de mampostería confinada tienen un comportamiento ante cargas laterales semejante al obtenido mediante los ensayos de compresión diagonal, sin embargo la fuerza cortante que produce el agrietamiento es menor cuando el ensayo se realiza en voladizo que cuando se efectúa en compresión diagonal.

Plantea que el esfuerzo cortante que produce el agrietamiento diagonal en un muro sujeto a cargas laterales y sin esfuerzos de compresión significativos puede estimarse como:

$$V_a = 0.8V_{cd} \quad (135)$$

Donde

$V_a$       Esfuerzo cortante que produce el agrietamiento en un muro con cargas laterales.

$V_{cd}$       Esfuerzo cortante que produce el agrietamiento en un ensayo a compresión diagonal

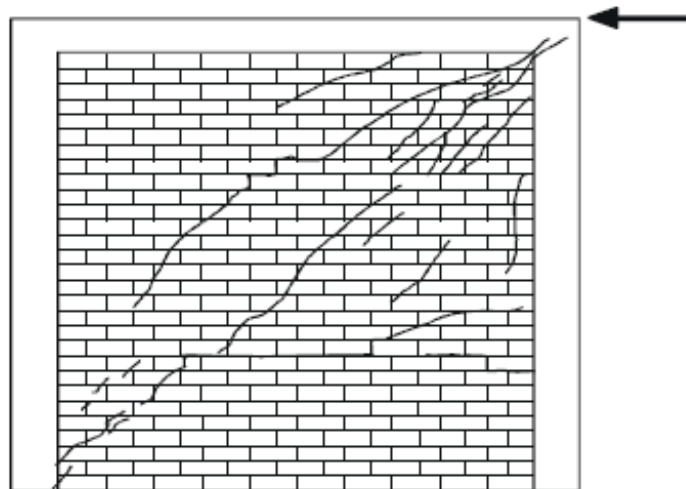


Figura 86. Ensayo de distorsión angular en muro de mampostería confinada Meli, R. (1975).

Los ensayos realizados por Meli, R. (1975) reflejan que la deformación angular que provoca el agrietamiento de un elemento de mampostería confiada varía entre 0.0015 y 0.0025, es decir  $L/400$  y  $L/666$  siendo  $L$  la longitud del elemento.

Sin embargo para ensayos a compresión diagonal la deformación que produce la rotura de la mampostería varía entre 0.0005 y 0.0015, es decir  $L/600$  y  $L/2000$ .

Tena, A. y Miranda, E. (2003) establecen que la deformación total que resiste un elemento de mampostería sometido a deformaciones impuestas es la suma de la deformación resistida por cortante y la deformación resistida por flexión:

$$\delta_T = \delta_c + \delta_f \quad (136)$$

Donde:

$$\delta_c = \alpha \frac{V_\delta \cdot L^3}{E \cdot I} \quad \text{Deformación por cortante} \quad (137)$$

$$\delta_f = \alpha \frac{V_\delta \cdot L}{A \cdot G} \quad \text{Deformación por flexión} \quad (138)$$

Siendo

$A$	Área de la flexión
$I$	Inercia de la sección del cerramiento $I = B \cdot H^3 / 12$
$G$	Módulo de rigidez del cerramiento o elasticidad a cortante.
$E$	Módulo de elasticidad del cerramiento
$V_\delta$	Esfuerzo cortante
$\alpha$	Coeficiente que depende de las restricciones a las deformaciones de los extremos, y que consideramos igual a 1 como empotramiento perfecto.

Sustituyendo las expresiones anteriores:

$$\delta_T = \alpha V_\delta \cdot \left( \frac{L^3}{E \cdot I} + \frac{L}{A \cdot G} \right) \quad (139)$$





### 3.1 HIPÓTESIS DE PARTIDA

Según se ha expuesto en capítulos anteriores, existen una serie de variables y coeficientes de seguridad empleados en el cálculo de las estructuras que permiten que las mismas, en condiciones exclusivamente de servicio, puedan asumir un incremento de tensión manteniendo el mismo comportamiento ante su deformación.

Sin embargo, únicamente puede concretarse de forma estadística el coeficiente de mayoración de cargas, existiendo otras variables como el coeficiente de minoración de resistencia de los materiales, el empleo de acciones y cargas de cálculo superiores a las reales o el grado de empotramiento de los nudos, que no pueden estimarse de forma estadística y que influyen en el análisis de las condiciones reales de servicio de las estructura.

De este modo, el coeficiente de minoración de la resistencia de los materiales dependerá del nivel de control de su fabricación y de la ejecución de la obra, las cargas permanentes y variables dependerán del uso del edificio, su superficie, su ubicación ó su exposición, y el grado de empotramiento de la estructura de la relación de la rigidez viga-pilar, del número de pórticos, de su ubicación, del número de plantas, de los axiles de los pilares, etc, variables que no son cuantificables.

#### 3.1.1 ANÁLISIS DE LA INFLUENCIA DE LAS SIMPLIFICACIONES ESTIMADAS PARA EL CÁLCULO

Por lo anteriormente expuesto resulta necesario estimar como hipótesis de partida tres simplificaciones básicas que dejarán el cálculo del lado de la seguridad.

1. Tomamos la resistencia de cálculo de los materiales.
2. Consideramos que las piezas cuentan con un biempotramiento perfecto.
3. Tomamos las cargas permanentes y variables establecidas por norma.

Debido a la infinita casuística de materiales, detalles constructivos, distribuciones y usos en edificación, resulta imposible estimar la diferencia entre las cargas reales y de cálculo, por lo que procedemos exclusivamente a continuación a analizar la influencia en el cálculo de la estructura del coeficiente de minoración de resistencia de los materiales y su grado de empotramiento.

### 3.1.1.1 Influencia de los coeficientes de minoración de resistencia de los materiales

Tomando el procedimiento de cálculo lineal, lineal con redistribución limitada de esfuerzos y no lineal establecido en este capítulo para la obtención de los valores de distorsión angular máxima admisible asociada a la rotura de la pieza, se realiza una comparativa de los resultados obtenidos con y sin el empleo de los coeficientes de minoración de resistencia de los materiales.

Para ello se han tomado las combinaciones de geometría y cargas dadas por anchos de 20 y 60cm, luces de 3, 4, 5, 6 y 7 m, y cargas por superficie de 5, 10 y 15kN/m<sup>2</sup>, estimando en todos los casos un ancho tributario similar a la luz de la pieza.

De los resultados expresados en la tabla siguiente puede deducirse que el empleo de coeficientes de minoración para el cálculo lineal y lineal con redistribución limitada de esfuerzos, reduce entre un 10% y un 20% los valores de distorsión máxima admisible, manteniendo una relación progresiva y casi lineal que aumenta con el incremento de cargas.

Igualmente la capacidad de deformación de la pieza se ve reducida en cálculo no lineal, cuyos valores de distorsión se ven penalizados entre 0% y un 30%.

Este porcentaje, con una relación dispar entre valores, aumenta a medida que incrementamos las cargas o las luces, y reducimos la relación Luz/canto útil de la pieza.

Esto se debe a que, frente a una menor rigidez, la pieza requiere movilizar mayores esfuerzos en la cara comprimida de la sección, teniendo una mayor influencia la resistencia del hormigón, que ha sido reducida un 33,33% mediante el coeficiente de minoración.

Se trata en cualquier caso de piezas con una rotura frágil por compresión cuyos planos de deformación pivotarán sobre  $\varepsilon_{cu}$ .

Q	L	b - L/d	LINEAL			LINEAL REDISTRIBUCIÓN			NO LINEAL		
			$\gamma_c = 1.5$ $\gamma_s = 1.15$	$\gamma_c = 1$ $\gamma_s = 1$	%	$\gamma_c = 1.5$ $\gamma_s = 1.15$	$\gamma_c = 1$ $\gamma_s = 1$	%	$\gamma_c = 1.5$ $\gamma_s = 1.15$	$\gamma_c = 1$ $\gamma_s = 1$	%
5	3	20-10.	789	690	13%	574	497	13%	97	97	0%
		60-25.	296	258	13%	228	196	14%	43	43	0%
	4	20-10.	771	673	13%	572	495	14%	103	103	0%
		60-25.	288	250	13%	229	196	14%	46	46	0%
	5	20-10.	756	659	13%	571	492	14%	113	113	0%
		60-25.	282	243	14%	230	194	16%	59	51	13%
	6	20-10.	743	648	13%	571	490	14%	117	117	0%
		60-25.	278	238	14%	232	195	16%	73	51	30%
10	3	20-10.	787	686	13%	603	518	14%	117	117	0%
		60-25.	294	252	14%	245	206	16%	72	51	29%
	4	20-10.	765	665	13%	604	516	15%	124	124	0%
		60-25.	288	244	15%	252	207	18%	105	74	29%
	5	20-10.	749	648	14%	606	515	15%	145	135	7%
		60-25.	287	237	17%	263	220	16%	146	104	29%
	6	20-10.	737	634	14%	611	514	16%	179	148	23%
		60-25.	276	233	16%	259	212	18%	161	116	27%
15	3	20-10.	728	631	13%	583	497	15%	127	127	0%
		60-25.	276	231	16%	248	200	19%	120	82	31%
	4	20-10.	709	610	14%	589	496	16%	176	133	25%
		60-25.	266	224	16%	250	205	18%	154	114	26%
	5	20-10.	697	594	15%	600	497	17%	231	153	28%
		60-25.	250	221	12%	241	213	12%	154	148	4%
	6	20-10.	691	581	16%	615	500	19%	294	210	27%
		60-25.	240	213	11%	234	209	11%	154	154	0%
	7	20-10.	691	571	17%	637	504	21%	303	213	30%
		60-25.	232	205	12%	280	220	22%	153	153	0%

Tabla 1. Comparación de valores de distorsión máxima admisible con y sin coeficientes de minoración de resistencias

### 3.1.1.2 Influencia del grado de empotramiento

El movimiento diferencial de la cimentación genera básicamente esfuerzos de flexión y cortante en la estructura, que bidimensionalmente podríamos definir como sigue:

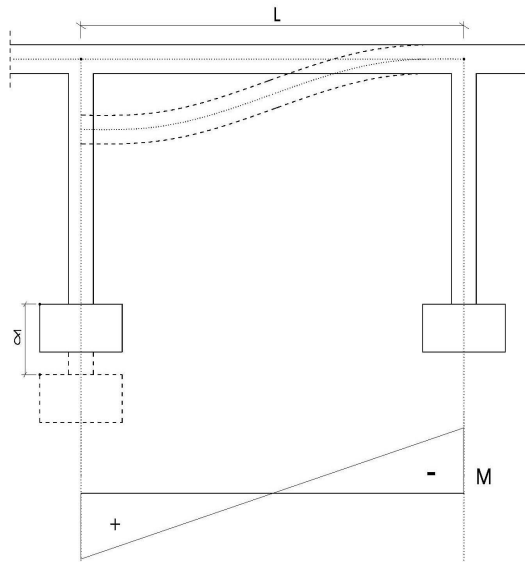


Figura 1. Esfuerzos generados por la distorsión angular de una viga

Momento flector

$$M_{\delta} = \alpha \frac{6E_c I \delta}{L^2} \quad (1)$$

Cortante

$$V_{\delta} = \alpha \frac{12E_c I \delta}{L^3} \quad (2)$$

Donde:

$I$  Inercia fisurada de la sección

$\delta$  Distorsión angular

$L$  Luz de la viga

$\alpha$  Grado de empotramiento

Como se puede comprobar, los esfuerzos por flexión y cortante son directamente proporcionales al grado de empotramiento de la pieza de hormigón, es decir, la capacidad de giro del nudo.

El grado de empotramiento dependerá de la relación entre la rigidez de la viga y los pilares del pórtico, así como del axil al que se ven sometidos los pilares, esfuerzo que reducirá la capacidad de giro de los nudos.

Para conocer la influencia del grado de empotramiento en la redistribución de los esfuerzos generados por la distorsión, realizamos a continuación los siguientes análisis:

1. Un análisis matricial del giro en pórticos de 1 y 2 vanos si cargar.
2. Un análisis lineal y elástico de una estructura de 3x3 pórticos y tres plantas de altura, resuelto con el programa de cálculo SAP 2000.

### Análisis matricial del grado de empotramiento de un pórtico de un vano

Se estudia a continuación un pórtico de un vano formado por pilares simétricos, sometido al asiento diferencial de un pilar.

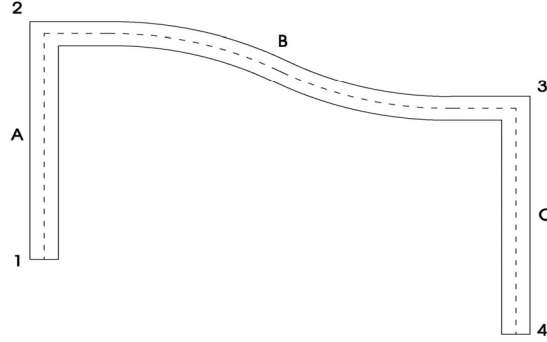


Figura 2. Asiento en pilar extremo en un pórtico de un vano

Al tratarse de un problema simétrico, podemos deducir que el giro en el nudo tres será igual al giro en el nudo 2, con lo que el sistema de ecuaciones matricial queda como sigue:

$$\begin{aligned}
 \begin{pmatrix} M_{1a} \\ M_{2a} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} M'_{1a} \\ M'_{2a} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{pmatrix} K_p \rightarrow \begin{aligned} M_{1a} &= M'_{1a} + 2\theta_2 K_p \\ M_{2a} &= M'_{2a} + 4\theta_2 K_p \end{aligned} \\
 \begin{pmatrix} M_{2b} \\ M_{3b} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} M'_{2b} \\ M'_{3b} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta_2 \\ \theta_3 \end{pmatrix} K_v \rightarrow \begin{aligned} M_{2b} &= M'_{2b} + 4\theta_2 K_v + 2\theta_3 K_v \\ M_{3b} &= M'_{3b} + 2\theta_2 K_v + 4\theta_3 K_v \end{aligned} \\
 \begin{pmatrix} M_{3c} \\ M_{4c} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} M'_{3c} \\ M'_{4c} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta_3 \\ \theta_4 \end{pmatrix} K_p \rightarrow \begin{aligned} M_{3c} &= M'_{3c} + 4\theta_3 K_p \\ M_{4c} &= M'_{4c} + 2\theta_3 K_p \end{aligned}
 \end{aligned} \tag{3}$$

Donde:

$K_p$ y $K_v$	Rigidez del pilar y de la viga
$\theta_1$	Giro del nudo 1
$M_{4c}$	Momento flector del nudo 4 en la barra C

Del sistema de ecuaciones despejamos el giro en el nudo 2 y 3, siendo los únicos o coaccionados, y los momentos flexores asociados:

$$\begin{aligned}
 \theta_2 &= \frac{-4(M'_{2a} + M'_{2b})(K_v + K_p) + 2K_v(M'_{3b} + M'_{3c})}{16(K_v + K_p)^2 - 4K_v^2} \\
 \theta_3 &= \frac{2K_v(M'_{2a} + M'_{2b}) - 4(M'_{3b} + M'_{3c})(K_v + K_p)}{16(K_v + K_p)^2 - 4K_v^2}
 \end{aligned} \tag{4}$$

$$\begin{pmatrix} M'_{2b} \\ M'_{3b} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_\delta \\ M_\delta \end{pmatrix} \quad (5)$$

Sustituyendo las expresiones de los giros y nudos tendremos:

$$\theta_2 = \theta_3 = \frac{-4M_\delta(K_v + K_p) + 2K_v M_\delta}{16(K_v + K_p)^2 - 4K_v^2} \rightarrow \theta = M_\delta \left( \frac{-2K_v - 4K_p}{16K_p^2 + 12K_v^2 + 32K_v K_p} \right) \quad (6)$$

Sustituyendo el valor del giro:

$$M_{2b} = M_{3b} = M_\delta \left( 1 - 6K_v \left( \frac{2K_v + 4K_p}{16K_p^2 + 12K_v^2 + 32K_v K_p} \right) \right) \rightarrow$$

$$M = M_\delta \left( 1 - \frac{12K_v^2 + 24K_v K_p}{16K_p^2 + 12K_v^2 + 32K_v K_p} \right) \quad (7)$$

El grado de empotramiento será:

$$\alpha = \left( 1 - \frac{12K_v^2 + 24K_v K_p}{16K_p^2 + 12K_v^2 + 32K_v K_p} \right) \quad (8)$$

Dividiendo por  $K_p^2$  todos los miembros de la expresión anterior se obtiene el grado de empotramiento en función al cociente de la rigidez de la viga y el pilar  $K_{vp}$  como sigue:

$$\alpha_1(K_{vp}) = \left( 1 - \frac{12K_{vp}^2 + 24K_{vp}}{16 + 12K_{vp}^2 + 32K_{vp}} \right) \quad (9)$$

Resolvemos gráficamente la ecuación anterior como sigue:

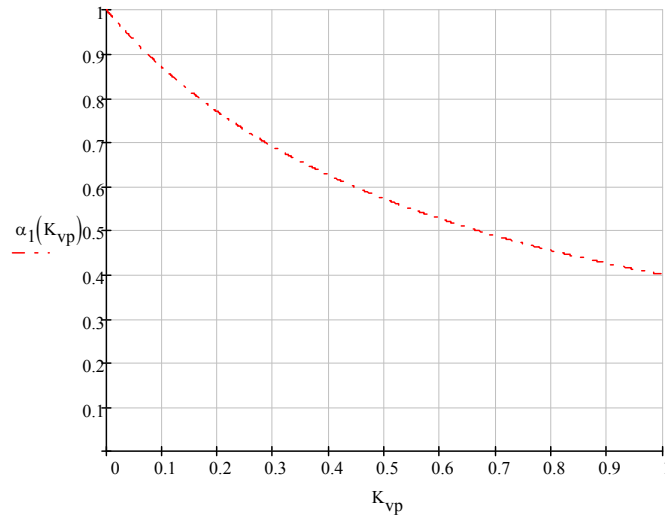


Figura 3. Relación entre el cociente de la rigidez viga-pilar y el grado de empotramiento

### Análisis matricial del grado de empotramiento de un pórtico de dos vanos simétricos

Se estudia a continuación un pórtico formado por dos vanos, sometido a un asiento diferencial de un pilar central.

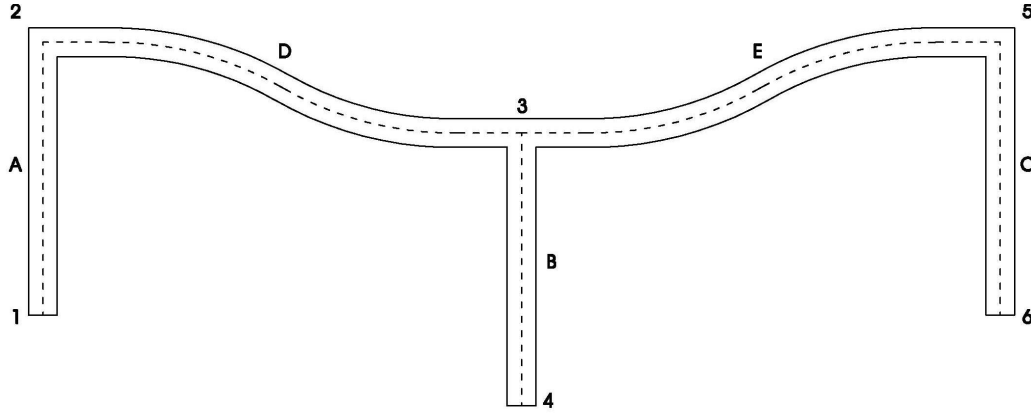


Figura 4 Asiento de pilar central en un pórtico de dos vanos

El sistema matricial de ecuaciones estaría definido como sigue:

$$\begin{aligned}
 \begin{pmatrix} M_{1a} \\ M_{2a} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} M'_{1a} \\ M'_{2a} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{pmatrix} K_p \rightarrow \begin{aligned} M_{1a} &= M'_{1a} + 2\theta_2 K_p \\ M_{2a} &= M'_{2a} + 4\theta_2 K_p \end{aligned} \\
 \begin{pmatrix} M_{2d} \\ M_{3d} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} M'_{2d} \\ M'_{3d} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta_2 \\ \theta_3 \end{pmatrix} K_v \rightarrow \begin{aligned} M_{2d} &= M'_{2d} + 4\theta_2 K_v + 2\theta_3 K_v \\ M_{3d} &= M'_{3d} + 2\theta_2 K_v + 4\theta_3 K_v \end{aligned} \\
 \begin{pmatrix} M_{3b} \\ M_{4b} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} M'_{3b} \\ M'_{4b} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta_3 \\ \theta_4 \end{pmatrix} K_p \rightarrow \begin{aligned} M_{3b} &= M'_{3b} + 4\theta_3 K_p \\ M_{4b} &= M'_{4b} + 2\theta_3 K_p \end{aligned} \\
 \begin{pmatrix} M_{3e} \\ M_{5e} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} M'_{3e} \\ M'_{5e} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta_3 \\ \theta_5 \end{pmatrix} K_v \rightarrow \begin{aligned} M_{3e} &= M'_{3e} + 4\theta_3 K_v + 2\theta_5 K_v \\ M_{5e} &= M'_{5e} + 2\theta_3 K_v + 4\theta_5 K_v \end{aligned} \\
 \begin{pmatrix} M_{5c} \\ M_{6c} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} M'_{5c} \\ M'_{6c} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta_5 \\ \theta_6 \end{pmatrix} K_p \rightarrow \begin{aligned} M_{5c} &= M'_{5c} + 4\theta_5 K_p \\ M_{6c} &= M'_{6c} + 2\theta_5 K_p \end{aligned}
 \end{aligned} \tag{10}$$

Del sistema de ecuaciones despejamos el giro de los nudos no coaccionados:

$$\begin{aligned}
 M_{2a} + M_{2d} &= 0 \rightarrow M_{\delta} + 4\theta_2 (K_p + K_v) = 0 \rightarrow \theta_2 = -\frac{M_{\delta}}{4(K_p + K_v)} \\
 M_{5e} + M_{5c} &= 0 \rightarrow -M_{\delta} + 4\theta_5 (K_v + K_p) = 0 \rightarrow \theta_5 = \frac{M_{\delta}}{4(K_p + K_v)}
 \end{aligned} \tag{11}$$

Sustituyendo los giros se obtienen los momentos flectores en el nudo o 2 y 3:

$$M_{2d} = -M_{5e} = M_{\delta} + 4\theta_2 K_v = M_{\delta} - \frac{K_v M_{\delta}}{(K_p + K_v)} = M_{\delta} \left( 1 - \frac{K_v}{(K_p + K_v)} \right)$$

$$M'_{3d} = -M'_{3e} = M_{\delta} + 2\theta_2 K_v = M_{\delta} - \frac{K_v M_{\delta}}{2(K_p + K_v)} = M_{\delta} \left( 1 - \frac{K_v}{2(K_p + K_v)} \right) \quad (12)$$

Dividiendo por  $K_p$  todos los miembros de la expresión anterior se determina el grado de empotramiento en función al cociente de la rigidez de la viga y el pilar  $R_{vp}$ . El grado de empotramiento en los nudos extremos del pórtico 2 y 5 y en el nudo central 3 quedará definido por las siguientes expresiones:

$$\alpha_{2ext} = \left( 1 - \frac{K_{vp}}{(1 + K_{vp})} \right) \quad (13)$$

$$\alpha_{2cent} = \left( 1 - \frac{K_{vp}}{2(1 + K_{vp})} \right) \quad (14)$$

Resolvemos gráficamente la ecuación anterior como sigue

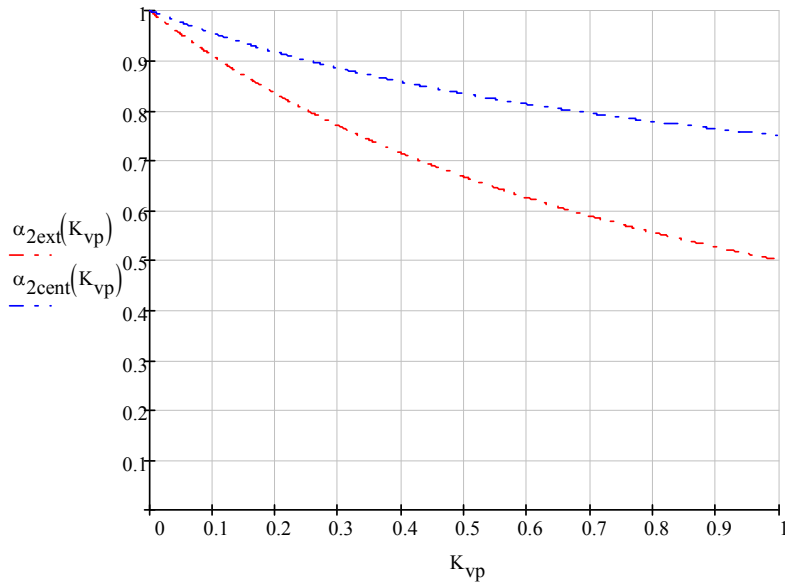


Figura 5. Relación entre el cociente de la rigidez viga - pilar y el grado de empotramiento para el asiento de pilar central en un pórtico de dos vanos



### Análisis matricial del grado de empotramiento de un pórtico de dos vanos simétricos

Se estudia en este caso un pórtico formado por dos vanos sometido a un asiento diferencial de un pilar del extremo.

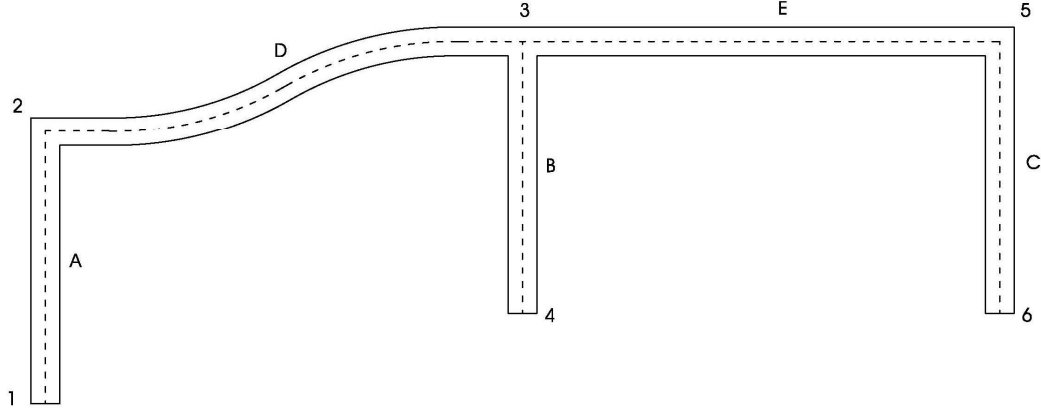


Figura 6. Asiento de pilar extremo en un pórtico de dos vanos

El sistema matricial de ecuaciones estaría definido como sigue:

$$\begin{aligned}
 \begin{pmatrix} M_{2d} \\ M_{3d} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} M'_{2d} \\ M'_{3d} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta_2 \\ \theta_3 \end{pmatrix} K_v \rightarrow \begin{aligned} M_{2d} &= M'_{2d} + 4\theta_2 K_v + 2\theta_3 K_v \\ M_{3d} &= M'_{3d} + 2\theta_2 K_v + 4\theta_3 K_v \end{aligned} \\
 \begin{pmatrix} M_{3b} \\ M_{4b} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} M'_{3b} \\ M'_{4b} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta_3 \\ \theta_4 \end{pmatrix} K_p \rightarrow \begin{aligned} M_{3b} &= M'_{3b} + 4\theta_3 K_p \\ M_{4b} &= M'_{4b} + 2\theta_3 K_p \end{aligned} \\
 \begin{pmatrix} M_{3e} \\ M_{5e} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} M'_{3e} \\ M'_{5e} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta_3 \\ \theta_5 \end{pmatrix} K_v \rightarrow \begin{aligned} M_{3e} &= M'_{3e} + 4\theta_3 K_v + 2\theta_5 K_v \\ M_{5e} &= M'_{5e} + 2\theta_3 K_v + 4\theta_5 K_v \end{aligned} \\
 \begin{pmatrix} M_{5c} \\ M_{6c} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} M'_{5c} \\ M'_{6c} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta_5 \\ \theta_6 \end{pmatrix} K_p \rightarrow \begin{aligned} M_{5c} &= M'_{5c} + 4\theta_5 K_p \\ M_{6c} &= M'_{6c} + 2\theta_5 K_p \end{aligned}
 \end{aligned} \tag{15}$$

Del sistema de ecuaciones anterior despejamos el giro de los nudos no coaccionados:

$$\begin{aligned}
 \theta_2 &= M_\delta \left( \frac{2K_v - 4(K_p + K_v)}{48K_p K_v + 16K_p^2 + 28K_v^2} \right) = -M_\delta \left( \frac{4K_p + 2K_v}{48K_p K_v + 16K_p^2 + 28K_v^2} \right) \\
 \theta_3 &= M_\delta \left( \frac{2K_v - 4(2K_v + K_p)}{48K_p K_v + 16K_p^2 + 28K_v^2} \right) = -M_\delta \left( \frac{4K_p + 6K_v}{48K_p K_v + 16K_p^2 + 28K_v^2} \right)
 \end{aligned} \tag{16}$$

Sustituyendo el valor de los giros se obtienen los momentos flectores:

$$M_{2d} = M_{\delta} \left( 1 - \frac{24K_p K_v + 20K_v^2}{48K_p K_v + 16K_p^2 + 28K_v^2} \right)$$

$$M_{3d} = M_{\delta} \left( 1 - \frac{24K_p K_v + 28K_v^2}{48K_p K_v + 16K_p^2 + 28K_v^2} \right)$$

Dividiendo por  $K_p^2$  todos los miembros de la expresión anterior se determina el grado de empotramiento en función al cociente de la rigidez de la viga y el pilar  $K_{vp}$ . El grado de empotramiento en los nudos extremos del pórtico 2 y 5 y en el nudo central 3 quedará definido por las siguientes expresiones:

$$\alpha_{3ext} = \left( 1 - \frac{24K_{vp} + 20K_v^2}{48K_{vp} + 16 + 28K_{vp}^2} \right) \quad (17)$$

$$\alpha_{3cent} = \left( 1 - \frac{24K_{vp} + 28K_v^2}{48K_{vp} + 16 + 28K_{vp}^2} \right) \quad (18)$$

Resolvemos gráficamente la ecuación anterior como sigue

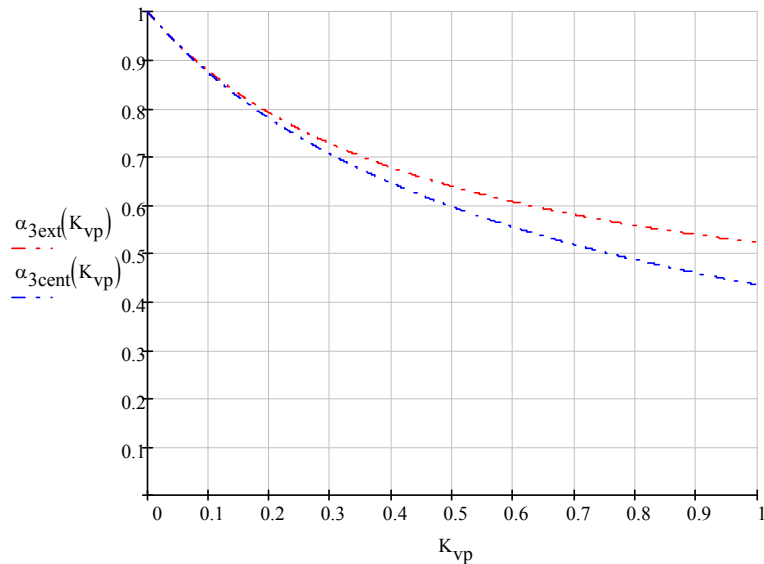
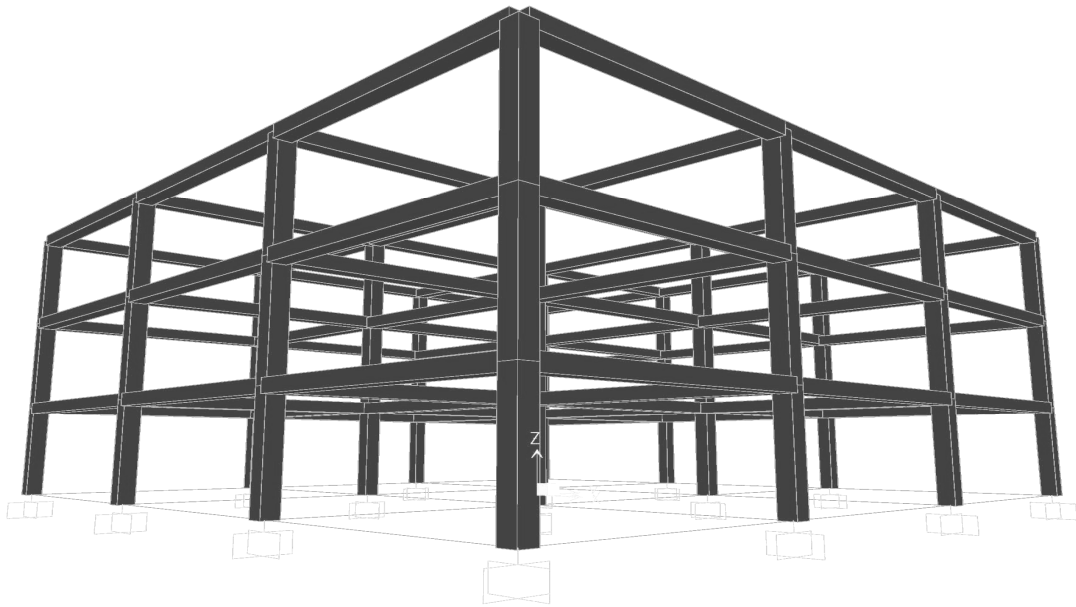


Figura 7 Relación entre el cociente de la rigidez viga - pilar y el grado de empotramiento para el asiento de pilar extremo en un pórtico de dos vanos

### Análisis estadístico mediante el cálculo matricial de la estructura en SAP

Tomamos para el cálculo una estructura formada por tres pórticos en cada sentido de 5m de longitud y tres plantas de 2.5m de altura, formada por pilares rectangulares de 30x30cm, y vigas con geometría variables ancho x canto total de 50x10cm, 30x30cm, 10x50cm.

Se establece por tanto una relación rigidez viga/rigidez pilar variable de 0 a 1.5, y cargas variables uniformemente distribuidas de 0kN/ml y 10kN/ml.



*Figura 8. Axonometría de la estructura en SAP para el análisis del empotramiento*

Analizamos el momento flector asociado a una distorsión angular producida por asiento diferencial fijo de 10cm, en un pilar de esquina, en un pilar centrado de un pórtico exterior, y un pilar centrado de un pórtico interior.

Dicho momento flector será comparado con el resultante de estimar la viga con un biempotramiento perfecto en sus extremos, siendo el cociente entre ambos el porcentaje del empotramiento o capacidad de giro del nudo.

Estos resultados quedan representados en el anexo 11 del documento, del que extraemos los resultados expuestos en la tabla siguiente.

TIPO DE ASIENTO	b (cm)	h (cm)	Q (kN)	EMPOTRAMIENTO					
				nudo exterior			Nudo interior		
				P1	P2	P3	P1	P2	P3
PILAR DE ESQUINA	10	50	0				100%	100%	97%
			10				100%	100%	98%
	30	30	0				70%	67%	55%
			10				70%	68%	56%
	50	10	0				55%	53%	43%
			10				55%	53%	44%
PILAR CENTRAL EXTERIOR	10	50	0	100%	100%	97%	100%	100%	97%
			10	100%	100%	98%	100%	100%	98%
	30	30	0	80%	84%	66%	85%	89%	76%
			10	79%	83%	65%	85%	89%	77%
	50	10	0	70%	74%	53%	78%	82%	68%
			10	69%	73%	52%	78%	82%	68%
PILAR CENTRAL INTERIOR	10	50	0	100%	100%	97%	100%	100%	97%
			10	100%	100%	98%	100%	100%	98%
	30	30	0	81%	84%	68%	84%	87%	76%
			10	80%	83%	66%	84%	87%	76%
	50	10	0	70%	74%	53%	79%	81%	66%
			10	70%	73%	51%	79%	81%	66%

Tabla 2. Porcentaje de empotramiento para las diferentes hipótesis calculadas con SAP 2000

Considerando que la relación habitual de rigidez viga-pilar suele estar entre 0.5 y 1.5, se podría estimar que el coeficiente de empotramiento medido en tanto por ciento sería de 76% a 80% para pilares centrados y entre el 60% y 70% para pilares en esquina, aumentando la capacidad de giro de los nudos a medida que disminuimos las cargas gravitatorias.

Sin embargo los resultados anteriores responden a un cálculo elástico y lineal de la estructura, alejado del comportamiento real tras la posible plastificación de los materiales.

En este supuesto, es decir la formación de rótulas plásticas, se produciría una reducción de los momentos flectores negativos tras la plastificación de la sección, compensando el giro del nudo viga-pilar con el giro de la viga a lo largo de su longitud plástica.

Este efecto, que no ha sido analizado en la presente tesis, dará lugar a valores más cercanos al empotramiento perfecto que los obtenidos con el cálculo anterior.

### 3.1.2 ESTIMACIÓN DE LA SITUACIÓN DE SERVICIO

Como ya se ha descrito, la única variable que puede concretarse a efectos del análisis de la situación de servicio de la estructura son los coeficientes de mayoración de carga.

Estos coeficientes son de tipo probabilístico, es decir, están relacionados con la variabilidad de las cargas y se calculan por tanto en función a estas, existiendo una serie de coeficientes de simultaneidad que reducirán los coeficientes de mayoración de las carga variables en función al tipo de acciones simultáneas consideradas.

De tal modo, cuando la acción variable actúa de forma aislada el valor será el característico, si consideramos dos o más acciones variables, sobrecarga y viento, el coeficiente de simultaneidad variará entre 0.5 y 0.7, y para acciones variables concomitantes en situaciones accidentales o sísmicas, entre 0.2 y 0.6.

Sin embargo resulta habitual el empleo de una serie de simplificaciones para el cálculo de las combinaciones de acciones.

De tal manera, la memoria de cálculo de Cype 2011b contempla para situaciones persistentes o transitorias, o sísmicas las siguientes combinaciones:

$$\text{Para una acción variable} \quad \sum_j \gamma_{Gj} G_{kj} + \gamma_Q Q_k \quad (19)$$

$$\text{Para dos o más acciones variables} \quad \sum_j \gamma_{Gj} G_{kj} + 0.9 \sum_i \gamma_{Qi} Q_{ki} \quad (20)$$

$$\text{Para situaciones sísmicas, p.p. y sobrecarga} \quad \sum_j \gamma_{Gj} G_{kj} + 0.8 \sum_i \gamma_{Qi} Q_{ki} + \gamma_A \cdot A_{E,K} \quad (21)$$

Asimismo, Jiménez Montoya et al (2012) plantea una simplificación de la combinación de acciones para la situación persistente o transitoria definida como sigue:

$$\sum \gamma_G G_k + \sum \gamma_Q Q_k \quad \text{Donde:}$$

$\sum G_k$  Valor característico de las acciones permanentes

$\sum Q_k$  Valor característico de las acciones variables determinantes.

$\gamma_G$  Coeficiente de mayoración de cargas permanentes  $\gamma_G = 1.35$

$\gamma_Q$  Coeficiente de mayoración de cargas variables  $\gamma_G = 1.50$

Estas hipótesis reducen o eliminan los coeficientes de simultaneidad de las acciones, lo que dará lugar a resultados de cálculo menos restrictivos.

Sin embargo, entendemos que esta simplificación queda compensada con las establecidas en las hipótesis de partida para el coeficiente de minoración de resistencia y el grado de empotramiento de la estructura, por lo que el cálculo seguirá quedando del lado de la seguridad.

Tomando la simplificación de la combinación de acciones para la situación persistente o transitoria planteada por Jiménez Montoya, podemos estimar un coeficiente medio de mayoración de cargas dado por la expresión siguiente:

$$\gamma_M = \frac{\gamma_G \Sigma G_k + \gamma_Q Q_k}{\Sigma G_k + Q_k} \quad (22)$$

Resolviendo la ecuación de dos variables anterior para un rango de valores de cargas permanentes y variables de 2kN/m<sup>2</sup> a 8kN/m<sup>2</sup>, y 2kN/m<sup>2</sup> a 5kN/m<sup>2</sup>, respectivamente, se obtiene una mayoración de las cargas características empleadas para el cálculo entre 139% y 145%, es decir un coeficiente medio de mayoración de  $1.39 \leq \gamma_M \leq 1.45$ .

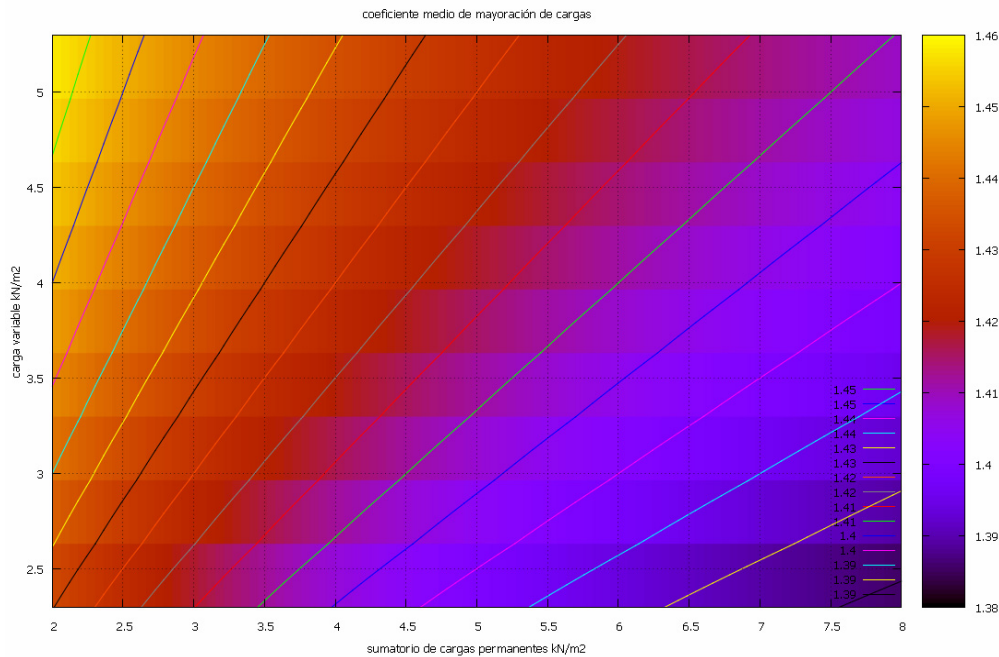


Figura 9. Ábaco de coeficientes medios de mayoración de cargas

Por lo anteriormente expuesto podemos deducir que la tensión de servicio de la estructura, considerando únicamente los coeficientes de mayoración de carga para las acciones de cálculo, oscila entre el 69% y el 72% de la tensión de cálculo de la estructura.

### 3.1.3 HIPÓTESIS DE PARTIDA PARA EL ANÁLISIS DE LA ESTABILIDAD A NIVEL DE SECCIÓN

La ley de esfuerzos derivada de las cargas de servicio y la distorsión angular de una viga vendrá dada generalmente por el cortante y el flector de la pieza.

El resultado de los momentos flectores  $M_t$  debido a las cargas de servicio  $M_s$  y la distorsión  $M_\delta$ , provocará un aumento de los momentos negativos en el nudo opuesto al descenso, y los reducirán en el nudo que asienta.

En función a la distorsión angular que experimente la estructura y la relación entre el flector  $M_s$  y  $M_\delta$ , el nudo que sufre el descenso podrá llegar a desarrollar un flector positivo para el que no está diseñada la estructura.

Sin embargo, para que esto suceda, la resultante de momentos  $M_t$  debería suponer un incremento de esfuerzos del 100% respecto a los esfuerzos asociados a la situación de servicio, superior al incremento admisible que permitirá la eliminación del coeficiente de mayoración de cargas, que en tanto por ciento oscilará entre el 39% y el 45%.

Por lo anteriormente expuesto serán los esfuerzos experimentados por el nudo opuesto al descenso los que condicionen la resistencia última de la pieza, que según desarrollamos en el subapartado 3.1.6.5, vendrá condicionada por el momento flector.

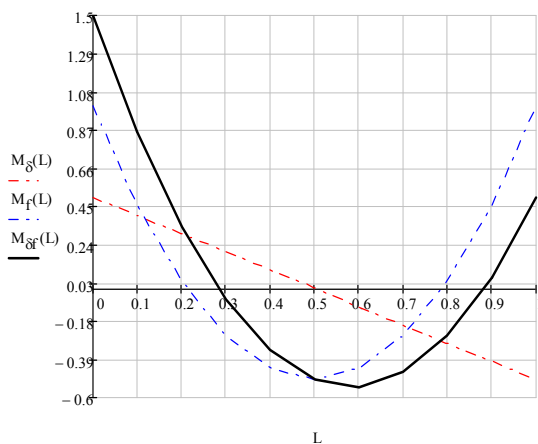


Figura 10. Resultante  $M_{\delta f}$  con momentos negativos en ambos empotramientos

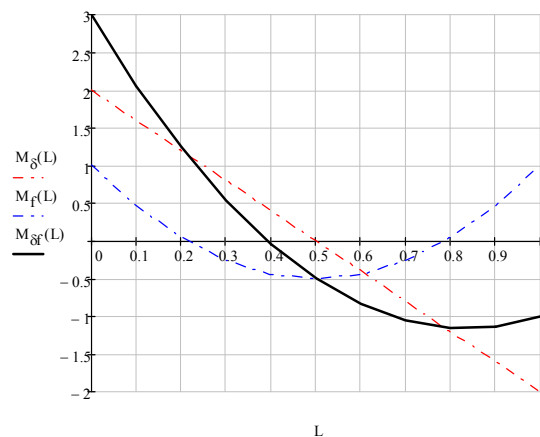


Figura 11. Resultante  $M_{\delta f}$  con momentos positivo en el nudo del descenso.

### 3.1.3.1 Muestras estadísticas para el cálculo

El estudio a nivel de sección se centrará en el análisis de 180 piezas de hormigón que responden a las combinaciones reflejadas en el anexo 1, descritas a continuación:

Cargas características

5kN/m<sup>2</sup>, correspondientes a 3kN/m<sup>2</sup> de peso propio y 2kN/m<sup>2</sup> de sobrecarga.

10kN/m<sup>2</sup>, correspondientes a 8kN/m<sup>2</sup> de peso propio y 2kN/m<sup>2</sup> de sobrecarga.

15 kN/m<sup>2</sup>, correspondientes a 10kN/m<sup>2</sup> de peso propio y 5kN/m<sup>2</sup> de sobrecarga.

Resistencias características de los materiales

HA25 – B500S

Luces variables

Luces de 3m, 4m, 5m, 6m y 7m

Geometría de la sección

Relación Luz/canto útil igual a 10, 15, 20 y 25

Anchos variables

Ancho "b" igual a 20cm, 40cm y 60cm

En todos los casos se toma como ancho tributario, longitud entre pórticos, la longitud de la pieza objeto de estudio.

Esta simplificación no afectará a la muestra estadística, puesto que las mismas se basan en tres hipótesis de carga por superficie diferentes, pudiendo tomar en cada caso aquella que resulte más cercana a nuestro caso de estudio.

Podemos estimar por tanto que las 180 combinaciones objeto de cálculo recogen el espectro de casuísticas comunes en edificación.

Por último se ha descartado como variable de cálculo el recubrimiento de la pieza, ya que según exponemos a continuación, tiene una influencia despreciable en el cálculo.



### Influencia del recubrimiento de la sección

Tomamos para el análisis de la influencia del recubrimiento de la sección el cálculo lineal y elástico de la inercia fisurada de la estructura planteada por la Instrucción Española:

$$I_f = n \cdot A_{s1} \left( d - x_f \right) \left( d - \frac{x_f}{3} \right) + n \cdot A_{s2} \left( x_f - d' \right) \left( \frac{x_f}{3} - d' \right) \quad (23)$$

Donde la profundidad de la fibra neutra  $x_f$  sería:

$$x_f = d \cdot n \cdot \rho_1 \cdot \left( 1 + \frac{\rho_2}{\rho_1} \right) \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{2 \left( 1 + \frac{\rho_2 \cdot d'}{\rho_1 \cdot d} \right)}{n \cdot \rho_1 \left( 1 + \frac{\rho_2}{\rho_1} \right)^2}} \right] \quad (24)$$

Simplificamos la expresión anterior contemplando un momento de cálculo inferior al momento límite, valor a partir del cual la pieza tendría comportamiento frágil ante la rotura, y empleando por tanto una cuantía mecánica del acero comprimido el 30% de la cuantía de acero traccionado  $\rho_{s2} = 0.3\rho_{s1}$ .

De este modo la expresión para el cálculo lineal de la profundidad de la fibra neutra quedaría como sigue:

$$x_f = 1.3 \cdot d \cdot n \cdot \rho_1 \cdot \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{2 \left( 1 + 0.3 \frac{d'}{d} \right)}{1.69n \cdot \rho_1}} \right] \quad (25)$$

Conocido el valor de la constante adimensional  $n$ , la profundidad de la fibra neutra  $x_f$  dependerá de la cuantía mecánica  $\rho_1$  y del cociente entre recubrimiento mecánico y el canto útil de la sección  $d'/d$ .

El mínimo valor de  $\rho_1$  vendrá limitado por la cuantía geométrica que consideramos  $\rho_1 = 0,0033$ , según la Instrucción Española; y el máximo valor  $\rho_1$  estará definido por la cuantía mecánica necesaria para el momento límite, valor que podemos deducir como sigue:

$$U_{s1} = U_0 \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2M_d}{U_0 d}} \right) \rightarrow U_{s1} = f_{cd} b d \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot 0,375 U_0 d}{U_0 d}} \right) = 0,5 f_{cd} b d \quad (26)$$

$$A_{s1} = \frac{U_{s1}}{f_{yd}} \rightarrow \rho_1 = 0,5 \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \quad (27)$$

Para las diferentes combinaciones planteadas de acero y hormigón, B400S, B500S, HA25 y HA30, tenemos que el valor máximo de  $\rho_1 = 0.0239$ .

Por lo anteriormente expuesto podemos deducir que una sección sometida a un momento igual o inferior al límite requiere una sección de acero traccionado entre los valores  $0,0033bd \leq A_{s1} \leq 0,0239bd$  y una cuantía mecánica  $0,0033 \leq \rho_1 \leq 0,0239$ .

Resolvemos gráficamente la expresión de dos variables mediante el siguiente mapa de contorno, tomando como variables  $0 \leq d'/d \leq 0,20$  y  $0,0033 \leq \rho_1 \leq 0,0239$ .

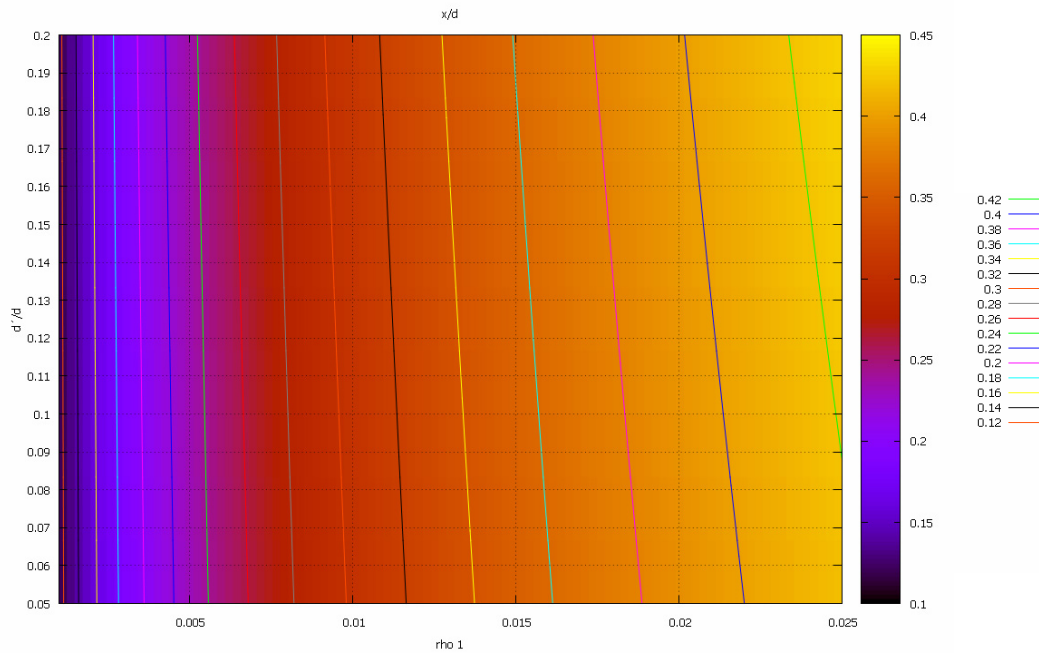


Gráfico 1. Influencia del recubrimiento en el cálculo de la fibra neutra

Del ábaco anterior podemos deducir que el recubrimiento mecánico de la sección no influye en el cálculo de la fibra neutra para valores de  $\rho_1 \leq 0.01$ , y tiene una influencia despreciable para valores de  $\rho_1 > 0.01$ .

Para conocer la influencia del recubrimiento en el cálculo de la inercia fisurada procedemos a simplificar su cálculo para convertir la expresión en una fórmula de dos variables resoluble gráficamente como en la operación anterior.

Tomando la expresión lineal de la inercia fisurada en función del canto útil tendremos:

$$\frac{I_f}{nA_{s1}d^2} = \left(1 - \frac{x}{d}\right)\left(1 - \frac{x}{3d}\right) + 0,3\left(\frac{x}{d} - \frac{d'}{d}\right)\left(\frac{x}{3d} - \frac{d'}{d}\right) \quad (28)$$

Resolvemos gráficamente la fórmula de dos variables,  $d'/d$  y  $x/d$ , considerando los siguientes rangos de valores  $0 \leq d'/d \leq 0,20$  y  $0,22 \leq x/d \leq 0,42$

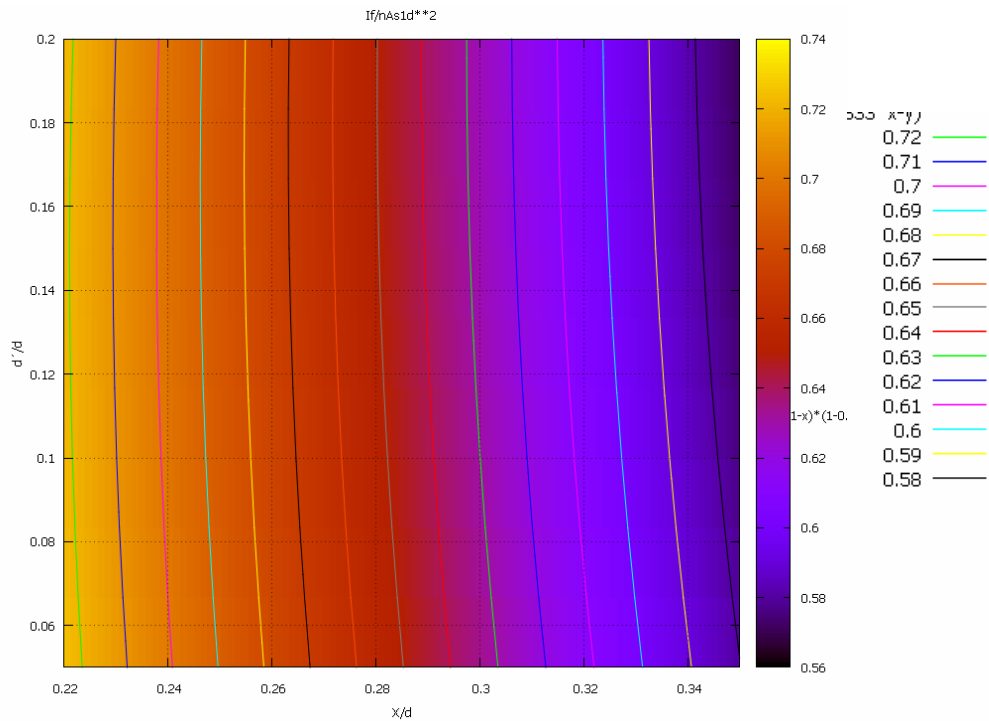


Gráfico 2. Influencia de  $d'/d$  en el cálculo de la inercia fisurada.

Confirmamos por lo anteriormente expuesto que el recubrimiento de la sección no influye en el cálculo de la inercia fisurada, por lo que a efectos de cálculo fijamos un valor de  $d'/d = 0.1$ .

### 3.1.3.2 Armado de las secciones

Debido a que el cálculo no lineal de la estructura requiere conocer previamente el armado de la pieza, recurrimos para determinar su cuantía al procedimiento de cálculo simplificado a flexión simple propuesto por la Instrucción Española, basado en la formulación siguiente:

$$\text{Armado a tracción en función al momento flector} \quad A_{s1}(M) = \frac{U_{s1}}{f_{yd}}$$

$$\text{Armado a compresión en función al momento flector} \quad A_{s2}(M) = \frac{U_{s2}}{f_{yd}}$$

Capacidad mecánica del armado a tracción en función al momento flector

$$U_{s1}(M) = \begin{cases} U_0 \cdot (1 - \sqrt{1 - 2\mu}) & \text{si } \mu \leq 0.375 \\ 0.5U_0 + U_{s2} & \text{si } \mu > 0.375 \end{cases} \quad (29)$$

Capacidad mecánica del armado a compresión en función al momento flector

$$U_{s2}(M) = \begin{cases} 0 & \text{para } \mu \leq 0.375 \\ \frac{M - M_{\lim}}{d - r} & \text{para } \mu > 0.375 \end{cases} \quad (30)$$

Donde

$$U_0 \quad \text{Capacidad mecánica} \quad U_0 = f_{cd} \cdot b \cdot d \quad (31)$$

$$M_{\lim} \quad \text{Momento límite} \quad M_{\lim} = 0.375 \cdot U_0 \cdot d \quad (32)$$

$$\mu(M) \quad \text{Constante en función del momento flector} \quad \mu(M) = \frac{M}{d \cdot U_0} \quad (33)$$

Esta formulación impone una deformación máxima para el hormigón de 0.0033 en lugar de 0.0035, valor correspondiente a la rotura a flexión-tracción de la pieza, y una deformación mínima del acero correspondiente a su límite elástico.

Por otra parte este método emplea un modelo tensión-deformación rectangular para el hormigón, que obvia la fase no lineal del material.

Este modelo dará lugar a valores más restrictivos que los obtenidos mediante un modelo parábola-rectángulo, al implicar un aumento del brazo mecánico de la pieza que debe ser compensado mediante un incremento de la cuantía de la armadura de tracción.

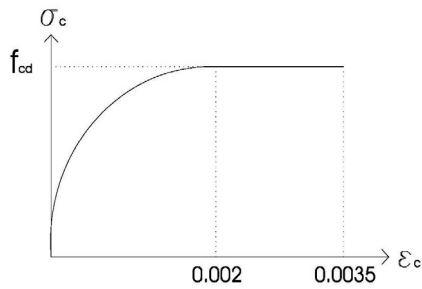


Figura 12. Modelo tensión deformación  
parábola rectángulo

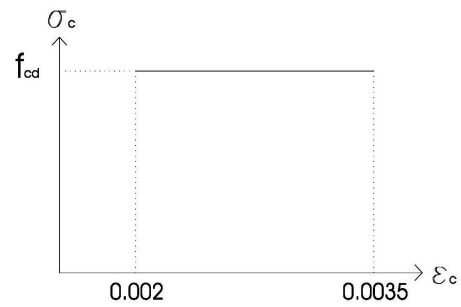


Figura 13. Modelo rectangular

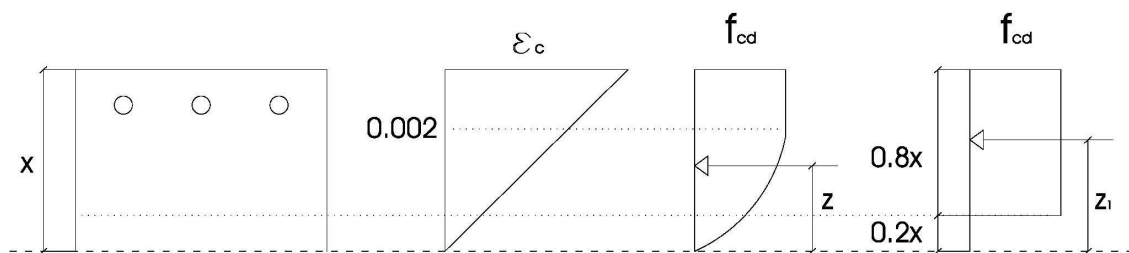


Figura 14. Aplicación a una sección del modelo parábola rectángulo y rectangular

El cálculo a nivel de sección de la máxima distorsión angular admisible en la pieza se basa en la del incremento admisible de momento flector de servicio hasta alcanzar el momento último.

Para su cálculo tomaremos el momento último obtenido mediante un modelo parábola-rectángulo en el que incluimos la resistencia tracción del hormigón entre fisuras, capacidad no contemplada por el método simplificado de la EHE, y unas deformaciones máximas de los materiales de 0.0035 para el hormigón y 0.01 para el acero, que ofrecerá mayores valores que el momento de cálculo en base al cual se realiza el armado de la pieza.

Esta diferencia de resultados se hará más visible a medida que aumentamos el canto útil de la pieza, de tal modo que para secciones con relación  $L/d \geq 17$ , ambos modelos ofrecerán armados similares, y para valores de  $L/d \leq 17$ , el modelo rectangular ofrecerá mayores valores de armado a tracción para equilibrar el brazo mecánico de la pieza.

### 3.1.3.3 Hipótesis para el cálculo no lineal del límite elástico, plástico y de rotura

Para analizar el comportamiento de la estructura frente a la deformación impuesta por un movimiento diferencial, se requiere, conocida su situación de servicio, definir los límites de esfuerzos y deformación que darán lugar a su comportamiento elástico lineal, elástico no lineal, y plástico o de rotura.

Si consideramos para el acero un modelo tensión-deformación bilineal, sin endurecimiento y simétrico según la figura siguiente, el material mantendrá un régimen elástico y lineal hasta alcanzar una deformación  $\varepsilon_{sy} = \pm f_{yd} / E_s$ , momento a partir del cual plastificará hasta alcanzar su rotura para un valor de deformación  $\varepsilon_{su} = \pm 0.01$ .

Tomando para el hormigón el modelo parábola-rectángulo antes definido, podemos considerar que el material mantendrá un régimen elástico y lineal hasta alcanzar una deformación  $\varepsilon_{cy} = 0.4 f_{cd} / E_c$ , elástico no lineal hasta alcanzar el inicio de la deformación plástica o de rotura a compresión simple  $\varepsilon_{cp} = 0.002$ , y un régimen plástico desde dicho valor hasta su rotura por flexo-compresión, equivalente a  $\varepsilon_{cu} = 0.0035$ .

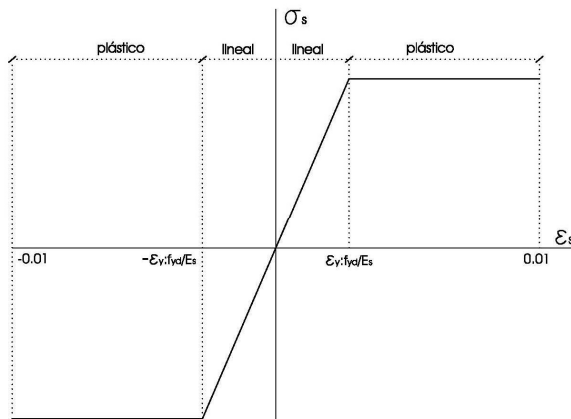


Figura 15. Modelo tensión-deformación del acero

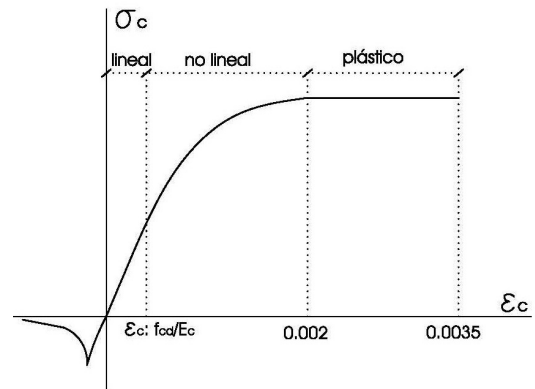


Figura 16. Modelo tensión-deformación del hormigón

Si trasladamos los anteriores valores de deformación a un diagrama de pivotes, se obtienen dos dominios para el límite lineal y elástica definidos por los planos que pivotan en los valores  $\varepsilon_{sy}$  y  $\varepsilon_{cy}$ , cuyo máximo momento flector será  $M_y$ , dos dominios para el límite elástico no lineal definidos por los pivotes  $\varepsilon_{sy}$  y  $\varepsilon_{cp}$  con flector asociado  $M_p$ , y dos dominios de deformación por los que pasarán los planos de rotura, definidos por los pivotes  $\varepsilon_{su}$  y  $\varepsilon_{cu}$ , cuyo momento flector será  $M_u$ , según reflejamos en la figura siguiente.

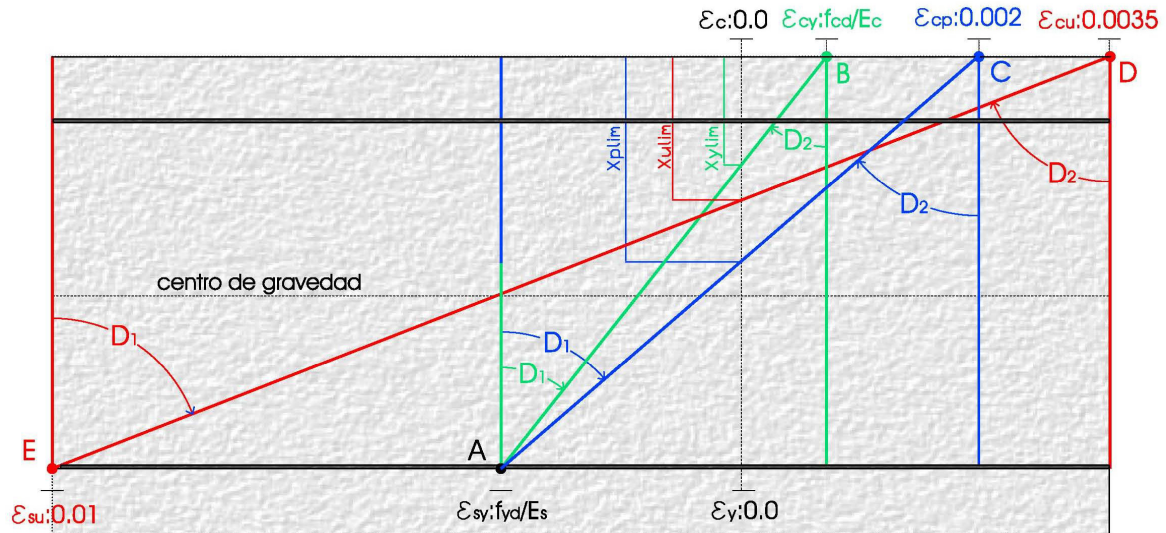


Figura 17. Modificación del diagramas clásico de pivotes

Admitiendo la hipótesis de que las deformaciones normales a la sección siguen una ley plana y por tanto una variación lineal, al conocerse las deformaciones en dos fibras de la sección quedan definidas las deformaciones en todas sus fibras según las siguientes ecuaciones de compatibilidad:

$$\phi(x) = \frac{\varepsilon_c}{x} = \frac{\varepsilon_y}{x-y} = \frac{\varepsilon_{s1}}{x-d} = \frac{\varepsilon_{s2}}{x-d'}$$

Empleando las leyes de equilibrio de esfuerzos y las leyes de compatibilidad, se puede determinar el momento flector máximo asociado a cada fase de deformación de la pieza, así como el incremento admisible de esfuerzos desde la situación de servicio.

Los valores máximos de curvatura para cada rango de comportamiento serán:

$$\text{Límite elástico lineal} \quad \phi_y(x) = \begin{cases} \frac{\varepsilon_{sy}}{x-d} & \text{si } -\infty \leq x \leq x_{y \text{ lim}} \\ \frac{\varepsilon_{cy}}{x} & \text{si } x_{y \text{ lim}} < x \leq \infty \end{cases} \quad (34)$$

$$\text{Límite elástico no lineal} \quad \phi_p(x) = \begin{cases} \frac{\varepsilon_{sp}}{x-d} & \text{si } -\infty \leq x \leq x_{p \text{ lim}} \\ \frac{\varepsilon_{cp}}{x} & \text{si } x_{p \text{ lim}} < x \leq \infty \end{cases} \quad (35)$$

$$\text{Límite plástico ó rotura} \quad \phi_u(x) = \begin{cases} \frac{\varepsilon_{su}}{x-d} & \text{si } -\infty \leq x \leq x_{u \text{ lim}} \\ \frac{\varepsilon_{cu}}{x} & \text{si } x_{u \text{ lim}} < x \leq \infty \end{cases} \quad (36)$$

Donde el valor de la profundidad de la fibra neutra que definirá el cambio de dominio  $x_{\text{lim}}$ , se puede deducir despejando la expresión siguiente:

$$\text{Límite elástico lineal} \quad x_{y \text{ lim}} = d \cdot \frac{\varepsilon_{cy}}{\varepsilon_{cy} + \varepsilon_{sy}} \quad (37)$$

$$\text{Límite elástico no lineal} \quad x_{p \text{ lim}} = d \cdot \frac{\varepsilon_{cp}}{\varepsilon_{cp} + \varepsilon_{sp}} \quad (38)$$

$$\text{Límite plástico ó rotura} \quad x_{u \text{ lim}} = d \cdot \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{su}} \quad (39)$$

Mediante las leyes de equilibrio de esfuerzos deducimos la rigidez de la sección y el momento flector máximo asociado a cada rango de deformación.

El incremento admisible de momento flector hasta alcanzar el límite para el comportamiento elástico lineal, no lineal y plástico o de rotura vendrá definido por la diferencia entre el momento asociado a dichos rangos de deformación  $M(x_y)$ ,  $M(x_p)$  ó  $M(x_u)$  y el momento de servicio.

La suma de los esfuerzos generados por las cargas de servicio y el asiento diferencial de la estructura podrá dar lugar a los siguientes escenarios:

- Que la suma del flector generado por la deformación y las cargas de servicio  $M_t$ , no supere el flector máximo para el comportamiento elástico y lineal de la sección  $M(x_y)$ .
- Que el momento flector  $M_t$  sea superior al momento  $M(x_y)$  e inferior a  $M(x_p)$ , en cuyo caso la sección perderá su comportamiento lineal.
- Que el momento flector  $M_t$  sea superior al momento  $M(x_p)$  e inferior al momento último  $M(x_u)$ , en cuyo caso la sección tendrá un comportamiento plástico.
- Que el momento flector  $M_t$  sea superior al momento  $M(x_u)$ , en cuyo caso se producirá la rotura de la sección por plastificación del acero y/o compresión del hormigón.



### 3.1.3.4 Iteraciones empleadas para el cálculo no lineal

El análisis no lineal tiene el gran inconveniente de requerir a priori conocer la armadura en cada sección de la estructura, y la necesidad de realizar iteraciones del cálculo para obtener una proporcionalidad entre la causa y el efecto.

Generalmente el proceso se inicia con el cálculo de la ley de esfuerzos mediante un análisis elástico lineal, y en función a la deformación de los materiales se obtiene una nueva distribución de rigideces que a su vez altera la ley de esfuerzos, requiriendo una iteración sucesiva del cálculo hasta alcanzar una distribución de los esfuerzos y rigideces coherentes.

#### A. Determinación de la gráfica momento curvatura

La gráfica momento curvatura estará formada por infinitos puntos  $(M, \phi)$ , cuya pendiente queda definida por la rigidez  $K$  de la pieza, dada por ambas variables.

Con objeto de simplificar la obtención de la gráfica  $M - \phi$  que nos servirá para el cálculo iterativo de la rigidez de la pieza, y en base al planteamiento fijado por Doñate A, Calavera J., Gállico J. M., Gómez A., Marí A.R., Perepérez B., Ruano N., (2003) y Ziad N. Taqieddin Z.N. and Voyiadjis G.Z. (2009), realizamos una simplificación transformando la curva en cinco líneas definidas por un total de cinco puntos correspondientes a la inercia bruta y las inercias para el elástico lineal, elástico no lineal, plástica y de rotura de la pieza.

Para ello empleamos la ecuación de la recta dada por dos puntos, siendo  $M$  y  $\phi$  las variables a determinar.

$$\frac{M - M_1}{\phi - \phi_1} = v, \text{ siendo } v \text{ la pendiente dada por } \frac{M_2 - M_1}{\phi_2 - \phi_1}$$

Aislando el valor  $M / \phi$ , se determina la rigidez de la pieza como sigue:

$$K(M) = \frac{v(M) \cdot M}{M - M_1 + \phi_1 \cdot v(M)} \quad (40)$$

La pendiente y las diferentes rectas y la rigidez asociada a la misma vendrán dadas por las siguientes expresiones:

Rigidez elástica lineal  $\frac{M}{\phi} = \frac{M_y^L}{\phi_y^L}$  (41)

Rigidez para la fase elástica lineal a no lineal  $\frac{M - M_y^L}{\phi - \phi_y^L} = \frac{M_y^{NL} - M_y^L}{\phi_y^{NL} - \phi_y^L}$  (42)

Rigidez para la fase elástica no lineal a plástica  $\frac{M - M_y^{NL}}{\phi - \phi_y^{NL}} = \frac{M_p - M_y^{NL}}{\phi_p - \phi_y^{NL}}$  (43)

Rigidez para la fase elástica no lineal a rotura  $\frac{M - M_p}{\phi - \phi_p} = \frac{M_u - M_p}{\phi_u - \phi_p}$  (44)

Rigidez para la pieza en estado de rotura  $\frac{M}{\phi} = \frac{M_u}{\phi_u}$  (45)

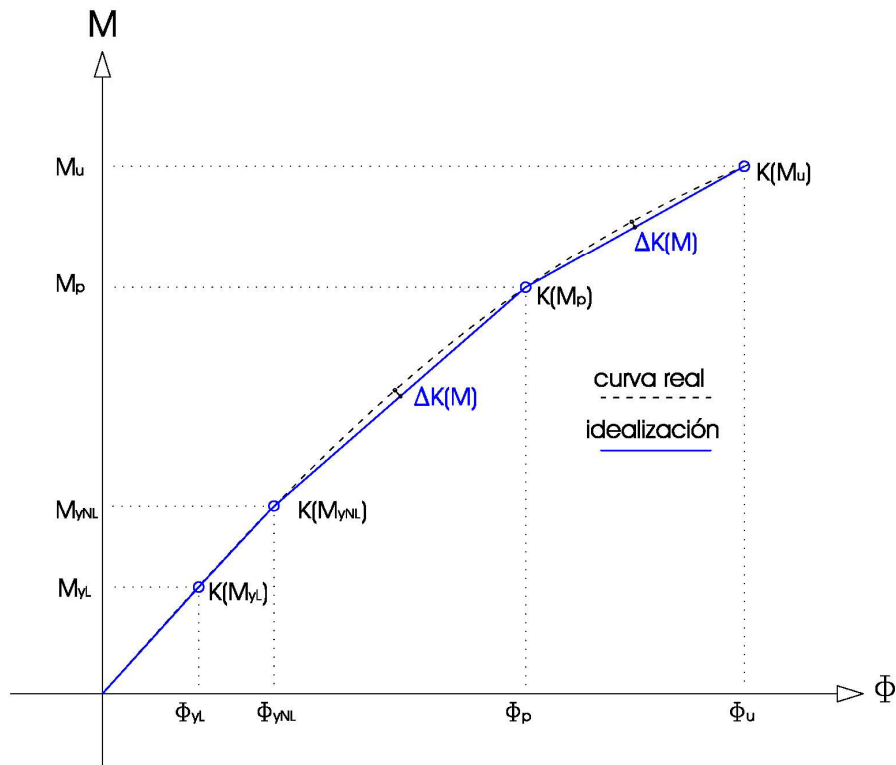


Figura 18. Idealización del gráfico  $M - \phi$

Calculados los valores de rigidez entre la curva real y la idealizada en el punto medio de las rectas de mayor longitud, correspondientes a la fase elástica lineal – no lineal, no lineal – plástica y plástica – rotura, comprobamos que la diferencia de rigideces, expresadas en el gráfico anterior como  $\Delta K(M)$ , resulta despreciable.

## B. Modelo de iteración del cálculo

Tomamos como partida el planteamiento gráfico propuesto por Murcia Vela, J. y Aguado de Cea, A. (1983) y Murcia Vela, J., Aguado de Cea, A., Marí Bernat A.R. (1993), que desarrollamos matemáticamente hasta la obtención un algoritmo que permita la iteración del cálculo hasta la obtención de un valor convergente entre el momento flector y la rigidez de la sección.

Esta propuesta está definida por dos etapas fundamentales e iterativas. La primera etapa resuelve mediante un cálculo lineal el valor de la rigidez asociada al momento flector para el cálculo lineal  $M_1$ . En esta fase los esfuerzos equilibran a las acciones, sin embargo esta solución, representada en una sección genérica de la estructura por el punto  $M_1, \phi_1^L$ , no cumple con las deformaciones reales del material, que vendrá definida por  $M_1, \phi_1^{NL}$ .

La diferencia entre ambos puntos dará lugar a un incremento de curvatura  $\Delta\phi_1$ , diferencia de la curvatura real y la obtenida en el cálculo de estas etapas, y a una reducción asociada del momento flector  $\Delta M_1$ , que dará lugar al punto  $M_2, \phi_2^L$ , siendo esta la segunda etapa del cálculo.

Este proceso se puede repetir de forma iterativa hasta converger en un único resultado, según refleja el gráfico siguiente.

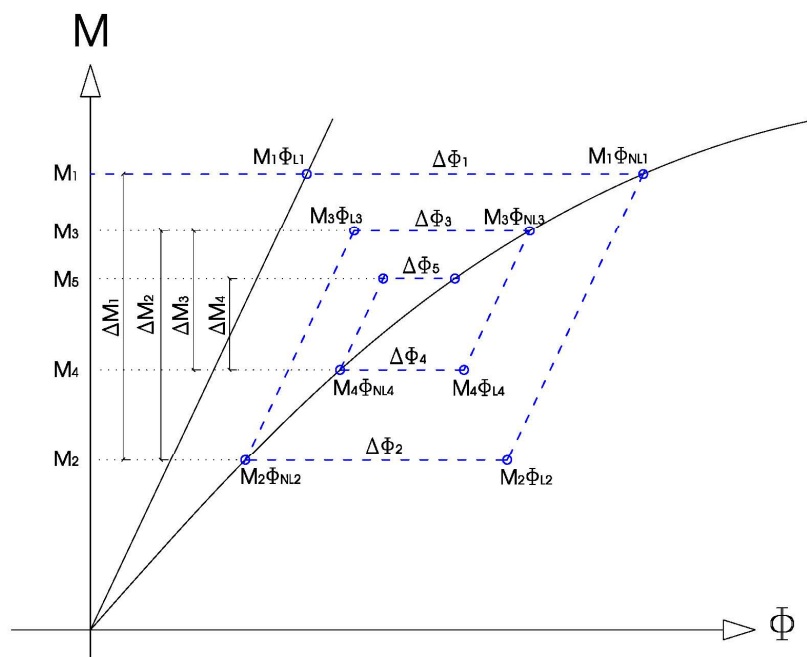


Figura 19. Gráfico del cálculo iterativo

Desarrollamos como sigue las dos etapas fundamentales del cálculo iterativo:

- |  |   |
|--|---|
| 1. Obtención de la curvatura lineal asociada al momento $M_1$    | $\phi_{1L} = M_1 / K_L$                 |
| 2. Obtención de la curvatura no lineal asociada al momento $M_1$ | $\phi_{1L} = M_1 / K(M_1)$              |
| 3. Obtención del incremento de curvatura                         | $\Delta\phi_1 = \phi_{1NL} - \phi_{1L}$ |
| 4. Obtención del incremento de momento asociado a $\Delta\phi_1$ | $\Delta M_1 = \Delta\phi_1 K_L$         |
| 5. Momento flector tras la primera iteración de cálculo.         | $M_2 = M_1 - \Delta M_1$                |

El cálculo iterativo reflejado en el gráfico anterior continuaría como sigue:

$$\begin{aligned}
 \phi_{2L} &= \frac{M_2}{K_L} + \Delta\phi_1 & \phi_{2NL} &= \frac{M_2}{K(M_2)} & \Delta\phi_2 &= \phi_{2L} - \phi_{2NL} & \Delta M_2 &= \Delta\phi_2 K_L & M_3 &= M_2 + \Delta M_2 \\
 \phi_{3L} &= \frac{M_3}{K_L} + \Delta\phi_1 - \Delta\phi_2 & \phi_{3NL} &= \frac{M_3}{K(M_3)} & \Delta\phi_3 &= \phi_{3L} - \phi_{3NL} & \Delta M_3 &= \Delta\phi_3 K_L & M_4 &= M_3 - \Delta M_3 \\
 \phi_{4L} &= \frac{M_4}{K_L} + \Delta\phi_1 - \Delta\phi_2 + \Delta\phi_3 & \phi_{4NL} &= \frac{M_4}{K(M_4)} & \Delta\phi_4 &= \phi_{4L} - \phi_{4NL} & \Delta M_4 &= \Delta\phi_4 K_L & M_5 &= M_4 + \Delta M_4
 \end{aligned}$$

Con objeto de sintetizar el procedimiento de cálculo hemos procedido a determinar el algoritmo que define el cálculo iterativo, despejando el valor de los momentos flectores y eliminando de la ecuación el valor de la curvatura.

$$\begin{aligned}
 M_2 &= M_1 \cdot \left( 2 - \frac{K_L}{K(M_1)} \right) \\
 M_3 &= M_2 \cdot \left( 2 - \frac{K_L}{K(M_2)} \right) + K_L \Delta\phi_1 \\
 M_4 &= M_3 \cdot \left( 2 - \frac{K_L}{K(M_3)} \right) + K_L (\Delta\phi_1 - \Delta\phi_2) \\
 M_5 &= M_4 \cdot \left( 2 - \frac{K_L}{K(M_4)} \right) + K_L (\Delta\phi_1 - \Delta\phi_2 + \Delta\phi_3)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta\phi_1 &= M_1 \left( \frac{1}{K(M_1)} - \frac{1}{K_L} \right) \\
 \Delta\phi_1 - \Delta\phi_2 &= \phi_{2L} - \phi_{2NL} = \frac{M_2}{K_L} - \frac{M_2}{K(M_2)} + \Delta\phi_1 = M_2 \left( \frac{1}{K(M_2)} - \frac{1}{K_L} \right) \\
 \Delta\phi_1 - \Delta\phi_2 + \Delta\phi_3 &= M_3 \left( \frac{1}{K(M_3)} - \frac{1}{K_L} \right)
 \end{aligned}$$

$$M_2 = M_1 \cdot \left( 2 - \frac{K_L}{K(M_1)} \right) \quad (46)$$

$$M_3 = M_2 \cdot \left( 2 - \frac{K_L}{K(M_2)} \right) + M_1 \cdot \left( \frac{K_L}{K(M_1)} - 1 \right) \quad (47)$$

$$M_4 = M_3 \cdot \left( 2 - \frac{K_L}{K(M_3)} \right) + M_2 \cdot \left( \frac{K_L}{K(M_2)} - 1 \right) \quad (48)$$

$$M_5 = M_4 \cdot \left( 2 - \frac{K_L}{K(M_4)} \right) + M_3 \cdot \left( \frac{K_L}{K(M_3)} - 1 \right) \quad (49)$$

Las ecuaciones anteriores pueden quedar definidas mediante la siguiente matriz con valor de  $2 \leq k < \infty$ , siendo el momento flector  $M_0 = 0$

$$M_k = M_{k-1} \cdot \left( 2 - \frac{K_L}{K(M_{k-1})} \right) + M_{k-2} \cdot \left( \frac{K_L}{K(M_{k-2})} - 1 \right) \quad (50)$$

Al representar gráficamente el valor de  $M_k / M_d$ , siendo  $M_d$  el momento de cálculo lineal, para diferentes valores de  $k$ , se obtiene la oscilación de las iteraciones de cálculo respecto al valor al que confluyen, según queda reflejado en el gráfico siguiente, resuelto mediante Mathcad para una sección L: 7m, b: 20cm, L/d: 25 y q: 15kN/m<sup>2</sup>

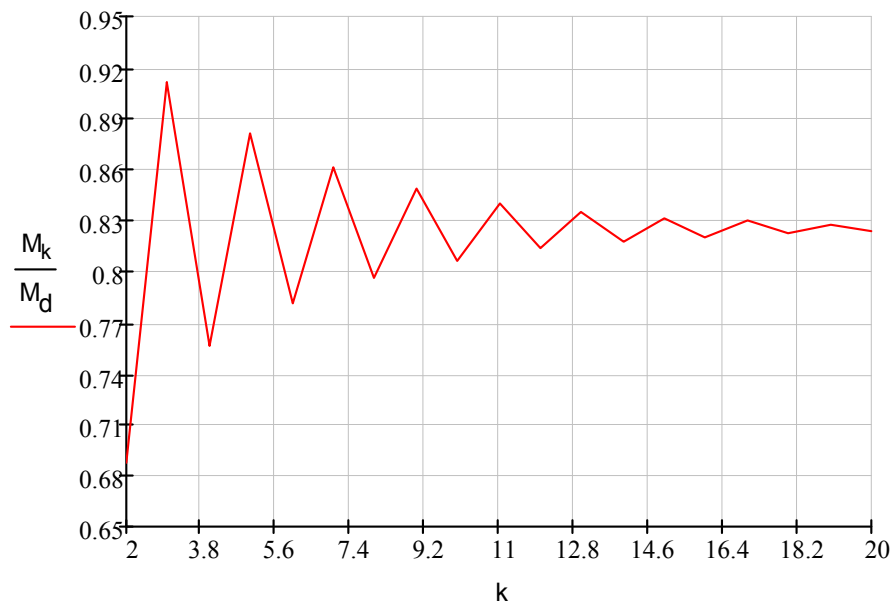


Figura 20. Iteración de cálculo, para una sección L: 7m, b: 20cm, L/d: 25 y q: 15kN/m<sup>2</sup>

### 3.1.3.5 Comparación con cálculos mediante elementos finitos

El modelo de cálculo iterativo no lineal anteriormente descrito será comparado con los resultados obtenidos mediante el cálculo informático por elementos finitos realizado con Lusas Finite Element Analysis Versión 14.7-10.

Se calculan un total de 24 piezas de hormigón de 5m de luz con relación luz/canto variable de  $L/10$  a  $L/25$ , armado superior e inferior simétrico variable de  $226\text{mm}^2$  y  $982\text{mm}^2$ , y anchos variables de 200 a 600mm y recubrimiento de 35mm.

Tomando como base el planteamiento de Ziad N. Taqieddin Z.N. and Voyiadjis G.Z. (2009), el ensayo consiste en la simulación de una distorsión angular en una sección recta de hormigón mediante la aplicación de una carga puntual en un extremo, que se incrementa progresivamente en escalones de carga de 2kN hasta la rotura de la pieza.



*Figura 21. Definición gráfica de la geometría de la viga*

Se emplea una discretización uniforme compuesta por 4 divisiones en dos dimensiones para las barras de acero, y una discretización también uniforme de los planos de hormigón compuesto por 4 divisiones en tres dimensiones.

Empleamos un módulo de Young para el acero de 210000MPa y un coeficiente de poisson de 0.3. Tomamos como tensión inicial para el inicio de la plastificación 434,78MPa y una deformación última de 0.01.

Para el hormigón tomamos un módulo de Young de 42000, un coeficiente de poisson de 0.2, una resistencia uniaxial de compresión de 25MPa, una deformación máxima a compresión de 0.002, y una deformación máxima a flexo-compresión de 0.0035.



*Figura 22. Definición gráfica de la discretización de la viga*

Consideramos la viga con un biempotramiento perfecto permitiendo el movimiento en el extremo derecho, para ello coaccionamos el movimiento y el giro en x e y en la superficie izquierda, y el movimiento en x en la derecha.

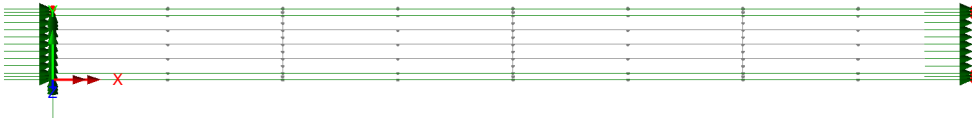


Figura 23. Definición gráfica de las coacciones de la viga

Por último aplicamos una carga concentrada y puntual de 1 N en el extremo con movimiento vertical libre, que se irá incrementando en escalones de carga de 2kN hasta llegar a la máxima deformación posible mediante un cálculo no lineal.

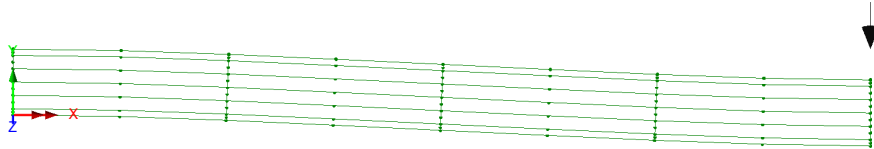


Figura 24. Definición gráfica de la deformación de la viga para el último incremento de carga

Los resultados quedan representados en un gráfico que relaciona el desplazamiento en mm para los diferentes incrementos de carga utilizadas medidas N, hasta alcanzar la máxima deformación por distorsión angular que puede asumir la viga.

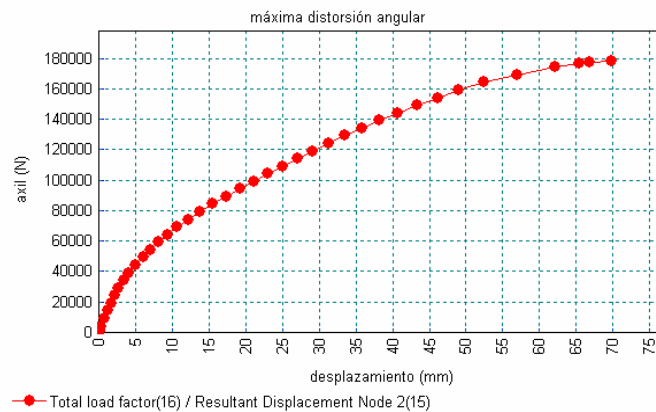


Figura 25 Gráfico que relaciona el desplazamiento vertical con los diferentes incrementos de carga

Por último reflejamos el comportamiento plástico del hormigón y el acero mediante mapas de contorno para el máximo incremento de carga posible



Figura 26. Mapa de deformación plástica del hormigón

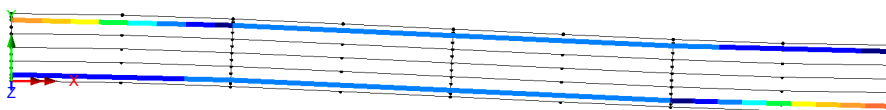


Figura 27. Mapa de deformación plástica del acero

### 3.1.4 HIPÓTESIS PARA EL ANÁLISIS DE LA ESTABILIDAD A NIVEL DE LA PIEZA

Se plantea este procedimiento de cálculo para el análisis no lineal del comportamiento de cualquier pieza de hormigón sometida a una distorsión angular, a lo largo de sus infinitas rebanadas.

El procedimiento se basa en el planteamiento expuesto por Cano Marín, R.D. (2014), consistente en determinar la ley de momentos flectores que delimitan los tres rangos fundamentales de deformación, elástico lineal, elástico no lineal y plástico hasta la rotura, así como la ley de momentos flectores debidas a las cargas de servicio y la distorsión angular, con objeto de deducir a lo largo el rango de deformación de los materiales de la pieza.

Conocidas las características geométricas, de armado y resistencia de los materiales de la pieza, se pueden determinar la ley de flectores asociados a los rangos de deformación tomando las hipótesis de partida del apartado anterior, y empleando para el cálculo las leyes de equilibrio de esfuerzos.

Para la obtención de los esfuerzos derivados de las cargas de servicio y la distorsión angular nos encontramos con dos problemas a resolver:

1. Las leyes de esfuerzos responden a un cálculo lineal y elástico de la estructura.
2. Desconocemos la envolvente de momentos flectores de cálculo, resultante de todas las combinaciones de hipótesis empleadas en el cálculo de la estructura.

Para la obtención de la ley de esfuerzos redistribuida empleamos el procedimiento de cálculo iterativo analizado anteriormente, que quedará en función de la variable “ $x$ ”, distancia desde el empotramiento hasta las infinitas rebanadas de la pieza que servirá para definir sus características geométricas, de armado y resistencias.

Para la obtención de la envolvente de los momentos flectores de cálculo realizamos el procedimiento inverso a su armado.

Conocido el armado de la pieza empleamos el procedimiento simplificado para el cálculo de armado en secciones sometidas a flexión simple de la Instrucción Española para obtener el flector asociado a la cuantía geométrica a tracción y compresión de la pieza.



El momento de cálculo responde a la siguiente expresión:

$$M_d = \begin{cases} 0.24 \cdot U_v \cdot d' \cdot \frac{(U_v - U_{s1}(f) + U_{s2}(f)) \cdot (1.5 \cdot U_{s1}(f) + U_{s2}(f))}{(0.6 \cdot U_v + U_{s2}(f))^2} + U_{s1}(f) \cdot (d - d') & \text{if } 0 < x(f) < 2.5d' \\ (U_{s1}(f) - U_{s2}(f)) \cdot \left(1 - \frac{U_{s1}(f) - U_{s2}(f)}{2U_0}\right) d + U_{s2}(f)(d - d') & \text{if } 2.5d' < x(f) < 0.625d \\ \frac{4}{3} U_{s1}(f) \left( \frac{\alpha_{up}(f) + 1.2}{\alpha_{up}(f) + \sqrt{\alpha_{up}(f)^2 + 1.92 \frac{U_{s2}(f)}{U_0}}} - 0.5 \right) d + U_{s1}(f)(d - d') & \text{if } 0.625d < x(f) < d \end{cases}$$

Esta envolvente de momentos flectores será siempre superior a la envolvente de cálculo, puesto que la homogeneización de las armaduras suele dar lugar a un armado real superior a la cuantía obtenida por cálculo.

La suma de los flectores debido a las cargas de servicio, cociente del momento de cálculo y el coeficiente medio de mayoración de cargas  $M_s = M_d / \gamma_M$ , y el momento asociado a la distorsión  $M_\delta$ , dará como resultado el momento  $M_t$ , pudiendo darse los siguientes casos:

$M_t \leq M_y$	La pieza mantiene un comportamiento elástico lineal por lo que el pórtico sigue siendo estable
$M_y \leq M_t < M_p$	La pieza mantiene un comportamiento elástico no lineal, por lo que el pórtico sigue siendo estable
$M_p \leq M_t < M_u$	El acero y/o el hormigón han comenzado a plastificar, por lo que la estructura requiere ser reforzada
$M_t \geq M_u$	La pieza ha alcanzado su momento de rotura

La resolución gráfica del comportamiento de la pieza ante los esfuerzos a los que está sometida permite evaluar dónde y qué cantidad de esfuerzos debe asumir un posible refuerzo de la estructura en caso de que la pieza haya entrado en régimen plástico.

Si a su vez realizamos un análisis gráfico que refleje la deformación del hormigón y el acero a lo largo de la viga, podremos además conocer cuál es el material que ha plastificado, lo que nos permitirá determinar el tipo de refuerzo a disponer.

Representamos en el gráfico siguiente el rango de momentos flectores, eje "y", que mantienen el comportamiento lineal, no lineal o plástico de la pieza, así como la ley de momentos flectores correspondiente a las cargas de servicio, la distorsión y el resultado de ambas a lo largo de la pieza, (eje x).

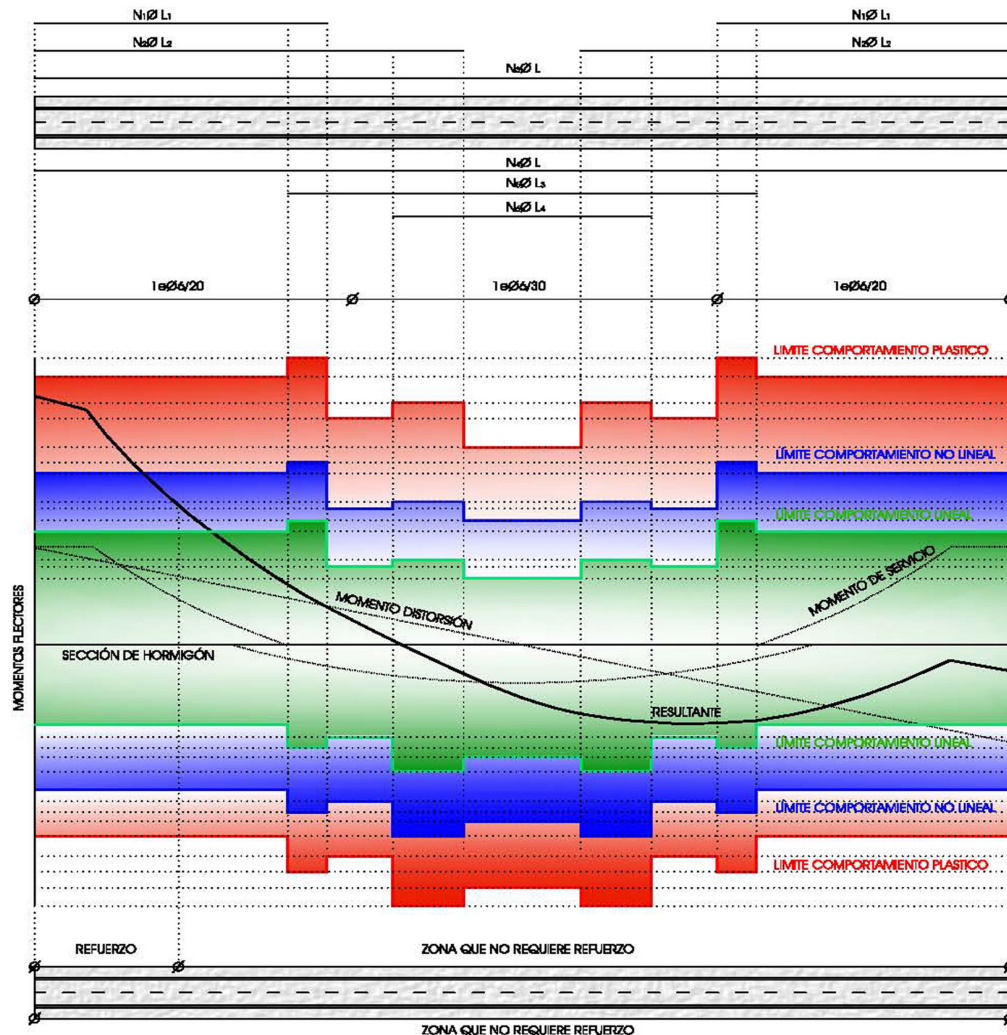


Figura 28. Comportamiento de una pieza de hormigón sometida a una distorsión angular.

### 3.1.5 RESUMEN DE COMPROBACIONES Y CÁLCULOS

El objetivo principal del presente documento será establecer una referencia de los valores de distorsión angular asociados a la rotura y a los diferentes rangos de comportamiento de la estructura, definidos mediante el análisis a nivel de sección y a nivel de la pieza, así como los valores de deformación que provocarán la fisuración de elementos de albañilería, definidos mediante el análisis de la distorsión angular admisible para la mampostería.

ANÁLISIS DE LA ESTABILIDAD A NIVEL DE SECCIÓN DE LA PIEZA.

#### 1. Distorsión máxima admisible para el comportamiento elástico lineal.

Se procederá a la comparación del momento flector redistribuido para la situación de servicio y el flector límite del comportamiento lineal y elástico de la sección.

Mediante esta comparación podremos examinar el rango de deformación en el que trabajan las estructuras en situación de servicio, así como el incremento admisible de esfuerzos que pueden llegar a asumir manteniendo un comportamiento elástico lineal.

#### 2. Distorsión máxima admisible para el comportamiento elástico no lineal.

Se procede en este caso a la comparación del momento flector redistribuido para la situación de servicio y el flector asociado al límite elástico no lineal.

Mediante esta comparación podremos examinar el incremento admisible de esfuerzos que pueden llegar a asumir la pieza antes de alcanzar la plastificación, así como la distorsión angular máxima asociada a dicho incremento admisible de esfuerzos.

#### 3. Distorsión máxima admisible para el comportamiento plástico o rotura.

Se procede en este caso a la comparación del momento flector redistribuido para la situación de servicio y el flector asociado a la rotura de la pieza.

Mediante esta comparación podremos examinar el incremento admisible de esfuerzos que pueden llegar a asumir la pieza antes de la rotura, así como la distorsión angular máxima asociada a dicho incremento admisible de esfuerzos.

#### **4. Comparación de los valores de distorsión asociados a la rotura.**

Los valores de distorsión angular asociados a la rotura obtenidos mediante el cálculo no lineal desarrollado en las hipótesis de partidas, serán comparados con los obtenidos mediante un cálculo lineal, y lineal con redistribución limitada de esfuerzos.

#### **5. Otras comprobaciones.**

El método empleado para el armado de las piezas basado en un diagrama tensión-deformación rectangular, ofrece valores más restrictivos que el modelo parábola-rectángulo en piezas de gran canto, para su análisis comparativo se ofrece un estudio del momento de cálculo y el momento último obtenido mediante el cálculo no lineal de este documento.

Por otra parte se relaciona para todas las combinaciones estudiadas el valor medio de convergencia obtenido mediante el cálculo iterativo del momento flector asociado a la situación de servicio, obteniendo el porcentaje de reducción respecto a su valor de cálculo.

Por último se ofrece una comparación de los valores de distorsión angular máxima para la rotura asociada al cortante y al flector obtenidos mediante un cálculo lineal.

#### **6. Máxima distorsión angular para el ELU obtenida mediante elementos finitos.**

Se desarrolla el cálculo de la distorsión angular asociada a la rotura mediante elementos finitos, comparando los resultados para una serie de combinaciones con geometrías y armados variables con el procedimiento de cálculo no lineal de este documento.

#### **CÁLCULO DE LA ESTABILIDAD A NIVEL DE LA PIEZA**

En base al desarrollo expuesto en las hipótesis de partida, se ofrece un procedimiento de cálculo matemático para el análisis del comportamiento a lo largo de las infinitas rebanadas de una pieza sometida a una distorsión angular.

#### **DISTORSIÓN ANGULAR ADMISIBLE PARA LA MAMPOSTERÍA.**

Se desarrolla un procedimiento de cálculo para el análisis de la distorsión asociada a la fisuración de la albañilería, en función a la geometría del paramento y las características mecánicas de sus materiales, que relaciona el valor de distorsión con la relación longitud/altura del paramento.

### 3.1.6 CÁLCULO A NIVEL DE SECCIÓN

Todos los cálculos y comprobaciones que se desarrollan a nivel de sección tendrán en común las siguientes características geométricas de las piezas y características mecánicas de los materiales.

#### Características geométricas

$L$	Luz del vano	
$L_1$	Luz perpendicular al vano	
$b$	Ancho de la sección	
$h$	Canto de la sección	
$d'$	Recubrimiento mecánico	$d' = 0.1 \cdot d$
$d$	Canto útil	$d = h - d'$

#### Características del hormigón

$f_{ck}$	Resistencia característica	
$E_{cm}$	Módulo de deformación	$E_{cm} = 8500 \sqrt[3]{f_{ck} + 8}$ MPa
$E_c$	Módulo de deformación cargas instantáneas	$E_c = 10000 \sqrt[3]{f_{ck} + 8}$ MPa
$f_{ct}$	Resistencia a flexotracción	$f_{ct} = 0.37 \sqrt[3]{f_{ck}^2}$ MPa
$\varepsilon_{ct}$	Deformación del hormigón a tracción	$\varepsilon_{ct} = \frac{f_{ct}}{E_c}$
$\gamma_c$	Coefficiente parcial de seguridad	$\gamma_c = 1.5$
$\alpha_{cc}$	Coefficiente de duración de carga	$\alpha_{cc} = 1$
$f_{cd}$	Resistencia de cálculo	$f_{cd} = \alpha_{cc} \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$ MPa

Ley de comportamiento del hormigón

$$n = \begin{cases} 2 & \text{si } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \\ 1.4 + 9.6 \left( \frac{100 \text{ MPa} - f_{ck}}{100 \text{ MPa}} \right) & \text{si } f_{ck} > 50 \text{ MPa} \end{cases}$$

$$\varepsilon_{c1} = \begin{cases} 0.002 & \text{si } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \\ 0.002 + 0.000085(f_{ck} - 50 \text{ MPa})^{1/2} & \text{si } f_{ck} > 50 \text{ MPa} \end{cases}$$

$$\varepsilon_{cu1} = \begin{cases} 0.0035 & \text{si } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \\ 0.0026 + 0.0144 \left( \frac{100 \text{ MPa} - f_{ck}}{100 \text{ MPa}} \right)^4 & \text{si } f_{ck} > 50 \text{ MPa} \end{cases}$$

Diagrama tensión deformación del hormigón

$$\sigma_c(\varepsilon_c) = \begin{cases} E_c \cdot \varepsilon_c & \text{si } \varepsilon_{ctm} \leq \varepsilon_c < 0 \\ -\alpha_1 \alpha_2 \frac{f_{ctm}}{1 + \sqrt{500 \cdot (-\varepsilon_c)}} & \text{si } \varepsilon_c < \varepsilon_{ctm} \\ f_{cd} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \right)^n \right] & \text{si } 0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c1} \\ f_{cd} & \text{si } \varepsilon_{c1} \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu1} \end{cases}$$

Donde:

$\alpha_1$  Coeficiente adherencia acero-hormigón  $\alpha_1 = 1$

$\alpha_2$  Coeficiente por tipo de carga  $\alpha_2 = 0.7$

### Características del acero

$f_y$  Límite elástico

$\gamma_s$  Coeficiente parcial de seguridad  $\gamma_s = 1.15$

$f_{yd}$  Resistencia de cálculo  $f_{yd} = f_r / \gamma_s$

$E_s$  Módulo de elasticidad  $E_s = 200000 \text{ MPa}$

Diagrama tensión deformación del acero

$$\sigma_s(\varepsilon_s) = \begin{cases} f_{yd} & \text{si } \varepsilon_s \geq \frac{f_{yd}}{E_s} \\ E_s \cdot \varepsilon_s & \text{si } -\frac{f_{yd}}{E_s} < \varepsilon_s < \frac{f_{yd}}{E_s} \\ 0 & \text{si } -0.01 > \varepsilon_s > 0.01 \\ -f_{yd} & \text{si } \varepsilon_s \leq -\frac{f_{yd}}{E_s} \end{cases}$$

**Armado de la sección:**

Armado a tracción en función al momento flector  $A_{s1}(M) = \frac{U_{s1}}{f_{yd}}$

Armado a compresión en función al momento flector  $A_{s2}(M) = \frac{U_{s2}}{f_{yd}}$

Siendo

La capacidad mecánica del armado a tracción en función al momento flector

$$U_{s1}(M) = \begin{cases} U_0 \cdot (1 - \sqrt{1 - 2\mu}) & \text{si } \mu \leq 0.375 \\ 0.5U_0 + U_{s2} & \text{si } \mu > 0.375 \end{cases} \quad (51)$$

La capacidad mecánica del armado a compresión en función al momento flector

$$U_{s2}(M) = \begin{cases} 0 & \text{para } \mu \leq 0.375 \\ \frac{M - M_{\text{lim}}}{d - r} & \text{para } \mu > 0.375 \end{cases} \quad (52)$$

Donde

$$U_0 \quad \text{Capacidad mecánica} \quad U_0 = f_{cd} \cdot b \cdot d \quad (53)$$

$$M_{\text{lim}} \quad \text{Momento límite} \quad M_{\text{lim}} = 0.375 \cdot U_0 \cdot d \quad (54)$$

$$\mu(M) \quad \text{Constante en función del momento flector} \quad \mu(M) = \frac{M}{d \cdot U_0} \quad (55)$$

## Cálculo no lineal

Conocidas las características geométricas, resistencia de materiales y armado de la sección se desarrolla el cálculo como sigue:

1. Determinación de las leyes de compatibilidad:

$$\phi(x) = \frac{\varepsilon_c}{x} = \frac{\varepsilon_y}{x-y} = \frac{\varepsilon_{s1}}{x-d} = \frac{\varepsilon_{s2}}{x-d'}$$

La deformación del acero traccionado y comprimido, así como la deformación de la hormigón en cualquier fibra de la sección situada a una distancia "y", queda por tanto definida como sigue:

$$\text{Deformación a una distancia "y"} \quad \varepsilon(x, y) = \phi(x) \cdot (x - y)$$

$$\text{Deformación del acero traccionado} \quad \varepsilon_{s1}(x, \phi) = \phi(x) \cdot (x - d)$$

$$\text{Deformación del acero comprimido} \quad \varepsilon_{s2}(x, \phi) = \phi(x) \cdot (x - d')$$

Los valores de curvatura para cada rango de comportamiento serán:

$$\text{Límite elástico lineal} \quad \phi_y(x) = \begin{cases} \frac{\varepsilon_{sy}}{x-d} & \text{si } -\infty \leq x \leq x_{y\lim} \\ \frac{\varepsilon_{cy}}{x} & \text{si } x_{y\lim} < x \leq \infty \end{cases} \quad (56)$$

Siendo  $\varepsilon_{sy} = \frac{f_{yd}}{E_s}$  y  $\varepsilon_{cy} = 0.4 \frac{f_{cd}}{E_c}$  valores de deformación sobre los que pivotarán los infinitos planos de deformación de la pieza.

$$\text{Límite elástico no lineal} \quad \phi_p(x) = \begin{cases} \frac{\varepsilon_{sp}}{x-d} & \text{si } -\infty \leq x \leq x_{p\lim} \\ \frac{\varepsilon_{cp}}{x} & \text{si } x_{p\lim} < x \leq \infty \end{cases} \quad (57)$$

Siendo  $\varepsilon_{sp} = \frac{f_{yd}}{E_s}$  y  $\varepsilon_{cp} = \varepsilon_{c1} = 0.002$  valores de deformación sobre los que pivotarán los infinitos planos de deformación de la pieza.



$$\text{Límite plástico o rotura} \quad \phi(x) = \left| \begin{array}{ll} -\frac{\varepsilon_{su}}{x-d} & \text{si } -\infty \leq x \leq x_{u\lim} \\ \frac{\varepsilon_{cu}}{x} & \text{si } x_{u\lim} < x < h \\ \frac{\varepsilon_{cl}}{x-h\left(1-\frac{\varepsilon_{cl}}{\varepsilon_{cu}}\right)} & \text{si } x \geq h \end{array} \right| \quad (58)$$

Siendo  $\varepsilon_{su} = 0.01$ ,  $\varepsilon_{cu} = 0.0035$  y  $\varepsilon_{cp} = \varepsilon_{cl} = 0.002$  valores de deformación sobre los que pivotarán los infinitos planos de deformación de la pieza.

Donde el valor de la profundidad de la fibra neutra que definirá el cambio de dominio  $x_{\lim}$ , se puede deducir despejando de las leyes de compatibilidad según las expresiones siguientes:

$$\text{Límite elástico lineal} \quad x_{y\lim} = d \cdot \frac{\varepsilon_{cy}}{\varepsilon_{cy} + \varepsilon_{sy}} \quad (59)$$

$$\text{Límite elástico no lineal} \quad x_{p\lim} = d \cdot \frac{\varepsilon_{cp}}{\varepsilon_{cp} + \varepsilon_{sp}} \quad (60)$$

$$\text{Límite plástico o rotura} \quad x_{u\lim} = d \cdot \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{su}} \quad (61)$$

Mediante las leyes de equilibrio de esfuerzos deducimos la rigidez de la sección y el momento flector máximo asociado a cada rango de deformación.

$$\text{Esfuerzo axil} \quad N_c(x, \phi) = \int_0^h \sigma_c(\varepsilon_c(x, y, \phi)) \cdot b \cdot dy$$

$$\text{Momento flector} \quad M_c(x, \phi) = \int_0^h \sigma_c(\varepsilon_c(x, y, \phi)) \cdot b \cdot \left(\frac{h}{2} - y\right) \cdot dy$$

Máximo axil que soporta la sección en su plano de rotura

$$N(x, \phi) = N_c(x, \phi) + A_{s1}(M_d) \cdot \sigma_s(\varepsilon_{s1}(x, \phi)) + A_{s2}(M_d) \cdot \sigma_s(\varepsilon_{s2}(x, \phi))$$

Máximo momento flector que soporta la sección en su plano de rotura en flexión positiva

$$M(x, \phi) = M_c(x, \phi) + A_{s1}(M_d) \cdot \sigma_s(\varepsilon_{s1}(x, \phi)) \cdot \left(\frac{h}{2} - d\right) + A_{s2}(M_d) \cdot \sigma_s(\varepsilon_{s2}(x, \phi)) \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right)$$

Conocido el axil  $N(x, \phi)$ , que al tratarse de una viga consideramos igual a cero, podemos determinar el valor de la profundidad de la fibra neutra  $x_y$ ,  $x_p$ ,  $x_u$  de la curvatura máxima correspondiente al comportamiento elástico lineal, no lineal y plástico o de rotura.

Conocido el valor de " $x$ " se puede deducir el valor del momento flector  $M_y(x, \phi)$ ,  $M_p(x, \phi)$  y  $M_u(x, \phi)$ , así como la rigidez asociada  $K_y(x)$ ,  $K_p(x)$  y  $K_u(x)$  cociente del flector y la curvatura.

Conocidos los puntos que definen el comportamiento del material podemos trazar el gráfico momento – curvatura definido por las rectas que unen los puntos anteriores.

Para obtener un cálculo más preciso del momento-curvatura se pueden obtener un número indefinido de puntos, dados por los infinitos planos de deformación de los materiales.

Para ello únicamente sería necesario imponer un desarrollo de cálculo matricial definido por  $M_{\varepsilon_s, \varepsilon_c}(x)$  y  $\phi_{\varepsilon_s, \varepsilon_c}(x)$ , donde  $0 \leq \varepsilon_s \leq 0.01$  y  $0 \leq \varepsilon_c \leq 0.0035$  en valores absolutos.

Por nuestra parte empleamos para el cálculo los puntos definidos por  $(0,0)$ ,  $(M_y^L, \phi_y^L)$ ,  $(M_y^{NL}, \phi_y^{NL})$ ,  $(M_p, \phi_p)$  y  $(M_u, \phi_u)$ , que nos proporcionará la pendiente de la curva para los infinitos valor de  $K$  en función al momento flector.

Pendiente en función del flector

( 62)

$$v(M) = \left| \begin{array}{ll} \frac{M_y^L}{\phi_y^L} & si \quad M < M_y^L \\ \frac{M_y^{NL} - M_y^L}{\phi_y^{NL} - \phi_y^L} & si \quad M_y^L \leq M < M_y^{NL} \\ \frac{M_p - M_y^{NL}}{\phi_p - \phi_y^{NL}} & si \quad M_y^{NL} \leq M < M_p \\ \frac{M_u - M_p}{\phi_u - \phi_p} & si \quad M_p \leq M < M_u \\ \frac{M_u}{\phi_u} & si \quad M \geq M_u \end{array} \right|$$

Rigidez en función del flector

( 63)

$$K(M) = \left| \begin{array}{ll} \frac{E_c I_b}{v(M) \cdot M} & si \quad M < M_y^L \\ \frac{M - M_y^L + \phi_y^L \cdot v(M)}{v(M) \cdot M} & si \quad M_y^L \leq M < M_y^{NL} \\ \frac{M - M_y^{NL} + \phi_y^{NL} \cdot v(M)}{v(M) \cdot M} & si \quad M_y^{NL} \leq M < M_p \\ \frac{M - M_p + \phi_p \cdot v(M)}{v(M) \cdot M} & si \quad M_p \leq M < M_u \\ \frac{EI_u}{M} & si \quad M \geq M_u \end{array} \right|$$

Conocido el diagrama momento curvatura podemos determinar el valor del momento flector de servicio tras la redistribución de esfuerzos dada por la iteración del cálculo.

Para ello empleamos el algoritmo definido las hipótesis de partida, imponiendo un valor de convergencia dado por la siguiente expresión.

Algoritmo para la iteración del cálculo

$$M_k = M_{k-1} \cdot \left( 2 - \frac{K_L}{K(M_{k-1})} \right) + M_{k-2} \cdot \left( \frac{K_L}{K(M_{k-2})} - 1 \right)$$

Valor de convergencia

$$\eta = \frac{M_k - M_{k-1}}{M_{k-1}} = \frac{1}{M_{k-1}} \left( M_{k-1} \cdot \left( 2 - \frac{K_L}{K(M_{k-1})} \right) + M_{k-2} \cdot \left( \frac{K_L}{K(M_{k-2})} - 1 \right) \right) \quad (64)$$

Siendo  $M_1$  el primer valor de la matriz igual al momento de servicio  $M_s$ , y  $k = \eta$ .

Conocido el momento de servicio redistribuido  $M_\eta$  podemos conocer el incremento admisible de momento flector hasta alcanzar el límite para el comportamiento elástico lineal, no lineal y plástico o de rotura de la sección, que vendrá definido por la diferencia entre el momento asociado a dichos rangos de deformación:

$$\text{Incremento admisible para el límite elástico lineal} \quad \Delta M_y = M_y(x_y) - M_\eta \quad (65)$$

$$\text{Incremento admisible para el límite elástico no lineal} \quad \Delta M_p = M_p(x_p) - M_\eta \quad (66)$$

$$\text{Incremento admisible para el límite plástico o de rotura} \quad \Delta M_u = M_u(x_u) - M_\eta \quad (67)$$

La distorsión angular admisible asociada a cada rango de deformación de la pieza será:

$$\text{Distorsión angular admisible para el límite elástico lineal} \quad \Delta \delta_y = \alpha \frac{\Delta M_y L^2}{6K_y(x_y)} \quad (68)$$

$$\text{Distorsión angular admisible para el límite elástico no lineal} \quad \Delta \delta_p = \alpha \frac{\Delta M_p L^2}{6K_p(x_p)} \quad (69)$$

$$\text{Distorsión angular admisible el límite plástico o de rotura} \quad \Delta \delta_u = \alpha \frac{\Delta M_u L^2}{6K_u(x_u)} \quad (70)$$

Donde  $\alpha$ , por las razones expuestas en las hipótesis de partida, se considera igual 1, valor correspondiente a un empotramiento perfecto.

### 3.1.6.1 Distorsión máxima admisible para el comportamiento elástico lineal.

Según se deduce de los resultados adjuntos como anexo 2 a este documento, en general las estructuras de hormigón en situación de servicio trabajan en régimen elástico no lineal.

Comprobamos que únicamente el 7% de las combinaciones estudiadas presentan un comportamiento elástico lineal, tratándose de piezas de gran geometría y cargas reducidas, que además no admiten practicamente ningún tipo de deformación y/o esfuerzo adicional sin que modifique su rango de deformación inicial.

Por lo anteriormente expuesto podemos concluir que no existe ningún rango valores admisibles de distorsión angular para el comportamiento elástico lineal de la estructura.

En la tabla de resultados siguiente reflejamos en tanto por ciento, el cociente entre el momento flector máximo asociado al comportamiento elástico lineal de la sección, y el valor convergente iterado del momento flector para la situación de servicio.

Los valores superiores al 100%, (reflejado en azul), suponen que la pieza podrá seguir asumiendo un incremento de esfuerzos o deformaciones manteniendo el mismo régimen de deformación.

Valores inferiores al 100 indican que la pieza trabaja en un régimen elástico no lineal para la situación de servicio.

En todos los casos las piezas pivotarán alrededor del máximo valor de deformación impuesto al hormigón, es decir, la profundidad de la fibra neutra será en todos los casos superior a su valor límite  $x_{y\lim}$ .

Se observa además que a medida que endurecemos las condiciones de geometría y carga, las piezas se alejan del comportamiento elástico lineal y reducen su capacidad de deformación.

Fundamentalmente este hecho se debe a que las piezas geométricamente más rígidas, es decir las piezas con mayor relación luz/canto útil, tendrán un menor volumen de acero permitiendo que el mismo alcance su límite elástico aumentando de forma considerable la ductilidad de la sección.

LUZ (m)	b (cm)	L/d	5kN/m <sup>2</sup>	10kN/m <sup>2</sup>	15kN/m <sup>2</sup>
			$M_y / M_{sk}$	$M_y / M_{sk}$	$M_y / M_{sk}$
3	20	10	106,04%	55,42%	38,46%
		15	54,13%	28,42%	19,72%
		20	34,13%	17,99%	12,48%
		25	24,44%	12,94%	8,98%
	40	10	206,76%	105,96%	72,36%
		15	103,64%	54,34%	37,11%
		20	65,16%	34,39%	23,48%
		25	46,22%	24,74%	16,90%
	60	10	307,29%	156,31%	106,04%
		15	153,24%	80,16%	54,38%
		20	95,97%	50,73%	34,42%
		25	67,87%	36,50%	24,76%
4	20	10	77,39%	41,16%	28,96%
		15	39,05%	21,11%	14,85%
		20	24,87%	13,36%	9,40%
		25	18,52%	9,61%	6,76%
	40	10	149,02%	77,25%	53,28%
		15	73,97%	39,62%	27,32%
		20	46,14%	25,07%	17,29%
		25	32,46%	18,04%	12,44%
	60	10	220,78%	113,07%	78,53%
		15	108,54%	57,98%	40,27%
		20	67,18%	36,70%	25,49%
		25	47,00%	26,40%	18,34%
5	20	10	61,37%	34,54%	23,57%
		15	31,47%	17,71%	12,09%
		20	19,92%	11,21%	7,65%
		25	14,33%	8,06%	5,50%
	40	10	117,08%	62,76%	42,67%
		15	60,04%	32,18%	21,88%

LUZ (m)	b (cm)	L/d	5kN/m <sup>2</sup>	10kN/m <sup>2</sup>	15kN/m <sup>2</sup>
			$M_y / M_{sk}$	$M_y / M_{sk}$	$M_y / M_{sk}$
5	40	20	38,00%	20,37%	13,85%
		25	27,34%	14,65%	9,96%
	60	10	172,55%	89,32%	61,44%
		15	88,49%	45,80%	31,51%
		20	56,01%	28,99%	19,94%
		25	40,29%	20,86%	14,35%
6	20	10	51,19%	27,93%	20,09%
		15	26,25%	14,32%	10,30%
		20	16,61%	9,07%	6,52%
		25	11,95%	6,52%	4,69%
	40	10	96,76%	51,10%	35,79%
		15	49,62%	26,21%	18,35%
		20	31,40%	16,59%	11,62%
		25	22,59%	11,93%	8,36%
	60	10	142,10%	75,04%	51,16%
		15	72,87%	38,48%	26,24%
		20	46,12%	24,36%	16,60%
		25	33,18%	17,52%	11,95%
7	20	10	44,12%	24,53%	17,74%
		15	22,62%	12,58%	9,10%
		20	14,32%	7,96%	5,76%
		25	10,30%	5,73%	4,14%
	40	10	82,65%	44,16%	31,11%
		15	42,38%	22,65%	15,95%
		20	26,83%	14,33%	10,10%
		25	19,30%	10,31%	7,26%
	60	10	120,90%	63,51%	44,16%
		15	62,00%	32,57%	22,65%
		20	39,24%	20,61%	14,33%
		25	28,23%	14,83%	10,31%

Tabla de resultado 1. Cálculo no lineal para el comportamiento elástico

### 3.1.6.2 Distorsión máxima admisible para el comportamiento elástico no lineal

Según se ha expuesto en el subapartado anterior, la práctica totalidad de las secciones estudiadas trabajan en un régimen elástico no lineal en situación de servicio.

Sin embargo se trata de un rango de deformación muy amplio, delimitado por  $0.4f_{cd}/E_c < \varepsilon_c \leq 0.002$ , y  $-f_{yd}/E_s < \varepsilon_s < f_{yd}/E_s$ , que permite para todas las secciones estudiados un incremento importante de esfuerzos y/o deformación desde la situación de servicio manteniendo el comportamiento elástico de los materiales.

En la tabla de resultados siguiente reflejamos el cálculo no lineal de la máxima distorsión angular admisible para que la sección siga manteniendo un comportamiento elástico y no lineal, valor a partir del cual el hormigón y/o el acero comenzarán a plastificar.

Presentamos además el valor, en tanto por ciento, del cociente entre el momento flector para el límite elástico y el flector para la situación de servicio.

De los resultados siguientes podemos deducir que, de forma general, una pieza en situación de servicio podrá experimentar una distorsión del  $L/300$  antes de que el hormigón y/o el acero plastifiquen, es decir, antes de que exista una afección a la estabilidad de la estructura.

Reflejamos en rojo aquellos valores correspondientes a piezas que pivotarán alrededor del máximo valor de deformación impuesto al hormigón, es decir, las que mantendrán un comportamiento frágil ante la rotura.

De tal modo puede extraerse que a medida que aumentamos la carga o reducimos la geometría, la pieza moviliza compresiones en el hormigón, siendo este el primer material que alcanzará la plastificación.

Por último comprobamos que el endurecimiento de las condiciones de la pieza, reducción de su geometría y/o aumento de las cargas por superficie, reducen la capacidad de deformación de la pieza, como consecuencia de la movilización de mayores compresiones en el hormigón, que darán lugar a una reducción de la ductilidad provocando roturas frágiles.

LUZ (m)	b (cm)	L/d	5kN/m <sup>2</sup>		10kN/m <sup>2</sup>		15kN/m <sup>2</sup>	
			distorsión	$M_p / M_{sk}$	distorsión	$M_p / M_{sk}$	distorsión	$M_p / M_{sk}$
3	20	10	347	225,51%	386	185,80%	362	182,89%
		15	235	283,43%	207	186,79%	347	148,26%
		20	150	221,97%	293	140,51%	463	123,57%
		25	172	162,49%	433	120,10%	1357	105,77%
	40	10	291	326,84%	351	222,89%	389	191,20%
		15	230	222,67%	238	194,61%	227	174,70%
		20	191	184,98%	155	193,91%	211	162,23%
		25	112	232,59%	172	162,07%	263	135,02%
	60	10	268	428,44%	314	273,47%	349	224,65%
		15	207	272,00%	252	195,60%	237	195,52%
		20	174	214,67%	160	217,21%	151	196,03%
		25	149	187,29%	97	254,45%	172	162,39%
4	20	10	383	197,07%	383	179,39%	341	180,51%
		15	237	184,79%	297	156,28%	453	133,91%
		20	187	171,97%	402	127,56%	597	117,05%
		25	249	139,17%	587	113,03%	1978	103,73%
	40	10	317	269,20%	386	194,37%	398	181,11%
		15	255	193,66%	243	182,23%	211	183,29%
		20	174	192,60%	187	169,84%	309	138,87%
		25	120	194,38%	255	137,52%	385	122,49%
	60	10	288	341,82%	347	230,34%	383	196,14%
		15	229	227,91%	258	185,63%	239	183,89%
		20	193	187,77%	170	185,34%	187	170,41%
		25	124	214,11%	154	155,20%	251	138,52%
5	20	10	409	181,26%	367	177,99%	360	171,13%
		15	205	186,79%	423	137,24%	513	128,51%
		20	260	147,69%	475	122,17%	652	115,12%
		25	301	130,06%	700	110,67%	1389	105,08%
	40	10	341	236,96%	419	178,57%	386	180,56%
		15	246	188,77%	231	180,72%	274	161,14%



LUZ (m)	b (cm)	L/d	5kN/m <sup>2</sup>		10kN/m <sup>2</sup>		15kN/m <sup>2</sup>	
			distorsión	$M_p / M_{sk}$	distorsión	$M_p / M_{sk}$	distorsión	$M_p / M_{sk}$
5	40	20	172	185,61%	261	147,21%	359	131,36%
		25	146	171,53%	315	128,28%	450	118,00%
	60	10	305	293,20%	374	206,27%	412	180,33%
		15	241	203,97%	256	180,60%	226	182,70%
		20	184	189,96%	157	184,76%	260	147,15%
		25	133	188,52%	218	145,36%	301	129,73%
6	20	10	403	179,79%	347	177,68%	463	153,02%
		15	212	182,96%	468	132,27%	551	125,72%
		20	314	137,80%	520	119,56%	656	114,79%
		25	341	125,42%	774	109,82%	1181	106,23%
	40	10	361	216,44%	410	177,69%	373	179,08%
		15	241	185,05%	218	170,00%	368	143,90%
		20	163	184,99%	326	135,92%	406	126,65%
		25	188	153,91%	362	123,54%	504	115,76%
	60	10	323	262,31%	398	191,03%	405	179,03%
		15	263	189,11%	249	179,34%	212	182,73%
		20	185	183,66%	191	166,81%	318	137,06%
		25	127	186,84%	264	135,48%	347	124,75%
7	20	10	396	177,62%	334	176,82%	607	139,09%
		15	255	166,91%	491	130,26%	573	124,24%
		20	341	133,41%	542	118,67%	638	115,11%
		25	368	122,83%	736	110,31%	935	107,83%
	40	10	377	203,35%	401	177,47%	359	178,59%
		15	251	181,28%	254	166,40%	429	136,37%
		20	165	179,84%	357	131,71%	432	124,37%
		25	200	140,70%	396	121,11%	517	115,12%
	60	10	339	241,10%	417	180,87%	395	178,75%
		15	274	179,44%	240	178,68%	249	166,46%
		20	179	182,70%	239	151,61%	346	132,82%
		25	137	174,50%	294	130,77%	377	122,14%

Tabla de resultado 2. Cálculo no lineal para el comportamiento plástico

### 3.1.6.3 Distorsión máxima admisible para el límite plástico o de rotura.

En tabla de resultados siguientes queda reflejado el cálculo no lineal para todas las combinaciones de geometría, resistencia y carga planteadas, de la máxima distorsión angular admisible para la rotura por compresión del hormigón o plastificación del acero.

De forma general se puede establecer que la totalidad de las estructuras de hormigón podrán asumir antes del colapso una distorsión angular que variará entre  $L/60$  y  $L/200$ .

Estos valores de distorsión, a pesar de los resultados dispares propios del cálculo no lineal de la pieza, dependen en líneas generales de la geometría y la carga empleada.

De tal modo la reducción de la geometría y/o el aumento de las cargas por superficie penalizarán la capacidad de deformación de la pieza.

Reflejamos en rojo aquellos resultados correspondientes a piezas cuya profundidad de la fibra neutra resulta superior a la profundidad límite  $x_{u\lim}$ , es decir, aquellas cuyos planos de rotura pivotan alrededor de  $\varepsilon_{cu}$  y que tendrán una rotura frágil por compresión del hormigón.

De esta comprobación se puede extraer que a medida que aumentamos la carga o reducimos la geometría de la pieza la misma pierde ductilidad, dando lugar a una rotura frágil para valores de  $L/d$  generalmente superiores a 20, independientemente de la carga a la que esté sometida la pieza.

GEOMETRÍA			DISTORSIÓN		
LUZ (m)	b (cm)	L/d	5kN/m <sup>2</sup>	10kN/m <sup>2</sup>	15kN/m <sup>2</sup>
3	20	10	89	102	102
		15	62	96	151
		20	62	120	126
		25	79	107	119
	40	10	74	91	102
		15	59	64	72
		20	51	61	96
		25	35	79	97
	60	10	68	81	90
		15	53	66	63
		20	46	43	63
		25	40	42	79
4	20	10	100	102	127
		15	68	131	170
		20	86	130	137
		25	96	108	115
	40	10	82	101	105
		15	67	68	93
		20	47	86	122
		25	53	98	102
	60	10	73	90	100
		15	59	68	68
		20	51	58	86
		25	33	71	96
5	20	10	107	113	165
		15	86	169	179
		20	112	138	146
		25	101	116	121
	40	10	88	110	103
		15	65	83	124

GEOMETRÍA			DISTORSIÓN		
LUZ (m)	b (cm)	L/d	5kN/m <sup>2</sup>	10kN/m <sup>2</sup>	15kN/m <sup>2</sup>
5	40	20	55	112	129
		25	67	104	109
	60	10	78	97	108
		15	63	68	83
		20	49	72	113
		25	46	93	102
6	20	10	106	134	203
		15	98	177	188
		20	125	145	152
		25	106	123	127
	40	10	94	108	103
		15	64	96	155
		20	66	128	135
		25	83	109	115
	60	10	83	104	107
		15	69	69	98
		20	50	87	125
		25	53	101	107
7	20	10	105	154	247
		15	116	182	195
		20	129	151	157
		25	110	127	131
	40	10	98	106	119
		15	67	115	170
		20	76	133	141
		25	98	114	119
	60	10	87	109	105
		15	72	79	114
		20	53	104	130
		25	63	105	112

Tabla de resultado 3. Cálculo no lineal para la rotura

### 3.1.6.4 Comparación de valores de distorsión asociados a la rotura

**Distorsión máxima admisible mediante cálculo lineal.**

Empleamos el procedimiento de cálculo propuesto por Alegre Heitzmann, V. (2008), tomando la rigidez elástica y lineal de la pieza, empleando para ello la expresión propuesta por la Instrucción Española para el cálculo de la profundidad de la fibra neutra y la inercia fisurada.

Profundidad de la fibra neutra en función al momento flector

$$x_f(M) = d \cdot n \cdot \rho_1(M) \cdot \left( 1 + \frac{\rho_2(M)}{\rho_1(M)} \right) \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{2 \left( 1 + \frac{\rho_2(M) \cdot d'}{\rho_1(M_s) \cdot d} \right)}{n \cdot \rho_1(M) \left( 1 + \frac{\rho_2(M)}{\rho_1(M)} \right)^2}} \right] \quad (71)$$

$$\rho_1(M) = \frac{A_{s1}}{b \cdot d}$$

Cuantía geométrica a tracción en función al momento flector

$$\rho_2(M) = \frac{A_{s2}}{b \cdot d}$$

Cuantía geométrica a tracción en función al momento flector

Profundidad de la fibra neutra en función al momento flector

$$I_f(M) = n \cdot A_{s1}(M_s) \left( d - x_f(M_s) \right) \left( d - \frac{x_f(M_s)}{3} \right) + n \cdot A_{s2}(M_s) \left( x_f(M_s) - d' \right) \left( \frac{x_f(M_s)}{3} - d' \right) \quad (72)$$

El incremento de momento flector admisible  $\Delta M$  vendrá definido por la diferencia entre el momento flector del cálculo  $M_d$  y el momento flector de servicio  $M_s$ , en este caso sin redistribuir al tratarse de un cálculo lineal.

$$\Delta M = M_d - M_s \quad (73)$$

Sustituyendo dicho valor en la expresión dada para el momento generado por la distorsión angular se obtiene la distorsión admisible para el momento de cálculo

$$\Delta \delta_d = \alpha \frac{\Delta M L^2}{6 E_c I_f(M_d)} \quad (74)$$

Tomamos como grado de empotramiento  $\alpha = 1$  y el modulo de elasticidad del hormigón  $E_{cm}$ , y resolvemos numéricamente el cálculo mediante el programa matemático Mathcad 14 para todas las combinaciones de cálculo establecidas.

GEOMETRÍA			DISTORSIÓN		
LUZ (m)	b (cm)	L/d	5kN/m <sup>2</sup>	10kN/m <sup>2</sup>	15kN/m <sup>2</sup>
3	20	10	789	787	728
		15	490	486	460
		20	348	350	302
		25	271	250	217
	40	10	829	835	777
		15	521	519	480
		20	372	368	345
		25	285	287	259
	60	10	848	860	804
		15	538	538	499
		20	385	383	355
		25	296	294	276
4	20	10	771	765	709
		15	477	478	433
		20	341	324	283
		25	260	232	204
	40	10	813	816	757
		15	509	504	468
		20	362	360	335
		25	278	277	239
	60	10	834	843	785
		15	526	524	485
		20	376	372	347
		25	288	288	266
5	20	10	756	749	697
		15	467	474	410
		20	339	307	272
		25	145	223	199
	40	10	800	800	741
		15	499	494	461

GEOMETRÍA			DISTORSIÓN		
LUZ (m)	b (cm)	L/d	5kN/m <sup>2</sup>	10kN/m <sup>2</sup>	15kN/m <sup>2</sup>
5	40	20	354	358	316
		25	273	261	227
	60	10	823	828	770
		15	517	513	475
		20	368	365	345
		25	282	287	250
6	20	10	743	737	691
		15	460	452	395
		20	329	297	265
		25	235	217	196
	40	10	789	787	728
		15	490	486	460
		20	348	349	303
		25	271	249	220
	60	10	813	816	757
		15	509	504	468
		20	362	360	335
		25	278	276	240
7	20	10	733	727	691
		15	455	435	384
		20	316	289	261
		25	228	213	195
	40	10	780	775	718
		15	483	481	450
		20	344	335	294
		25	270	242	215
	60	10	805	805	746
		15	502	497	463
		20	356	358	322
		25	274	265	232

Tabla de resultado 4. Cálculo lineal de la distorsión angular asociada a la rotura

De los resultados anteriores se deduce que los valores de distorsión angular máxima admisible asociada a la rotura, mantiene una correlación prácticamente lineal que ofrece valores menos restrictivos a medida que reducimos la inercia bruta de la sección.

La razón por la que se mantiene una correlación simple de valores con independencia al endurecimiento de las condiciones de geometrías y de cargas, reside en que el cálculo de la distorsión admisible resulta inversamente proporcional a la rigidez, siendo esta la única variable de la ecuación.

Por lo anteriormente expuesto el cálculo lineal del incremento de esfuerzos o deformación admisible, lejos del comportamiento real de la pieza, depende de la inercia bruta de la pieza cuyo módulo de deformación permanece en todo momento constante.

La invariabilidad del módulo de deformación implicará un aumento del valor de la rigidez de la pieza deformada respecto a su comportamiento real, ofreciendo por tanto valores mucho más restrictivos que los obtenidos mediante el cálculo no lineal.

Por otra parte se puede comprobar como a medida que aumentamos la relación luz/canto útil, los valores se aproximan cada vez más a los obtenidos mediante el cálculo no lineal, debido a que los valores de la rigidez obtenidos con ambos métodos resultan más cercanos.

En general se puede establecer, con un margen de error inferior al 10%, que para relaciones de luz/canto útil igual a 10, el máximo valor de distorsión antes de la rotura será de 790, para  $L/d$  igual a 15 de 500, para  $L/d$  igual a 20 de 350, y para  $L/d$  igual a 25 de 280.

Este procedimiento de cálculo no contempla la plastificación de los materiales, y por tanto la reducción de las condiciones de empotramiento en los nudos, variable que condicionará la capacidad de giro como consecuencia de la formación de rótulas plásticas.

Este efecto, contemplado mediante el cálculo con redistribución limitada, ofrecerá valores menos restrictivos de distorsión, que se acercarán algo más a los obtenidos mediante el cálculo no lineal.



**Distorsión máxima admisible mediante cálculo lineal con redistribución limitada de esfuerzos.**

Este procedimiento de cálculo contempla la redistribución de esfuerzos como consecuencia de la formación de rótulas plásticas, es decir, de la plastificación de los materiales en el empotramiento de la pieza.

Tomamos para ello la expresión de la Instrucción Española para el cálculo del porcentaje de redistribución de esfuerzo asociado a la ductilidad de la pieza, siendo el valor máximo de la profundidad de la fibra neutra que permite dicha redistribución  $x = 0.45d$ , valor a partir del cual la pieza no debería admitir más deformaciones.

$$r = \begin{cases} 1 + \frac{\left(56 - 125 \frac{x_f(M_s)}{d}\right)}{100} & \text{si } x_f(M_s) \leq 0.45d \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (75)$$

El incremento de momento flector debido hasta alcanzar el ELU vendrá definido por la diferencia entre el momento de cálculo  $M_d$  y el momento de servicio  $M_s$ , por el porcentaje de redistribución asociado a la ductilidad de la pieza.

$$\Delta M_r = r \cdot (M_d - M_s) \quad (76)$$

Sustituyendo dicho valor en la expresión dada para el momento generado por la distorsión angular se obtiene la distorsión admisible para el momento de cálculo

$$\Delta \delta_d = \alpha \frac{\Delta M_r L^2}{6 E_c I_f(M_d)} \quad (77)$$

Tomamos como grado de empotramiento  $\alpha = 1$  y el modulo de elasticidad del hormigón  $E_{cm}$ , y resolvemos los resultados mediante el programa de cálculo matemático Mathcad 14 para todas las combinaciones de cálculo establecidas.

GEOMETRÍA			DISTORSIÓN		
LUZ (m)	b (cm)	L/d	5kN/m <sup>2</sup>	10kN/m <sup>2</sup>	15kN/m <sup>2</sup>
3	20	10	474	487	486
		15	317	345	378
		20	247	300	267
		25	218	250	217
	40	10	479	486	477
		15	316	326	327
		20	237	254	271
		25	193	224	238
	60	10	482	488	478
		15	317	324	325
		20	237	246	249
		25	190	204	220
4	20	10	474	492	499
		15	321	369	380
		20	260	295	286
		25	237	232	204
	40	10	477	485	479
		15	316	330	338
		20	239	268	289
		25	199	240	233
	60	10	480	486	477
		15	316	325	324
		20	237	251	262
		25	192	216	232
5	20	10	474	499	517
		15	327	399	372
		20	279	291	283
		25	225	223	199
	40	10	475	486	482
		15	316	336	354

GEOMETRÍA			DISTORSIÓN		
LUZ (m)	b (cm)	L/d	5kN/m <sup>2</sup>	10kN/m <sup>2</sup>	15kN/m <sup>2</sup>
5	40	20	243	288	284
		25	119	236	228
	60	10	478	485	478
		15	316	327	330
		20	238	258	282
		25	195	235	229
6	20	10	475	508	542
		15	335	391	368
		20	284	288	281
		25	222	217	196
	40	10	474	487	486
		15	317	345	378
		20	247	297	279
		25	128	233	220
	60	10	477	485	479
		15	316	330	338
		20	239	274	288
		25	199	237	225
7	20	10	476	522	577
		15	345	385	366
		20	279	287	261
		25	220	213	195
	40	10	474	490	492
		15	319	356	384
		20	253	293	277
		25	229	266	215
	60	10	476	487	480
		15	316	335	348
		20	241	280	283
		25	204	234	274

Tabla de resultado 5. Cálculo lineal con redistribución de la distorsión asociada a la rotura.

Al igual que en el caso anterior, el procedimiento se basa en un cálculo lineal de la estructura sobre el que se aplica un coeficiente reductor de los esfuerzos, siendo esta la causa de que los valores de distorsión mantengan una relación prácticamente lineal con la relación luz/canto útil de la pieza.

La aplicación de la reducción porcentual de los flectores negativos asociados a la formación de rótulas plásticas, permite, respecto al cálculo lineal, un aumento del incremento admisible de los flectores hasta el momento último de la pieza, es decir, mayor capacidad de deformación y valores de distorsión angular menos restrictivos.

Se puede estimar que para relaciones de  $L/d$  igual a 10, el máximo valor de distorsión antes de la rotura será de 480, para  $L/d$  igual a 15 de 320, para  $L/d$  igual a 20 de 240, y para  $L/d$  igual a 25 de 200.

### Comparación de resultados para el E.L.U.

En la tabla de resultados siguiente, se ofrece una comparación de los resultados del cálculo de la distorsión angular asociada a la rotura obtenido mediante el cálculo lineal, (línea azul) de gráfico siguiente, lineal con redistribución limitada de esfuerzos, (línea magenta), y no lineal, (línea amarilla).

Tomando los valores más restrictivos para  $L/10$ ,  $L/15$ ,  $L/20$  y  $L/25$  de todas las combinaciones establecidas, podemos expresar los resultados según el gráfico siguiente.

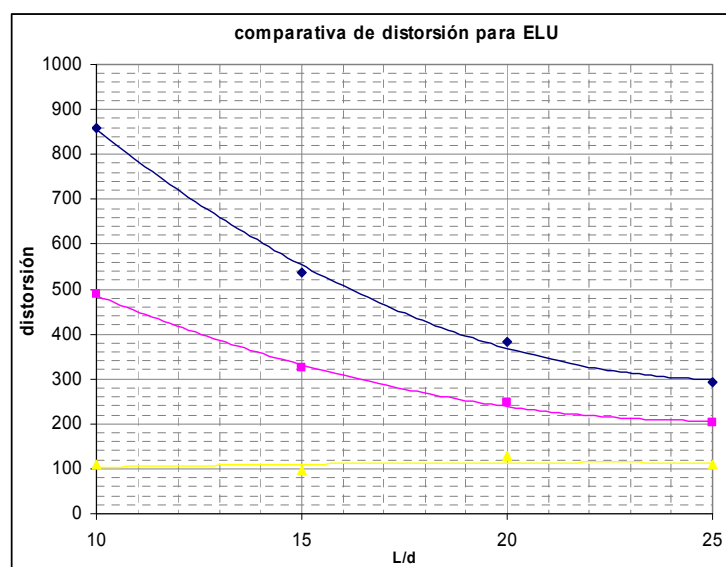


Gráfico 3. Comparación gráfica de resultados de distorsión asociada a la rotura, según los diferentes procedimientos de cálculo

LUZ (m)	b (cm)	L/d	5kN/m <sup>2</sup>			10kN/m <sup>2</sup>			15kN/m <sup>2</sup>		
			LINEAL	LINEAL REDISTRIB	NO LINEAL	LINEAL	LINEAL REDISTRIB	NO LINEAL	LINEAL	LINEAL REDISTRIB	NO LINEAL
3	20	10	789	474	89	787	487	102	728	486	102
		15	490	317	62	486	345	96	460	378	151
		20	348	247	62	350	300	120	302	267	126
		25	271	218	79	250	250	107	217	217	119
	40	10	829	479	74	835	486	91	777	477	102
		15	521	316	59	519	326	64	480	327	72
		20	372	237	51	368	254	61	345	271	96
		25	285	193	35	287	224	79	259	238	97
	60	10	848	482	68	860	488	81	804	478	90
		15	538	317	53	538	324	66	499	325	63
		20	385	237	46	383	246	43	355	249	63
		25	296	190	40	294	204	42	276	220	79
4	20	10	771	474	100	765	492	102	709	499	127
		15	477	321	68	478	369	131	433	380	170
		20	341	260	86	324	295	130	283	283	137
		25	260	237	96	232	232	108	204	204	115
	40	10	813	477	82	816	485	101	757	479	105
		15	509	316	67	504	330	68	468	338	93
		20	362	239	47	360	268	86	335	289	122
		25	278	199	53	277	240	98	239	233	102
	60	10	834	480	73	843	486	90	785	477	100
		15	526	316	59	524	325	68	485	324	68
		20	376	237	51	372	251	58	347	262	86
		25	288	192	33	288	216	71	266	232	96
5	20	10	756	474	107	749	499	113	697	517	165
		15	467	327	86	474	399	169	410	372	179
		20	339	279	112	307	291	138	272	283	146
		25	275	225	101	223	223	116	199	199	121
	40	10	800	475	88	800	486	110	741	482	103
		15	499	316	65	494	336	83	461	354	124

LUZ (m)	b (cm)	L/d	5kN/m <sup>2</sup>			10kN/m <sup>2</sup>			15kN/m <sup>2</sup>		
			LINEAL	LINEAL REDISTRIB	NO LINEAL	LINEAL	LINEAL REDISTRIB	NO LINEAL	LINEAL	LINEAL REDISTRIB	NO LINEAL
5	40	20	354	243	55	358	288	112	316	284	129
		25	273	119	67	261	236	104	227	228	109
	60	10	823	478	78	828	485	97	770	478	108
		15	517	316	63	513	327	68	475	330	83
		20	368	238	49	365	258	72	345	282	113
		25	282	195	46	287	235	93	250	229	102
6	20	10	743	475	106	737	508	134	691	542	203
		15	460	335	98	452	391	177	395	368	188
		20	329	284	125	297	288	145	265	281	152
		25	235	222	106	217	217	123	196	196	127
	40	10	789	474	94	787	487	108	728	486	103
		15	490	317	64	486	345	96	460	378	155
		20	348	247	66	349	297	128	303	279	135
		25	271	128	83	249	233	109	220	220	115
	60	10	813	477	83	816	485	104	757	479	107
		15	509	316	69	504	330	69	468	338	98
		20	362	239	50	360	274	87	335	288	125
		25	278	199	53	276	237	101	240	225	107
7	20	10	733	476	105	727	522	154	691	577	247
		15	455	345	116	435	385	182	384	366	195
		20	316	279	129	289	287	151	261	261	157
		25	228	220	110	213	213	127	195	195	131
	40	10	780	474	98	775	490	106	718	492	119
		15	483	319	67	481	356	115	450	384	170
		20	344	253	76	335	293	133	294	277	141
		25	270	229	98	242	266	114	215	215	119
	60	10	805	476	87	805	487	109	746	480	105
		15	502	316	72	497	335	79	463	348	114
		20	356	241	53	358	280	104	322	283	130
		25	274	204	63	265	234	105	232	232	112

Tabla de resultado 6. Comparación de valores de distorsión asociados a la rotura para el cálculo lineal, lineal con redistribución y no lineal

### 3.1.6.5 Otras comprobaciones:

#### Comparación entre el momento de cálculo y el momento último

Según se ha expuesto en las hipótesis de partida, se contempla para el armado de las secciones el procedimiento simplificado del cálculo a flexión simple de la Instrucción Española basado en diagrama tensión-deformación rectangular.

Este modelo conlleva un aumento del brazo mecánico de la sección respecto al diagrama parábola-rectángulo, dando lugar a mayores esfuerzos de compresión que deberán ser compensados con armadura a tracción, diferencia que resulta más patente a medida que aumentamos la relación luz/canto de la pieza.

En la tabla de resultados 7 reflejamos, en tanto por cierto, los valores del cociente del momento último  $M_u$ , (obtenido con un diagrama parábola-rectángulo), y el momento de cálculo  $M_d$ , (en base al cual se calcula el armado de las secciones).

Puede extraerse de los resultados siguientes que el momento último llega a duplicar al momento de cálculo para secciones de gran geometría y cargas reducidas, reduciéndose la diferencia entre ambos valores a medida que endurecemos las condiciones geométrica y/o de cargas.

#### Comparación de momento de servicio y su valor de convergencia mediante la iteración del cálculo no lineal

En la tabla de resultados 8 se ofrece el porcentaje de reducción del momento flector de servicio como consecuencia de la pérdida de rigidez de la sección.

Para ello se ha realizado un cálculo iterativo no lineal mediante el que se obtiene el valor de convergencia del momento flector de servicio  $M_{\eta}$ , resultado que se divide por el momento para la situación de servicio obtenido mediante un procedimiento lineal  $M_s$ .

Se deduce de estos resultados que el valor de convergencia reduce entre 0 a un 20% el momento flector obtenido linealmente, diferencias que aumentan cuando se endurecen las condiciones de la sección, grandes luces, cantos reducidos y cargas elevadas.

GEOMETRÍA			$M_u / M_d$		
LUZ (m)	b (cm)	L/d	5kN/m <sup>2</sup>	10kN/m <sup>2</sup>	15kN/m <sup>2</sup>
3	20	10	146,78%	121,45%	112,53%
		15	119,86%	108,60%	103,34%
		20	110,97%	100,00%	100,00%
		25	105,93%	100,00%	100,00%
	40	10	198,68%	147,89%	129,76%
		15	144,96%	120,39%	112,21%
		20	125,16%	112,72%	105,71%
		25	116,14%	106,18%	116,40%
	60	10	250,82%	174,43%	147,13%
		15	170,11%	133,24%	120,02%
		20	140,54%	118,00%	111,05%
		25	126,10%	111,82%	105,97%
4	20	10	132,31%	114,05%	108,29%
		15	112,77%	104,57%	100,00%
		20	106,25%	100,00%	100,00%
		25	99,34%	100,00%	100,00%
	40	10	169,39%	133,03%	120,03%
		15	130,21%	113,10%	107,65%
		20	115,90%	106,51%	100,00%
		25	110,11%	100,00%	100,00%
	60	10	206,70%	152,00%	107,14%
		15	147,85%	121,96%	112,87%
		20	126,52%	108,70%	106,35%
		25	116,17%	106,67%	99,33%
5	20	10	124,06%	110,30%	105,56%
		15	109,30%	100,00%	100,00%
		20	103,24%	100,00%	100,00%
		25	100,00%	100,00%	100,00%
	40	10	152,96%	124,68%	114,56%
		15	122,17%	109,55%	104,77%



GEOMETRÍA			$M_u / M_d$		
LUZ (m)	b (cm)	L/d	5kN/m <sup>2</sup>	10kN/m <sup>2</sup>	15kN/m <sup>2</sup>
5	40	20	111,52%	103,48%	100,57%
		25	106,59%	100,00%	100,00%
	60	10	181,97%	139,44%	124,26%
		15	135,73%	115,81%	109,35%
		20	119,04%	108,13%	103,31%
		25	111,73%	102,29%	100,00%
6	20	10	118,83%	107,93%	103,53%
		15	106,87%	100,00%	100,00%
		20	100,00%	100,00%	100,00%
		25	100,00%	100,00%	100,00%
	40	10	142,45%	119,35%	111,19%
		15	117,09%	107,11%	102,62%
		20	108,72%	100,00%	100,00%
		25	104,03%	100,00%	100,00%
	60	10	166,12%	131,42%	119,02%
		15	128,09%	112,04%	106,96%
		20	114,41%	105,68%	100,00%
		25	108,75%	100,00%	100,00%
7	20	10	115,23%	106,14%	100,10%
		15	105,04%	100,00%	100,00%
		20	100,00%	100,00%	100,00%
		25	100,00%	100,00%	100,00%
	40	10	135,19%	115,66%	109,13%
		15	124,06%	105,27%	100,00%
		20	106,67%	100,00%	100,00%
		25	100,00%	100,00%	100,00%
	60	10	155,18%	125,87%	115,36%
		15	122,88%	109,80%	105,13%
		20	111,55%	103,79%	100,00%
		25	106,59%	100,00%	100,00%

Tabla de resultado 7. Comparación entre momento último y momento de cálculo

GEOMETRÍA			$100\% \cdot M_k / M_s$		
LUZ (m)	b (cm)	L/d	5kN/m <sup>2</sup>	10kN/m <sup>2</sup>	15kN/m <sup>2</sup>
3	20	10	100%	93%	87%
		15	62%	80%	77%
		20	71%	76%	80%
		25	75%	78%	82%
	40	10	100%	100%	100%
		15	100%	88%	85%
		20	100%	80%	77%
		25	72%	75%	75%
	60	10	100%	100%	100%
		15	100%	100%	89%
		20	100%	80%	80%
		25	100%	61%	75%
4	20	10	100%	89%	84%
		15	87%	78%	80%
		20	78%	80%	85%
		25	77%	83%	88%
	40	10	100%	100%	95%
		15	100%	87%	81%
		20	87%	78%	78%
		25	80%	77%	81%
	60	10	100%	100%	100%
		15	100%	94%	87%
		20	100%	84%	79%
		25	79%	77%	77%
5	20	10	100%	86%	81%
		15	82%	78%	83%
		20	78%	84%	88%
		25	80%	87%	90%
	40	10	100%	100%	90%
		15	94%	84%	80%

GEOMETRÍA			$100\% \cdot M_k / M_s$		
LUZ (m)	b (cm)	L/d	5kN/m <sup>2</sup>	10kN/m <sup>2</sup>	15kN/m <sup>2</sup>
5	40	20	85%	78%	81%
		25	79%	80%	84%
	60	10	100%	100%	100%
		15	100%	90%	84%
		20	91%	81%	78%
		25	84%	77%	80%
6	20	10	95%	83%	80%
		15	82%	81%	86%
		20	79%	87%	91%
		25	83%	90%	93%
	40	10	100%	95%	87%
		15	91%	82%	79%
		20	83%	79%	84%
		25	78%	83%	87%
	60	10	100%	100%	95%
		15	100%	87%	81%
		20	89%	79%	79%
		25	82%	79%	83%
7	20	10	93%	82%	79%
		15	81%	83%	88%
		20	82%	89%	92%
		25	86%	92%	94%
	40	10	100%	91%	85%
		15	89%	80%	80%
		20	81%	81%	86%
		25	78%	85%	90%
	60	10	100%	100%	92%
		15	100%	85%	81%
		20	87%	79%	81%
		25	80%	81%	86%

Tabla de resultado 8. Reducción del momento para la situación de servicio tras la iteración no lineal del cálculo

### Comparación entre la distorsión máxima asociada al límite elástico no lineal y al límite plástico o de rotura.

Según se ha visto en subapartados anteriores, la práctica totalidad de las estructuras en situación de servicio trabajan en régimen elástico, siendo este el rango de deformación para el que están diseñadas.

Podemos por tanto concluir que la estabilidad de la pieza podrá verse afectada cuando sus materiales entran en un régimen plástico de deformación, momento a partir del cual podrán asumir un incremento de deformación hasta alcanzar la rotura.

Resulta por tanto interesante plasmar los valores de distorsión angular que delimitan el rango de deformación plástico, es decir el margen entre la distorsión máxima admisible para el límite elástico no lineal y plástico o de rotura, comparación que reflejamos en la tabla de resultados siguiente.

Asimismo reflejamos en el gráfico siguiente los valores de distorsión más restrictivos obtenidos para las diferentes combinaciones de carga, en azul  $5\text{kN/m}^2$ , en magenta  $10\text{kN/m}^2$ , y en naranja  $15\text{kN/m}^2$ , grafizando mediante línea continua los valores de rotura y en discontinua los correspondientes a la plastificación de la pieza.

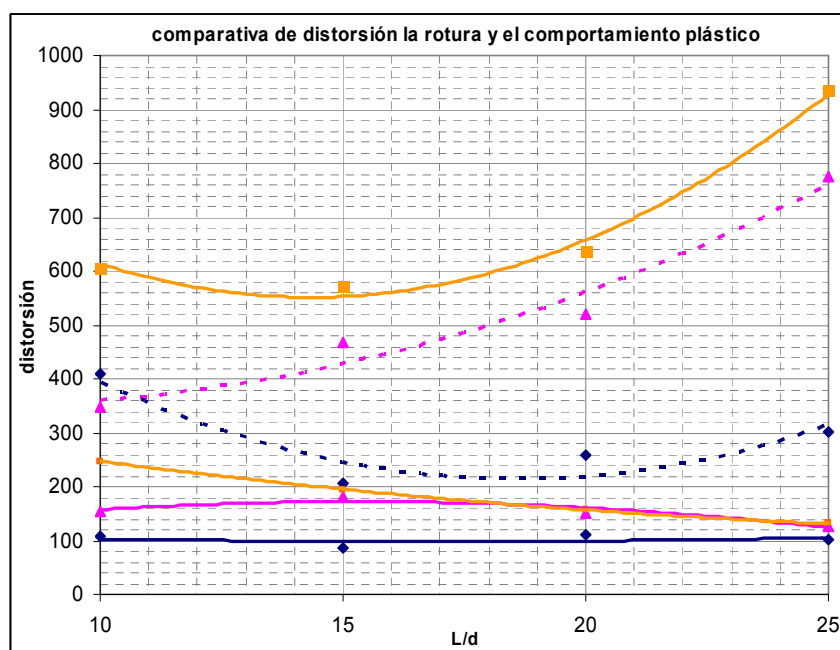


Gráfico 4. Comparación de la distorsión asociada a la rotura y al comportamiento plástico

LUZ (m)	b (cm)	l/d	5kN/m <sup>2</sup>		10kN/m <sup>2</sup>		15kN/m <sup>2</sup>	
			PLÁSTICO	ROTURA	PLÁSTICO	ROTURA	PLÁSTICO	ROTURA
3	20	10	347	89	386	102	362	102
		15	235	62	207	96	347	151
		20	150	62	293	120	463	126
		25	172	79	433	107	1357	119
	40	10	291	74	351	91	389	102
		15	230	59	238	64	227	72
		20	191	51	155	61	211	96
		25	112	35	172	79	263	97
	60	10	268	68	314	81	349	90
		15	207	53	252	66	237	63
		20	174	46	160	43	151	63
		25	149	40	97	42	172	79
4	20	10	383	100	383	102	341	127
		15	237	68	297	131	453	170
		20	187	86	402	130	597	137
		25	249	96	587	108	1978	115
	40	10	317	82	386	101	398	105
		15	255	67	243	68	211	93
		20	174	47	187	86	309	122
		25	120	53	255	98	385	102
	60	10	288	73	347	90	383	100
		15	229	59	258	68	239	68
		20	193	51	170	58	187	86
		25	124	33	154	71	251	96
5	20	10	409	107	367	113	360	165
		15	205	86	423	169	513	179
		20	260	112	475	138	652	146
		25	301	101	700	116	1389	121
	40	10	341	88	419	110	386	103
		15	246	65	231	83	274	124

LUZ (m)	b (cm)	L/d	5kN/m <sup>2</sup>		10kN/m <sup>2</sup>		15kN/m <sup>2</sup>	
			PLÁSTICO	ROTURA	PLÁSTICO	ROTURA	PLÁSTICO	ROTURA
5	40	20	172	55	261	112	359	129
		25	146	67	315	104	450	109
	60	10	305	78	374	97	412	108
		15	241	63	256	68	226	83
		20	184	49	157	72	260	113
		25	133	46	218	93	301	102
6	20	10	403	106	347	134	463	203
		15	212	98	468	177	551	188
		20	314	125	520	145	656	152
		25	341	106	774	123	1181	127
	40	10	361	94	410	108	373	103
		15	241	64	218	96	368	155
		20	163	66	326	128	406	135
		25	188	83	362	109	504	115
	60	10	323	83	398	104	405	107
		15	263	69	249	69	212	98
		20	185	50	191	87	318	125
		25	127	53	264	101	347	107
7	20	10	396	105	334	154	607	247
		15	255	116	491	182	573	195
		20	341	129	542	151	638	157
		25	368	110	736	127	935	131
	40	10	377	98	401	106	359	119
		15	251	67	254	115	429	170
		20	165	76	357	133	432	141
		25	200	98	396	114	517	119
	60	10	339	87	417	109	395	105
		15	274	72	240	79	249	114
		20	179	53	239	104	346	130
		25	137	63	294	105	377	112

Tabla de resultado 9. Comparación de la distorsión asociada a la rotura y al comportamiento plástico

Comparación entre valores de distorsión máxima admisible para el cortante y el flector obtenidos mediante el cálculo lineal.

En el anexo 9 a este documento se expresan los valores obtenidos mediante el cálculo lineal para la distorsión máxima admisible asociada al cortante, según el procedimiento siguiente:

$$\text{Cortante de cálculo} \quad V_d = \frac{(\gamma_G \cdot G_K + \gamma_Q \cdot Q_K) L_1 \cdot L}{2} \quad (78)$$

$$\text{Comprobación a compresión oblicua} \quad V_{u1} = 0.3 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d \quad (79)$$

$$\text{Cortante de servicio} \quad V_s = \frac{V_d}{\gamma_M} \quad (80)$$

$$\text{Incremento admisible de cortante} \quad \Delta V = V_d - V_s \quad (81)$$

$$\text{Distorsión angular admisible} \quad \delta_d = \frac{\Delta V \cdot L^3}{12 \cdot E_c \cdot I_f (M_s)} \quad (82)$$

El cálculo lineal ofrecerá valores más restrictivos puesto que la rigidez considerada para su cálculo resulta superior a la real en rotura. A pesar de ello los valores obtenidos resultan inferiores a los asociados al flector para el cálculo lineal y no lineal, lo que viene a corroborar que el esfuerzo que condicionará la resistencia última de la estructura es el momento flector frente al cortante.

En el gráfico siguiente mostramos una comparación de los resultados de distorsión última para ambos esfuerzos, tomando como referencia los valores más restrictivos para todas las combinaciones estudiadas, reflejando en azul y magenta los valores para el flector y cortante.

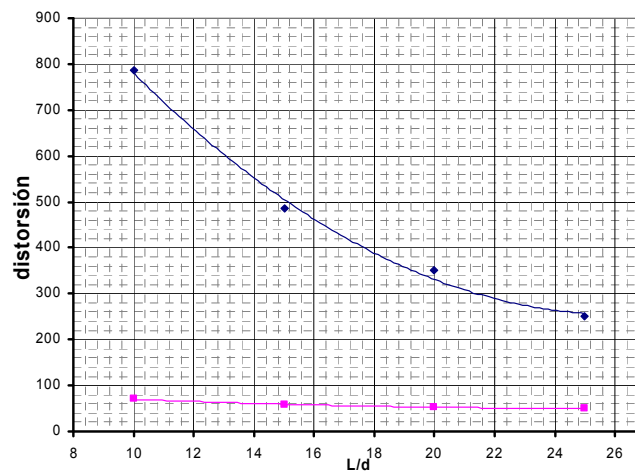


Gráfico 5. Comparación de la distorsión máxima admisible para la rotura por cortante y flexión, mediante cálculo lineal.

### 3.1.6.6 Comparación mediante el cálculo no lineal por elementos finitos

Empleamos el programa informático de cálculo por elementos finitos Lusas Finite Element Analysis Versión 14.7-10, para realizar una comparación de los valores de distorsión asociados a la rotura con el modelo de cálculo no lineal iterativo planteado anteriormente, que resolveremos con el programa de cálculo matemático Mathcad 14.

Se calculan un total de 24 piezas de hormigón de 5m de luz con relación luz/canto variable de  $L/10$  a  $L/25$ , armado superior e inferior simétrico variable de  $226\text{mm}^2$  y  $982\text{mm}^2$ , y anchos variables de 200 a 600mm y recubrimiento de 35mm, cuyos resultados quedan expresados en el anexo 11.

Para el cálculo no lineal se establece las leyes de compatibilidad asociada a la máxima deformación de los materiales, definida por la siguiente expresión de la curvatura en función de la profundidad de la fibra neutra.

$$\phi(x) = \begin{cases} -\frac{\varepsilon_{su}}{x-d} & \text{si } -\infty \leq x \leq x_{u\lim} \\ \frac{\varepsilon_{cu}}{x} & \text{si } x_{u\lim} < x < h \\ \frac{\varepsilon_{cl}}{x-h\left(1-\frac{\varepsilon_{cl}}{\varepsilon_{cu}}\right)} & \text{si } x \geq h \end{cases}$$

Siendo  $\varepsilon_{su} = 0.01$ ,  $\varepsilon_{cu} = 0.0035$  y  $\varepsilon_{cp} = \varepsilon_{cl} = 0.002$  valores de deformación sobre los que

pivotarán los infinitos planos de deformación de la pieza, y  $x_{u\lim} = d \cdot \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{su}}$

El incremento admisible de momento flector para la rotura sería  $\Delta M_u = M_u(x_u) - M_\eta$ , siendo en este caso  $M_\eta$  el flector derivado del peso propio de la viga.

Por último la máxima distorsión angular sería:  $\Delta \delta_u = \alpha \frac{\Delta M_u L^2}{6K_u(x_u)}$



Reflejamos en la tabla siguiente el resumen de resultados obtenidos mediante el cálculo por elementos finitos, y el cálculo no lineal planteado mediante el procedimiento a nivel de sección anteriormente descrito.

CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS			CÁLCULO MEDIANTE LUSAS LIMITE ELEMENTS ANALYSS			CÁLCULO MATHCAD
L/d	ARMADO	ANCHO (mm)	AXIL (kN)	DESPLAZAMIENTO (mm)	DISTORSIÓN (L/desplazm)	DISTORSIÓN
L/10	2Ø12	200	105	65	77	76
		400	180	53	94	80
		600	265	78	64	82
	2 Ø 25	200	168	48	104	70
		400	260	58	86	73
		600	340	58	86	74
L/15	2 Ø 12	200	56	83	60	57
		400	95	73	68	61
		600	140	92	54	63
	2 Ø 25	200	92	75	67	53
		400	140	72	69	54
		600	180	70	71	55
L/20	2 Ø 12	200	36	105	48	47
		400	61	118	42	51
		600	85	108	46	53
	2 Ø 25	200	58	71	70	43
		400	92	100	50	45
		600	120	107	47	46
L/25	2 Ø 12	200	26	175	29	37
		400	44	168	30	39
		600	61	185	27	41
	2 Ø 12	200	45	104	48	36
		400	70	135	37	34
		600	90	155	32	36

*Tabla de resultado 10. Comparación de resultados obtenidos mediante MEF y cálculo no lineal de la distorsión angular asociada a ELU*

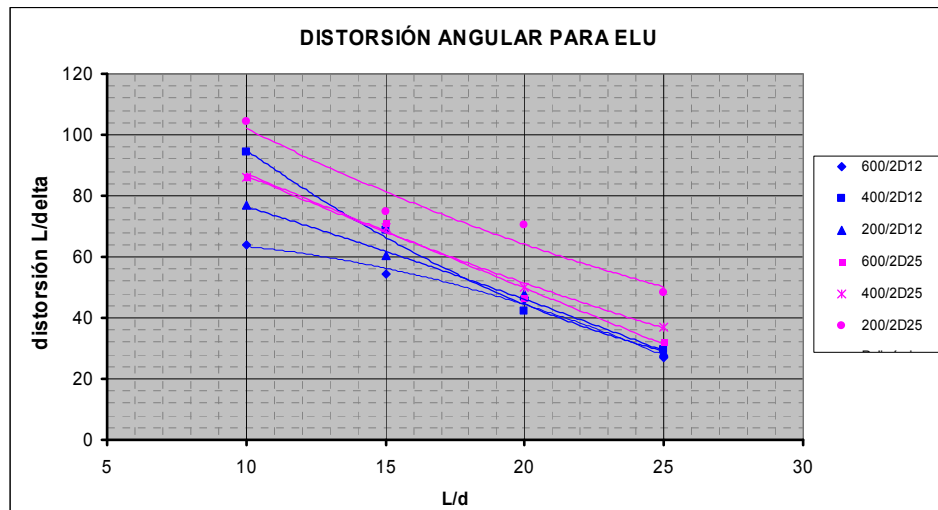


Gráfico 6. Máxima distorsión angular calculada mediante MEF para el ELU

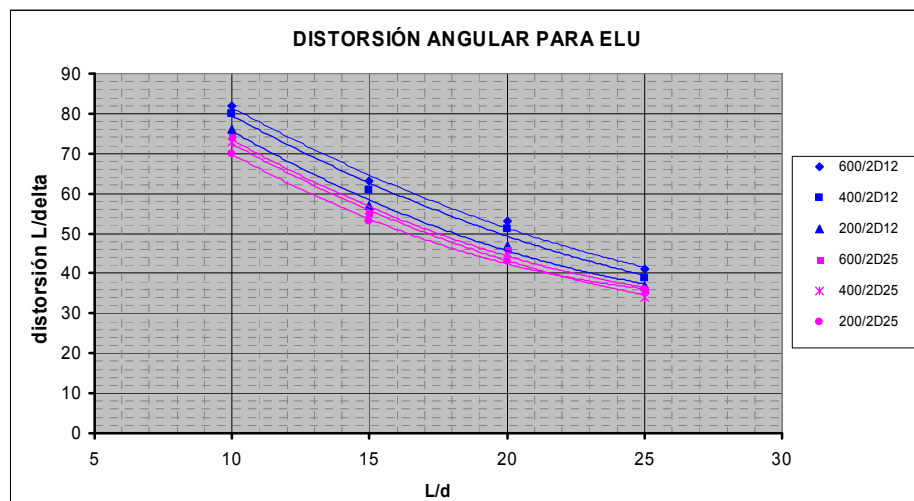


Gráfico 7. Máxima distorsión angular calculada mediante cálculo no lineal para el ELU

De los resultados obtenidos con Lusas se deduce que existe una relación entre la capacidad de deformación de la pieza, su relación luz/canto útil, el armado o el ancho de la sección, de tal modo a medida que aumenta la relación luz/canto útil o el armado se reduce la capacidad de deformación, aumentando para mayores valores de ancho "b".

Para relaciones  $L/d$ : 10 las distorsiones asociadas al colapso varían entre  $L/104$  para  $A_{s12}$ :  $2\phi 25$  y  $b$ : 20cm, y  $L/64$  para  $A_{s12}$ :  $2\phi 12$  y  $b$ : 60cm

Estos valores de distorsión aumentan a medida que se reduce la relación  $L/d$ , de tal modo para relaciones  $L/d$ : 25 las distorsiones asociadas al colapso varían entre  $L/48$  para  $A_{s12}$ :  $2\phi 25$  y  $b$ : 20cm, y  $L/29$  para  $A_{s12}$ :  $2\phi 12$  y  $b$ : 60cm.

Los resultados obtenidos mediante el cálculo no lineal mantienen la misma relación entre las variables, a excepción del armado de la pieza cuyo aumento o disminución no modifica sustancialmente los resultados, ofreciendo en cualquier caso una mayor capacidad de deformación las piezas con mayor armado.

Por último los resultados obtenidos con Lusas para las piezas con mayor capacidad de deformación,  $A_{s12}$ : 2Ø12 y b: 60cm, son similares a los obtenidos con el cálculo no lineal, existiendo mayores diferencias, en torno al 20% en las piezas más penalizadas.

Esto se debe fundamentalmente a que el modelo de cálculo de Lusas se basa en la aplicación de una carga que aumenta por escalones de 2000N, por lo que el cálculo iterativo se parará antes del último escalón de carga, existiendo un último valor de deformación entre el último y penúltimo escalón de carga no considerado por el programa, que permitiría valores menos restrictivos y más cercanos a los obtenidos mediante el cálculo no lineal.

Las deformaciones de los materiales obtenidas con Lusas para las diferentes hipótesis mantienen un comportamiento generalmente plástico, sin embargo, por la razón anteriormente expuesta, en ningún caso llegan al valor correspondiente a la rotura.

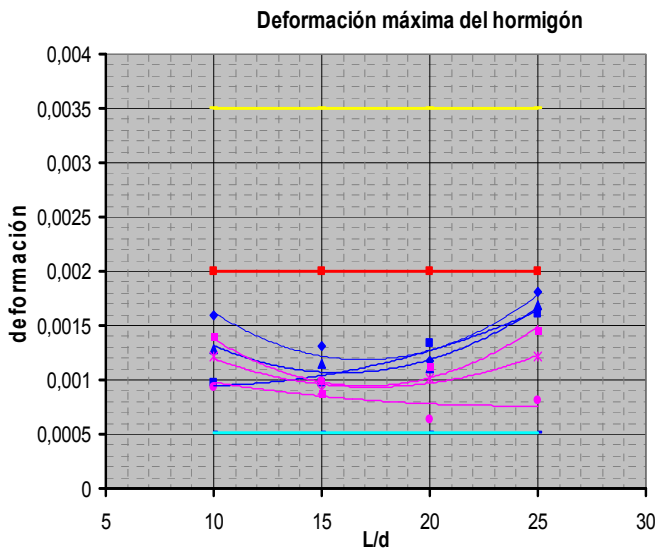


Figura 29. Valores de deformación del hormigón en los ensayos con LUSAS

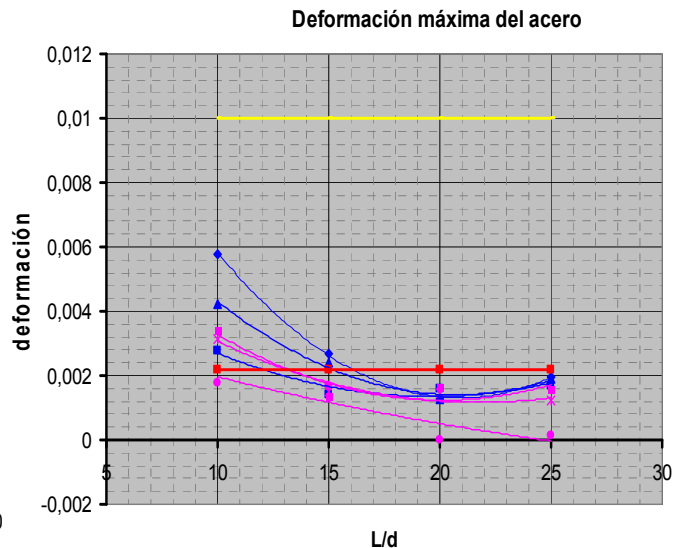


Figura 30. Valores de deformación del acero en los ensayos realizados con LUSAS

### 3.1.7 ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO A NIVEL DE LA PIEZA

Considerando que las piezas estudiadas mantienen una geometría y resistencia de materiales constante, la única variable que modificará su resistencia y su capacidad de deformación será el armado a lo largo de la misma.

Para definir el modelo en el programa de cálculo empleado, Mathcad 14, definimos el área de la armadura traccionada y comprimida en función de la longitud "f", distancia desde el origen (empotramiento) a la sección objeto de estudio.

$$(83)$$

$$A_{s1}(f) = \begin{cases} 6\phi_{20} + 3\phi_{12} & \text{if } 0 \leq f \leq 1.4m \\ 4\phi_{20} + 3\phi_{12} & \text{if } 1.4m \leq f \leq 2m \\ 3\phi_{12} & \text{if } 2m \leq f \leq 3.54m \\ 4\phi_{20} + 3\phi_{12} & \text{if } 3.54m \leq f \leq 4.14m \\ 6\phi_{20} + 3\phi_{12} & \text{if } 4.14m \leq f \leq 5.54m \end{cases}$$

$$(84)$$

$$A_{s2}(f) = \begin{cases} 3\phi_{16} & \text{if } 0 \leq f \leq 1m \\ 3\phi_{16} + 2\phi_{20} & \text{if } 1m \leq f \leq 4.54m \\ 3\phi_{16} & \text{if } 4.54m \leq f \leq 5.54m \end{cases}$$

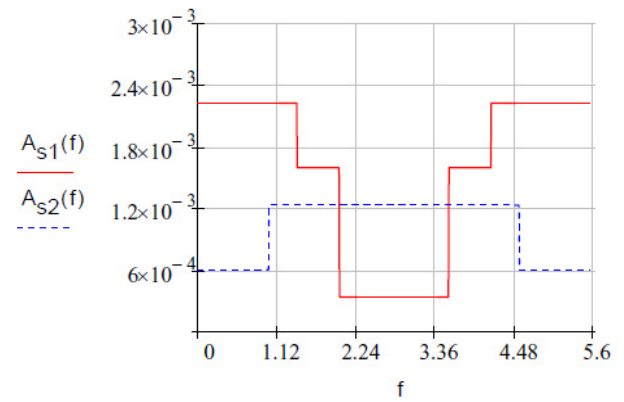


Figura 31. Representación gráfica del armado de la pieza

Tomamos para la ley de comportamiento de los materiales, al igual que los anteriores procedimientos de cálculo, un diagrama tensión deformación parábola rectángulo para el hormigón, considerando la resistencia a tracción del material, y un diagrama bilineal simétrico y sin endurecimiento para el acero, según las expresiones siguientes:

Diagrama tensión deformación del hormigón

$$\sigma_c(\varepsilon_c) = \begin{cases} E_c \cdot \varepsilon_c & \text{si } \varepsilon_{ctm} \leq \varepsilon_c < 0 \\ -\alpha_1 \alpha_2 \frac{E_c \cdot \varepsilon_c}{1 + \sqrt{500 \cdot (-\varepsilon_c)}} & \text{si } \varepsilon_c < \varepsilon_{ctm} \\ f_{cd} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cl}} \right)^n \right] & \text{si } 0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cl} \\ f_{cd} & \text{si } \varepsilon_{cl} \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu1} \end{cases}$$

Diagrama tensión deformación del acero

$$\sigma_s(\varepsilon_s) = \begin{cases} f_{yd} & \text{si } \varepsilon_s \geq \frac{f_{yd}}{E_s} \\ E_s \cdot \varepsilon_s & \text{si } -\frac{f_{yd}}{E_s} < \varepsilon_s < \frac{f_{yd}}{E_s} \\ 0 & \text{si } -0.01 > \varepsilon_s > 0.01 \\ -f_{yd} & \text{si } \varepsilon_s \leq -\frac{f_{yd}}{E_s} \end{cases}$$

### Momento flector asociado al comportamiento elástico lineal, no lineal y plástico o de rotura.

Empleamos el procedimiento de cálculo no lineal planteado a nivel de sección para determinar el momento flector asociado al comportamiento elástico lineal, plástico o de rotura en las infinitas secciones de la pieza, resistencia que variará en función de “ $f$ ” condicionada por la cuantía de armado de la pieza.

Los diferentes rangos de curvatura quedan definidos como sigue:

#### A. Límite de curvatura para el comportamiento elástico lineal

$$\text{Curvatura máxima} \quad \phi_y(x(f), f) = \begin{cases} \frac{\varepsilon_{sy}}{x-d} & \text{si } -\infty \leq x \leq d \cdot \frac{\varepsilon_{cy}}{\varepsilon_{cy} + \varepsilon_{sy}} \\ \frac{\varepsilon_{cy}}{x} & \text{si } d \cdot \frac{\varepsilon_{cy}}{\varepsilon_{cy} + \varepsilon_{sy}} < x \leq \infty \end{cases} \quad (85)$$

Siendo  $\varepsilon_{sy} = \pm f_{yd} / E_s$  y  $\varepsilon_{cy} = f_{cd} / E_c$

#### B. Límite de curvatura para el comportamiento elástico no lineal

$$\text{Curvatura máxima} \quad \phi_p(x(f), f) = \begin{cases} \frac{\varepsilon_{sy}}{x-d} & \text{si } -\infty \leq x \leq d \cdot \frac{\varepsilon_{cp}}{\varepsilon_{cp} + \varepsilon_{sy}} \\ \frac{\varepsilon_{cp}}{x} & \text{si } d \cdot \frac{\varepsilon_{cp}}{\varepsilon_{cp} + \varepsilon_{sy}} < x \leq \infty \end{cases} \quad (86)$$

Siendo  $\varepsilon_{sp} = \pm f_{yd} / E_s$  y  $\varepsilon_{cp} = 0.002$

#### C. Límite de curvatura para el comportamiento plástico o de rotura

$$\text{Curvatura máxima} \quad \phi_u(x(f), f) = \begin{cases} -\frac{\varepsilon_{su}}{x-d} & \text{si } -\infty \leq x \leq 0.259d \\ \frac{\varepsilon_{cu}}{x} & \text{si } 0.259d < x < h \\ \varepsilon_{c2} & \text{si } x \geq h \end{cases} \quad (87)$$

Siendo  $\varepsilon_{su} = \pm 0.01$  y  $\varepsilon_{cu} = 0.0035$

La deformación en flexión positiva y negativa del hormigón y del acero traccionado ó comprimido quedaría como sigue:

Flexión positiva

$$\varepsilon(x, y, f) = \phi(x, f) \cdot (x - y) \quad \text{Deformación del hormigón a en la fibra situada a "y"} \quad (88)$$

$$\varepsilon_{s1}(x, f) = \phi(x, f) \cdot (x - d) \quad \text{Deformación del acero traccionado} \quad (89)$$

$$\varepsilon_{s2}(x, f) = \phi(x, f) \cdot (x - d') \quad \text{Deformación del acero comprimido} \quad (90)$$

Flexión negativa

$$\varepsilon(x, y, f) = \phi(x, f) \cdot (x - y) \quad \text{Deformación del hormigón en la fibra situada a "y".} \quad (91)$$

$$\varepsilon_{s1}(x, f) = \phi(x, f) \cdot (x - d') \quad \text{Deformación del acero traccionado} \quad (92)$$

$$\varepsilon_{s2}(x, f) = \phi(x, f) \cdot (x - d) \quad \text{Deformación del acero comprimido} \quad (93)$$

Las leyes de equilibrio en flexión positiva y negativa quedarían como sigue:

$$N_c(x, f) \quad \text{Esfuerzo axil} \quad N_c(x, f) = \int_0^h \sigma_c(\varepsilon_c(x, y, f)) \cdot b \cdot dy \quad (94)$$

$$M_c(x) \quad \text{Momento flector} \quad M_c(x, f) = \int_0^h \sigma_c(\varepsilon_c(x, y, f)) \cdot b \cdot \left(\frac{h}{2} - y\right) \cdot dy \quad (95)$$

Máximo axil que soporta la sección en su plano de rotura

$$N(x, f) = N_c(x, f) + A_{s1}(f) \cdot \sigma_s(\varepsilon_{s1}(x, f)) + A_{s2}(f) \cdot \sigma_s(\varepsilon_{s2}(x, f)) \quad (96)$$

Máximo momento flector en su plano de rotura en flexión positiva

$$M_p(x, f) = M_c(x, f) + A_{s1}(f) \cdot \sigma_s(\varepsilon_{s1}(x, f)) \cdot \left(\frac{h}{2} - d\right) + A_{s2}(f) \cdot \sigma_s(\varepsilon_{s2}(x, f)) \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) \quad (97)$$

Máximo momento flector en el plano de rotura en flexión negativa

$$M_n(x, f) = M_c(x, f) + A_{s1}(f) \cdot \sigma_s(\varepsilon_{s1}(x, f)) \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) + A_{s2}(f) \cdot \sigma_s(\varepsilon_{s2}(x, f)) \cdot \left(\frac{h}{2} - d\right) \quad (98)$$

Conocido el axil, considerado nulo al tratarse de vigas, se determina la profundidad de la fibra neutra, la rigidez de la pieza y el flector límite para el rango elástico, plástico o de rotura:

	Profundidad de la fibra neutra	Momento flector en flexión positiva	Curvatura	Rigidez en flexión positiva y negativa
Límite elástico lineal	$x_{yp}(f)$	$M_{yp}(f) = M_{yp}(x_{yp}(f), f)$	$\phi_{yp}(f) = \phi_y(x_{yp}(f), f)$	$EI_{yp}(f) = \frac{M_{yp}(f)}{\phi_{yp}(f)}$
	$x_{yn}(f)$	$M_{yn}(f) = M_{yn}(x_{yn}(f), f)$	$\phi_{yn}(f) = \phi_y(x_{yn}(f), f)$	$EI_{yn}(f) = \frac{M_{yn}(f)}{\phi_{yn}(f)}$
Límite elástico no lineal	$x_{pp}(f)$	$M_{pp}(f) = M_{pp}(x_{pp}(f), f)$	$\phi_{pp}(f) = \phi_p(x_{pp}(f), f)$	$EI_{pp}(f) = \frac{M_{pp}(f)}{\phi_{pp}(f)}$
	$x_{pn}(f)$	$M_{pn}(f) = M_{pn}(x_{pn}(f), f)$	$\phi_{pn}(f) = \phi_p(x_{pn}(f), f)$	$EI_{pn}(f) = \frac{M_{pn}(f)}{\phi_{pn}(f)}$
Límite plástico o de rotura	$x_{up}(f)$	$M_{up}(f) = M_{up}(x_{up}(f), f)$	$\phi_{up}(f) = \phi_u(x_{up}(f), f)$	$EI_{up}(f) = \frac{M_{up}(f)}{\phi_{up}(f)}$
	$x_{un}(f)$	$M_{un}(f) = M_{un}(x_{un}(f), f)$	$\phi_{un}(f) = \phi_u(x_{un}(f), f)$	$EI_{un}(f) = \frac{M_{un}(f)}{\phi_{un}(f)}$

### Momento - curvatura.

Conocidos los puntos que definen las infinitas rebanadas de la pieza el límite elástico lineal, elástico no lineal y plástico, expresados en función de  $f$  en flexión negativa y positiva como  $(M_{yp}(x_{yp}(f), f), \phi_{yp}(x_{yp}(f), f)), (M_{pp}(x_{pp}(f), f), \phi_{pp}(x_{pp}(f), f)), (M_{up}(x_{up}(f), f), \phi_{up}(x_{up}(f), f)), (M_{yn}(x_{yn}(f), f), \phi_{yn}(x_{yn}(f), f)), (M_{pn}(x_{pn}(f), f), \phi_{pn}(x_{pn}(f), f)), (M_{un}(x_{un}(f), f), \phi_{un}(x_{un}(f), f))$ , siendo en ambos casos el punto de partida el  $(M_0, \phi_0)$ , podemos obtener la idealización planteada mediante rectas de la gráfica momento curvatura, expresando los infinitos valores de  $K$  en función al momento flector según reflejamos a continuación.

Pendiente en flexión positiva

$$v_p(M, f) = \left| \begin{array}{ll} \frac{M_{yp}(f)}{\phi_{yp}(f)} & si \quad M < M_{yp}(f) \\ \frac{M_{pp}(f) - M_{yp}(f)}{\phi_{pp}(f) - \phi_{yp}(f)} & si \quad M_{yp}(f) \leq M < M_{pp}(f) \\ \frac{M_{up} - M_{pp}}{\phi_{up}(f) - \phi_{pp}(f)} & si \quad M_{pp}(f) \leq M < M_{up}(f) \\ \frac{M_{up}(f)}{\phi_{up}(f)} & si \quad M \geq M_{up}(f) \end{array} \right| \quad (99)$$

Pendiente en flexión negativa

$$v_n(M, f) = \left| \begin{array}{ll} \frac{M_{yn}(f)}{\phi_{yn}(f)} & si \quad M < M_{yn}(f) \\ \frac{M_{pn}(f) - M_{yn}(f)}{\phi_{pn}(f) - \phi_{yn}(f)} & si \quad M_{yn}(f) \leq M < M_{pn}(f) \\ \frac{M_{un}(f) - M_{pn}(f)}{\phi_{un}(f) - \phi_{pn}(f)} & si \quad M_{pn}(f) \leq M < M_{un}(f) \\ \frac{M_{un}(f)}{\phi_{un}(f)} & si \quad M \geq M_{un}(f) \end{array} \right| \quad (100)$$

Los infinitos valores de rigidez quedarían expresados en función al momento en flexión positiva y negativa como sigue:

Rigidez en flexión positiva

$$K_p(M, f) = \left| \begin{array}{ll} \frac{EI_{yp}(f)}{v_p(M, f) \cdot M} & si \quad M < M_{yp}(f) \\ \frac{M - M_{pp}(f) + \phi_{pp}(f) \cdot v_p(M, f)}{v_p(M, f) \cdot M} & si \quad M_{yp}(f) \leq M < M_{pp}(f) \\ \frac{M - M_{up}(f) + \phi_{up}(f) \cdot v_p(M, f)}{EI_{up}(f)} & si \quad M_{pp}(f) \leq M < M_{up}(f) \\ EI_{up}(f) & si \quad M \geq M_{up}(f) \end{array} \right| \quad (101)$$

Rigidez en flexión negativa

$$K_n(M, f) = \left| \begin{array}{ll} \frac{EI_{yn}(f)}{v_n(M, f) \cdot M} & si \quad M < M_{yn}(f) \\ \frac{M - M_{pn}(f) + \phi_{pn}(f) \cdot v_n(M, f)}{v_n(M, f) \cdot M} & si \quad M_{yn}(f) \leq M < M_{pn}(f) \\ \frac{M - M_{un}(f) + \phi_{un}(f) \cdot v_n(M, f)}{EI_{un}(f)} & si \quad M_{pn}(f) \leq M < M_{un}(f) \\ EI_{un}(f) & si \quad M \geq M_{un}(f) \end{array} \right| \quad (102)$$



### Leyes de esfuerzos

Conocido el movimiento diferencial de la estructura y por tanto la distorsión angular que afecta a la pieza objeto de estudio  $\delta$ , tendremos la siguiente ley de esfuerzos para el momento generado por la distorsión angular:

$$M_{\delta}(f) = \delta \frac{12 \cdot K(f)}{L_1^3} \left( \frac{L_1}{2} - f \right) \quad (103)$$

Tomamos inicialmente el valor de la rigidez lineal y elástica de la pieza correspondiente al comportamiento lineal de la pieza, para ser posteriormente redistribuida.

La envolvente de momentos flectores debido a las cargas de cálculo quedaría, en base a la expresión simplificada propuesta por la Instrucción Española como sigue:

Siendo:

$$U_v = 2U_0 \frac{d'}{d} \quad (104)$$

$$\alpha_{up}(f) = \frac{U_{s1}(f) + 0.6U_{s2}(f)}{U_0} \quad (105)$$

$$\alpha_{un}(f) = \frac{U_{s2}(f) + 0.6U_{s1}(f)}{U_0} \quad (106)$$

( 107)

$$M_{dp}(f) = \left| \begin{array}{ll} 0.24 \cdot U_v \cdot d' \cdot \frac{(U_v - U_{s1}(f) + U_{s2}(f)) \cdot (1.5 \cdot U_{s1}(f) + U_{s2}(f))}{(0.6 \cdot U_v + U_{s2}(f))^2} + U_{s1}(f) \cdot (d - d') & \text{if } 0 < x(f) < 2.5d' \\ (U_{s1}(f) - U_{s2}(f)) \cdot \left( 1 - \frac{U_{s1}(f) - U_{s2}(f)}{2U_0} \right) d + U_{s2}(f)(d - d') & \text{if } 2.5d' < x(f) < 0.625d \\ \frac{4}{3} U_{s1}(f) \left( \frac{\alpha_{up}(f) + 1.2}{\alpha_{up}(f) + \sqrt{\alpha_{up}(f)^2 + 1.92 \frac{U_{s2}(f)}{U_0}}} - 0.5 \right) d + U_{s1}(f)(d - d') & \text{if } 0.625d < x(f) < d \end{array} \right|$$

( 108)

$$M_{dn}(f) = \begin{cases} 0.24 \cdot U_v \cdot d' \cdot \frac{(U_v - U_{s2}(f) + U_{s1}(f)) \cdot (1.5 \cdot U_{s2}(f) + U_{s1}(f))}{(0.6 \cdot U_v + U_{s1}(f))^2} + U_{s2}(f) \cdot (d - d') & \text{if } 0 < x(f) < 2.5d' \\ (U_{s2}(f) - U_{s1}(f)) \cdot \left(1 - \frac{U_{s2}(f) - U_{s1}(f)}{2U_0}\right) d + U_{s1}(f)(d - d') & \text{if } 2.5d' < x(f) < 0.625d \\ \frac{4}{3} U_{s2}(f) \left( \frac{\alpha_{un}(f) + 1.2}{\alpha_{un}(f) + \sqrt{\alpha_{un}(f)^2 + 1.92 \frac{U_{s2}(f)}{U_0}}} - 0.5 \right) d + U_{s1}(f)(d - d') & \text{if } 0.625d < x(f) < d \end{cases}$$

Conocido el momento de cálculo para cada sección de la viga, la ley de esfuerzos debido a la situación de servicio vendrá definida por:

$$M_s(f) = \begin{cases} \frac{M_{dp}(f)}{\gamma_M} & \text{if } \frac{M_{dp}(f)}{\gamma_M} \geq 0 \\ \frac{M_{dn}(f)}{\gamma_M} & \text{if } \frac{M_{dn}(f)}{\gamma_M} \leq 0 \end{cases}$$

Conocido la ley de esfuerzos resultante de las cargas de servicio y la distorsión angular  $M_t(f)$ , procedemos al cálculo del momento resultante redistribuidos aplicando la iteración para el cálculo no lineal en función de  $f$ .

$$M_t^p(f) = M_d^p(f) / \gamma_M + M_\gamma(f)$$

$$M_t^n(f) = M_d^n(f) / \gamma_M + M_\gamma(f)$$

Algoritmo para la iteración del cálculo

$$M_k^p(f) = M_{k-1}^p(f) \cdot \left(2 - \frac{K_{yp}}{K(M_{k-1}^p, f)}\right) + M_{k-2}^p \cdot \left(\frac{K_{yp}}{K(M_{k-2}^p, f)} - 1\right)$$

Siendo  $M_1$  el primer valor de la matriz igual al momento total  $M_t$ , y  $k = \eta$ .

Finalmente conocido el máximo momento flector en flexión positiva y negativa para el comportamiento elástico, plástico o de rotura de la pieza, así como la ley de esfuerzos resultante de las cargas de servicio y la distorsión angular,  $M_t(f)$ , se podrán experimentar los siguientes escenarios:

$$M_t^p(f) < M_{yp}(f) \text{ y } M_t^n(f) < M_{yn}(f)$$

La sección mantiene un comportamiento elástico lineal.

$$M_{yp}(f) < M_t(f) < M_{pp}(f) \text{ y } M_{yn}(f) < M_t^n(f) < M_{pn}(f)$$

La sección mantiene un comportamiento elástico no lineal

$$M_{pp}(f) < M_t(f) < M_{up}(f) \text{ y } M_{pn}(f) < M_t^n(f) < M_{un}(f)$$

La sección mantiene un comportamiento plástico.

$$M_t^p(f) \geq M_{up}(f) \text{ y } M_t^n(f) \geq M_{un}(f)$$

La sección alcanza el momento de rotura.

Resolvemos gráficamente mediante el programa de cálculo matemático Mathcad 14, el ejemplo dado por la viga del gráfico siguiente, cuyo pilar n° 38 sufre descenso que provoca una distorsión angular de  $L/120$  en la pieza.

Reflejamos en verde el máximo momento en flexión positiva y negativa para el comportamiento elástico de la sección, en azul el máximo momento flector para el comportamiento no lineal y elástico, es decir el inicio de la plastificación de los materiales, y en rojo el momento flector último.

Por otra parte reflejamos mediante línea negra la ley de esfuerzos debido a las cargas de servicio y la distorsión angular, y en línea continua negra el resultado de ambos esfuerzos.

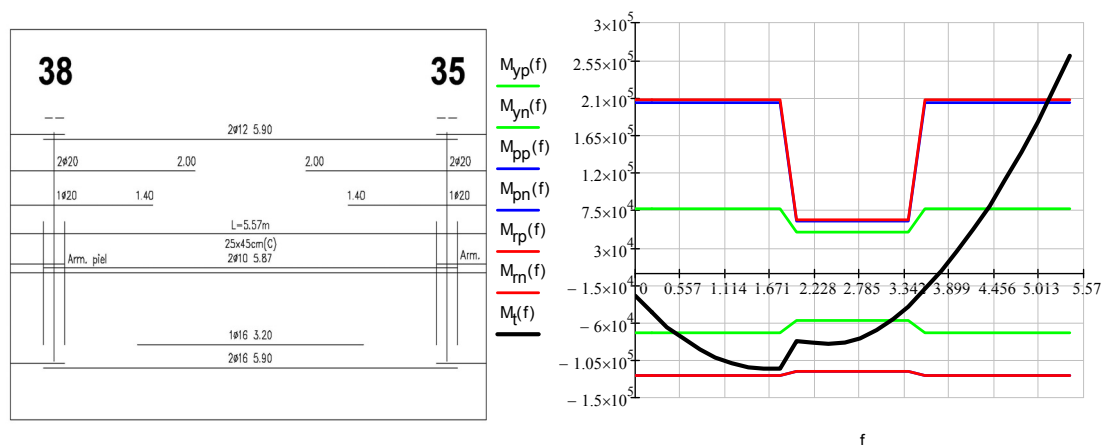


Figura 32 Representación gráfica del comportamiento de una pieza sometida a distorsión angular

Del gráfico anterior puede decirse que la ley de esfuerzos asociada a la distorsión angular está condicionada por la rigidez de la pieza, que varía en función a su armado, lo que se observa en los saltos de sección en  $f=2m$  y  $f=3.90m$ .

La resultante de esfuerzos supera en el nudo 35, opuesto al descenso, el momento último de la pieza, manteniendo en el resto de la misma un comportamiento elástico.

Para localizar la sección en la que la resultante de esfuerzos supera el momento lineal y elástico, plástico o de rotura, devolvemos en el programa de cálculo valor de  $f$  para  $M_t(f) = M_y(f)$ ,  $M_t(f) = M_p(f)$  y  $M_t(f) = M_u(f)$ .

Para poder plantear un posible refuerzo de la sección, únicamente procedería determinar el valor excedente del momento flector en la sección más desfavorable  $f = 5.570m$  que calculamos como sigue:

$$M_r(5.570m) = M_t(f) - M_u(f) \quad (109)$$

Esta misma operación podría resolverse realizando una representación gráfica de las curvaturas asociadas a cada rango de deformación, así como de las curvaturas asociadas a los esfuerzos totales, situación de servicio más distorsión angular.

En el ejemplo anterior, debido a la ductilidad de la pieza, tendríamos un valor del momento plástico similar al de la rotura. Esta segunda representación gráfica permitiría conocer el rango de curvatura existente entre el límite plástico y la rotura.

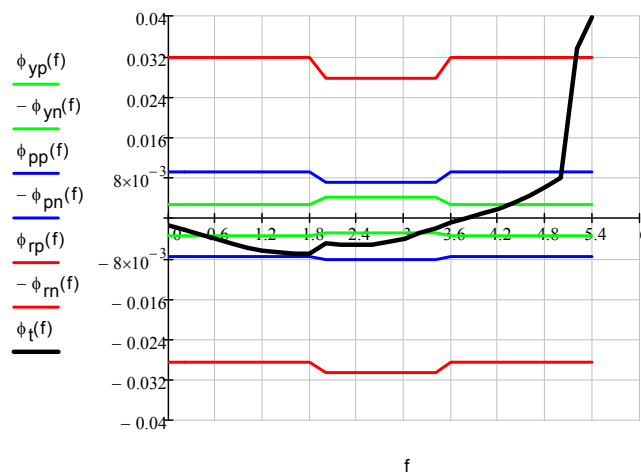


Figura 33. Representación del diagrama de curvaturas en función de  $f$

### Contribución cortante – flector

La contribución de la armadura a cortante en las piezas se reduce al desplazamiento o decalaje de la ley de esfuerzos flectores en sus empotramientos.

Este desplazamiento vendría dado por:

$$\text{Armado mínimo a cortante} \quad V_{s\min} = 0.018 f_{cd} \cdot b \cdot d \quad (110)$$

$$\text{Coeficiente de influencia del canto útil} \quad \xi = 1 + \sqrt{\frac{200mm}{d}} \quad (111)$$

$$\text{Resistencia} \quad f_{cv}(f) = \frac{0.18}{\gamma_c} \cdot \xi \cdot (100\rho_1(f)f_{ck})^{\frac{1}{3}} \quad (112)$$

$$\text{Tensión de compresión efectiva} \quad \sigma_{cd} \quad (113)$$

$$\text{Contribución del hormigón a cortante} \quad V_{cu}(f) = (f_{cv}(f) + 0.15\sigma_{cd})b \cdot d \quad (114)$$

$$\text{Resistencia a cortante del armado} \quad V_{su}(f) = V_s(f) - V_{cu}(f) \quad (115)$$

$$\text{Incremento de tensión} \quad \Delta T(f) = V \cdot \frac{1}{\tan\left(\frac{\pi}{4}\right)} - \frac{V_{su}(f)}{2} \left( \frac{1}{\tan\left(\frac{\pi}{4}\right)} + \frac{1}{\tan\left(\frac{\pi}{2}\right)} \right) \quad (116)$$

$$\text{Desplazamiento} \quad S_d(f) = \begin{cases} \frac{\Delta T(f)0.9d}{V_s} & si \quad V_{su}(f) > 0 \\ d & si \quad V_{su}(f) \leq 0 \end{cases} \quad (117)$$

Sin embargo, como se ha expuesto en apartados anteriores, el desplazamiento de la ley de esfuerzos flectores no condiciona el comportamiento de la pieza frente a la distorsión angular, cuyo esfuerzo determinante se concentra generalmente en el empotramiento opuesto al descenso, por lo que en el análisis al nivel de dicha rebanada no procede el estudio de la contribución a cortante de los cercos.

### 3.2 DISTORSIÓN ANGULAR ASOCIADA A LA FISURACIÓN DE LA MAMPOSTERÍA

La distorsión angular derivada del movimiento diferencial de la cimentación afecta de un modo más severo a los paramentos verticales de una edificación, particiones, medianeras y cerramientos, debido a que la inercia de estos elementos resulta siempre muy superior a la de la estructura, como consecuencia de su relación longitud/altura.

Antes de su fisuración, los paramentos verticales soportan parte de la tensión derivada de la deformación impuesta, sin embargo en el momento de su fisuración trasladan dichos esfuerzos a la estructura.

Entendemos que el paramento una vez fisurado podría volver a asumir tensiones si existe un incremento de la deformación de la estructura, lo que daría lugar a una nueva distribución de tensiones en la albañilería que generalmente implica la agravación de las fisuras y grietas existentes.

A pesar de lo anteriormente expuesto, como hipótesis de partida se considera que todos los esfuerzos derivados del movimiento diferencial son asumidos por la estructura, pudiendo ser objeto de futuras investigaciones el análisis de la contribución de la albañilería.

Con objeto de delimitar las distorsiones asociadas a la fisuración de los paramentos verticales, y por tanto el momento a partir del cual la estructura asume la totalidad de los esfuerzos derivados de la deformación, se plantea a continuación un procedimiento de cálculo que permitirá relacionar dichos valores de distorsión con la resistencia a cortante del paramento.

#### **Resistencia de la estructura de fábrica ante la distorsión.**

Según Tena, A., Miranda, E. (2003), la deformación total que resiste un elemento de mampostería sometido a deformaciones impuestas será la suma de la deformación resistida por cortante y la deformación resistida por flexión según la expresión siguiente:

$$\delta_T = \delta_c + \delta_f \quad (118)$$

Considerando la deformación en función de la longitud del paño "L", tendremos que la distorsión angular máxima admisible antes de la fisuración será:

$$\frac{\delta_T}{L} = \frac{\delta_c}{L} + \frac{\delta_f}{L} \quad (119)$$

Donde:

$$\delta_c = \alpha \frac{V_\delta \cdot L^3}{E \cdot I} \quad \text{Deformación por cortante} \quad (120)$$

$$\delta_f = \frac{V_\delta \cdot L}{A \cdot G} \quad \text{Deformación por flexión} \quad (121)$$

Siendo

$A$	Área de la flexión
$I$	Inercia de la sección del cerramiento $I = B \cdot H^3 / 12$
$G$	Módulo de rigidez del cerramiento o elasticidad a cortante.
$E$	Módulo de elasticidad secante instantáneo.
$V_\delta$	Esfuerzo cortante
$\alpha$	Coeficiente que depende de las restricciones a las deformaciones de los extremos, y que consideramos igual a 1 como empotramiento perfecto.

La normativa NBE-FL-90 (1990) considera que si la fábrica no está sometida a tensiones de compresión, como podrían ser las procedentes de las cargas gravitatorias transmitidas por el forjado al paramento, siendo la deformación de la pieza el único esfuerzo actuante, podemos considerar que la máxima tensión a tracción en la fábrica es igual a la tensión de cortante  $\tau$ , lo que depende del esfuerzo a cortante al que se ve sometida y del área de la sección, según la expresión siguiente:

$$\sigma' = \tau = \frac{V_\delta}{A} \quad (122)$$

Por otra parte para que se produzca la fisuración en el elemento de mampostería la tensión de cortante  $\tau$  debe ser igual o superior a la resistencia a cortante  $f_{vk}$ .

Como pretendemos conocer la resistencia de la estructura ante una deformación, consideramos que  $\tau = f_{vk}$ .

Despejando el valor del esfuerzo a cortante  $V_\delta$  tendremos:

$$V_\delta = A \cdot f_{vk} \quad (123)$$

Sustituyendo el valor anterior en las expresiones de la deformación por cortante y flexión tendremos que la máxima deformación admitida por el paramento para dichos esfuerzos:

$$\delta_c = \frac{A \cdot f_{vk} \cdot L^3}{E \cdot I} = \frac{B \cdot H \cdot f_{vk} \cdot L^3}{E \cdot \frac{B \cdot H^3}{12}} = 12 \cdot \frac{f_{vk} \cdot L^3}{E \cdot H^2} \quad (124)$$

$$\delta_f = \frac{V_\delta \cdot L}{A \cdot G} = \frac{A \cdot f_{vk} \cdot L}{A \cdot G} = \frac{f_{vk} \cdot L}{G} \quad (125)$$

La suma de ambas expresiones en función a la longitud L del paramento será la distorsión angular asociada a su fisuración, Cano Marín R.D. (2013b), según la expresión siguiente:

$$\frac{\delta_T}{L} = f_{vk} \left[ \frac{12}{E} \cdot \left( \frac{L}{H} \right)^2 + \frac{1}{G} \right] \quad (126)$$

El cálculo de la máxima distorsión angular admisible quedaría en función de la relación L/H, similar a la relación luz/canto útil empleada en el cálculo de la sección de hormigón, el módulo de elasticidad de la fábrica, su módulo de rigidez y su resistencia a cortante, variables que procedemos a definir como sigue.

#### Módulo de elasticidad.

El CTE-DB-SE-F (2006) toma de forma simplificada un valor del módulo de elasticidad secante instantáneo "E", 1000 veces la resistencia compresión de la fábrica  $f_k$ .

A su vez esta Instrucción toma como resistencia media a compresión  $f_k$  de un paramento de fábrica valores variables entre 2MPa y 11MPa en función al tipo de pieza cerámica a emplear, bloques huecos, aligerados, perforados ó macizos con o sin junta delgada, según la tabla siguiente:

Resistencia normalizada de las piezas, $f_b$ (N/mm <sup>2</sup> )	10		15		20		25
Resistencia del mortero, $f_m$ (N/mm <sup>2</sup> )	5	7,5	7,5	10	10	15	15
Ladrillo macizo con junta delgada	5	5	7	7	9	10	11
Ladrillo macizo	4	4	6	6	8	8	10
Ladrillo perforado	4	4	5	6	7	8	9
Bloques aligerados	3	4	5	5	6	7	8
Bloques huecos	2	3	4	4	5	6	6

Tabla 3. Resistencia característica a compresión de las fábricas. Tabla 4.4. CTE-DB-SE-F (2006)

Por otra parte el CTE-DB-SE-F (2006) estima que el módulo de elasticidad transversal G, puede tomarse como el 40% del módulo de elasticidad E, por lo que la expresión de la distorsión angular quedaría como sigue:



$$\frac{\delta_T}{L} = \frac{f_{vk}}{1000 f_k} \left[ 12 \cdot \left( \frac{L}{H} \right)^2 + 2.5 \right] \quad (127)$$

Tenemos por tanto que el valor de la distorsión angular asociado a la fisuración de la fábrica depende de la relación L/H, la resistencia a cortante y la resistencia a compresión, antes definida.

El CTE-DB-SE-F (2006) establece que como resistencia característica a cortante,  $f_{vk}$ , de una fábrica con mortero ordinario y juntas llenas se puede tomar los siguientes valores:

$$\text{Mortero ordinario y juntas llenas} \quad f_{vk} = f_{vko} + 0.36 \sigma_k \leq 0.065 f_b \quad (128)$$

$$\text{Mortero ordinario y llagas a hueso} \quad f_{vk} = f_{vko} + 0.45 \sigma_k \leq 0.045 f_b \quad (129)$$

$$\text{Mortero ordinario y tendel hueco} \quad f_{vk} = f_{vko} \cdot \frac{g}{t} + 0.36 \sigma_{kd} \leq 0.05 f_b \quad (130)$$

Siendo:

$f_{vko}$  La resistencia a corte puro, con tensión de compresión nula, que puede determinarse para morteros ordinarios como sigue:

Tipo de piezas	Mortero	$f_{vko}$ (N/mm <sup>2</sup> )			Límite de $f_{vk}$ (N/mm <sup>2</sup> ) <sup>(1)</sup>		
		M1	M2,5	M10	M1	M2,5	M10
<b>macizas</b>	Ladrillo cerámico	0,1	0,2	0,3	1,2	1,5	1,7
	Piedra natura	0,1	0,15	-	1,0	1,0	-
	Otras	0,1	0,15	0,2	1,2	1,5	1,7
<b>perforadas</b>	Ladrillo cerámico	0,1	0,2	0,3	1,4*	1,2*	1,0*
	Otras	0,1	0,15	0,2	1,4*	1,2*	1,0*
<b>aligeradas</b>		0,1	0,15	0,2	1,4*	1,2*	1,0*
<b>huecas</b>		0,1	0,2	0,3	**	**	**

\* La menor de las resistencias longitudinales a compresión.  
 \*\* Sin más limitaciones que las dadas por la ecuación 4.1  
<sup>(1)</sup> Para llagas a hueso, o con tendel hueco, el valor es el 70% del consignado

Tabla 4. Resistencia característica a cortante de las fábricas. Tabla 4.5. CTE-DB-SE-F (2006)

$\sigma_k$  Si hay compresión, la tensión característica normal media perpendicular a la tabla, debida a la compresión debida a las cargas permanentes sobre el nivel considerado

$f_b$  Es la resistencia normalizada a compresión de las piezas de fábrica, con el esfuerzo actuando perpendicular a la tabla, valores establecidos entre 10-25MPa

La resistencia a cortante estará por tanto entre los valores  $0.1MPa \leq f_{vk} \leq 1.25MPa$ , siendo sin embargo los valores comunes  $0.1MPa \leq f_{vk} \leq 0.3MPa$

Tomando los valores de  $6MPa \leq f_k \leq 10MPa$  para la resistencia media a compresión, obtenemos ecuaciones de dos variables que relaciona la distorsión asociada a la fisuración de la pieza, con la resistencia característica a cortante  $f_{vk}$ , para la que tomamos un rango convencional de  $0.1MPa \leq f_{vk} \leq 0.4MPa$ , y la relación L/H para la que tomamos un rango de  $1 \leq L/H \leq 2$ .

	$f_k = 6MPa$			$f_k = 8MPa$			$f_k = 10MPa$		
	$f_{vk}$	$f_{vk}$	$f_{vk}$	$f_{vk}$	$f_{vk}$	$f_{vk}$	$f_{vk}$	$f_{vk}$	$f_{vk}$
	0,10MPa	0,20MPa	0,40MPa	0,10MPa	0,20MPa	0,40MPa	0,10MPa	0,20MPa	0,40MPa
1,00	4138	2069	1034	5517	2759	1379	6897	3448	1724
1,50	2034	1017	508	2712	1356	678	3390	1695	847
2,00	1188	594	297	1584	792	396	1980	990	495
2,50	950	450	220	1032	516	258	1290	645	323

*Tabla de resultado 11. Distorsión angular admisible de la fábrica*

De los resultados de cálculo anterior deducimos que un muro de 3 metros de altura H y 3 metros de longitud L, es decir un valor adimensional de  $L/H = 1$ , con una resistencia a compresión de 7MPa y una resistencia a cortante igual a 0.25MPa, podrá admitir una distorsión angular máxima de  $L/d=2000$ , momento a partir del cual el muro se fisurará por los esfuerzos derivados de la deformación.

Comprobamos por último que las estructuras de fábrica presentan una rigidez tan elevada, que distorsiones angulares entre  $L/500$  y  $L/2000$  producirán su fisuración, valores que dependerán de la relación L/H y por tanto de la rigidez de la sección.



#### 4.1 DESCRIPCIÓN.

Se desarrollan a continuación dos casos prácticos de estudio de dos promociones de viviendas afectadas por el movimiento diferencial de la cimentación.

La promoción de viviendas unifamiliares adosadas ubicadas en la Manzana R1 del P.P. Sector 2 "Huerta de Enmedio", del PGOU de Los Barrios, informe pericial redactado por el Dr. Arquitecto Antonio Jaramillo Morilla, y la promoción de viviendas de la Manzana 4, PP G-4 UE-1 de Guillena, Sevilla, caso propio de estudio.

De la toma de datos llevada a cabo para la redacción de estos informes, se tomará el levantamiento de daños y la nivelación topográfica.

Mediante la nivelación topográfica podremos deducir el valor de la distorsión angular de cada pórtico, que en función de sus características geométricas, mecánicas y de carga, será comparado con los valores propuestos para el límite elástico no lineal y plástico.

Esta comprobación dará lugar a tres posibles escenarios, un rango de deformación elástico, pórtico estructuralmente estable, un rango plástico, pórtico con un problema de estabilidad, o un rango superior al límite plástico, es decir un pórtico en riesgo de colapso.

Se establecerá además una relación entre las distorsiones angulares examinadas y los daños asociados a la albañilería, medianeras, particiones o cerramientos coincidentes con los pórticos, comparando dichos valores con la clasificación del daños planteada por MacLeod, I.A. & Littlejohn, G.S. (1974), Burland, J.B., Broms, B., De Mello, V.F.B. (1977), y Hintze, S. (1994), cuyo resumen comparativo reflejamos a continuación.

Tipo de daños	MacLeod, I.A. & Littlejohn, G.S. (1974)	Burland, J.B., Broms, B., De Mello, V.F.B. (1977)	Hintze, S. (1994)
Despreciable	< 0,1mm	< 0,1mm	<0.1mm
Muy ligeros	< 0,5m	1mm	0.1 - 0.3mm
Ligeros	< 2mm	5mm	0.3 - 1mm
Ligero a moderado			1 - 2mm
Moderado	< 6mm	5 - 15mm	2 - 5mm
Moderado a severo			5 - 15mm
Severos	< 15mm	15 - 25mm	15 - 25mm
Muy severos	> 15mm	> 25mm	>25mm

#### 4.2 DEFINICIÓN DEL CASO DE ESTUDIO 1

Las obras han consistido en la construcción de nueva planta de 6 bloques de viviendas unifamiliares adosadas en hilera con un total de 80 inmuebles, enmarcado en una zona de nuevo crecimiento dentro del núcleo urbano del municipio. El bloque objeto de estudio será el número 1, compuesto por un total de 16 viviendas en hilera edificadas en dos núcleos de 6 y 10 inmuebles, con acceso desde las calles Teresa de Calcuta y Nelson Mandela.



Figura 1. Vista aérea de la ubicación de la promoción de viviendas Huerta de Enmedio

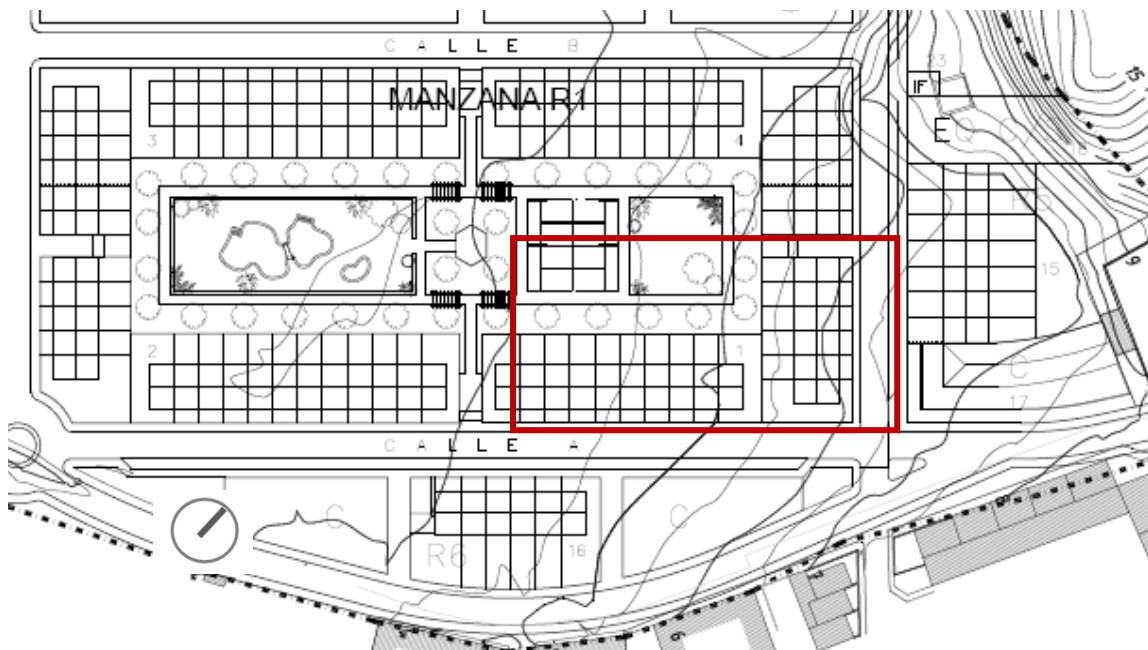


Figura 2. Emplazamiento de la promoción y ubicación del bloque 1 Huerta de Enmedio

Se proyecta en el bloque 1 objeto de estudio un total de 5 tipologías de viviendas, A, B, C, G y H con una superficie construida respectivamente de 134.22m<sup>2</sup>, 134.13m<sup>2</sup>, 139.43m<sup>2</sup>, 141.82m<sup>2</sup> y 151.05m<sup>2</sup>, edificadas en planta semisótano destinada a garaje, planta baja destinada a cocina, dormitorio, baño y salón comedor, y planta primera donde se ubican dos baños y tres dormitorios.

La cimentación se resuelve mediante losa de hormigón armado de 50cm de espesor sobre un terreno mejorado con columnas de grava y muros de sótano de 30cm de espesor y HA30.

La estructura se ejecuta mediante pórticos de hormigón armado formada por pilares y jácenas, y forjados unidireccionales in-situ de 25+5cm de espesor, intereje de 70cm, ancho de nervio de viguetas insitu de 12cm, bovedillas de poliestireno expandido como entrevigado, y capa de compresión de 5cm con mallazo electrosoldado de  $\varnothing 5/20/20$ cm AEH-500T.

Los cerramientos se ejecutan a base de citaras de ladrillo hueco triple, aislamiento, cámara y tabiques de ladrillo hueco sencillo, los techos están revestidos con placas de escayola en todas las estancias, sustentadas con cañas y escayola, la solería es de gres en todas las estancias salvo en el sótano cuyo suelo es de hormigón fratasado y los paramentos verticales están guarnecidos y enlucidos de yeso así como alicatado de azulejos en los núcleos húmedos.

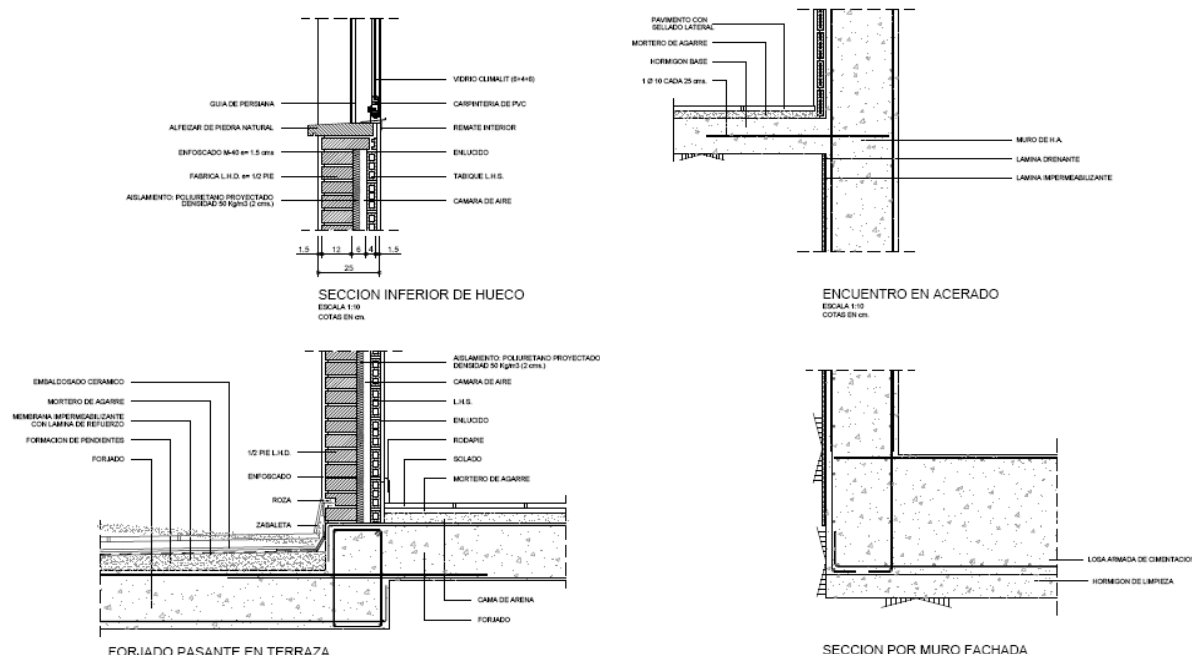


Figura 3. Ejemplos de detalles constructivos. Proyecto de 80 viviendas "Huerta en medio"

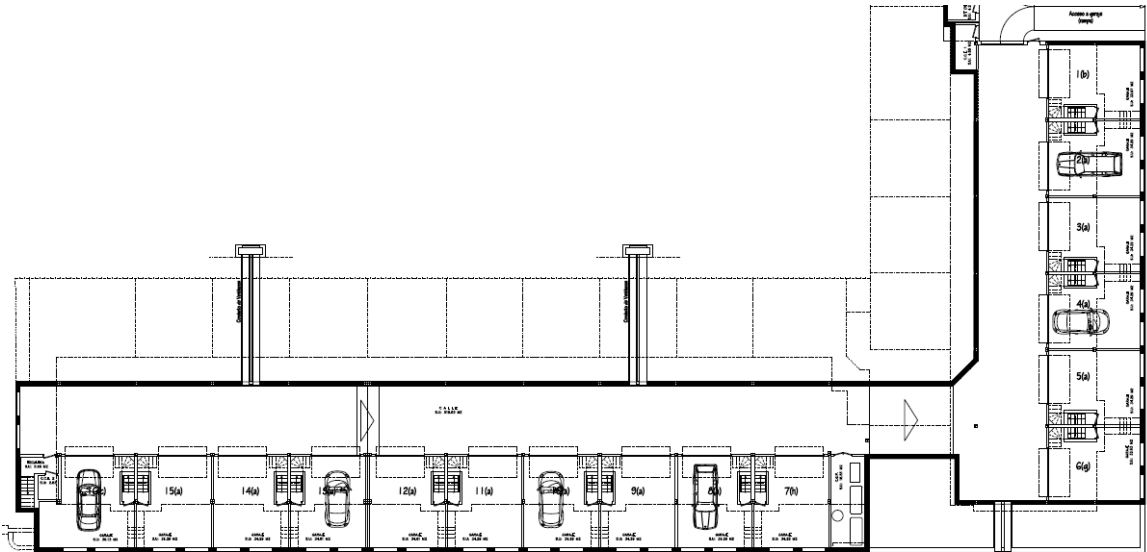


Figura 4. Planta sótano del Bloque 1 de la Manzana R1. Huerta de Enmedio

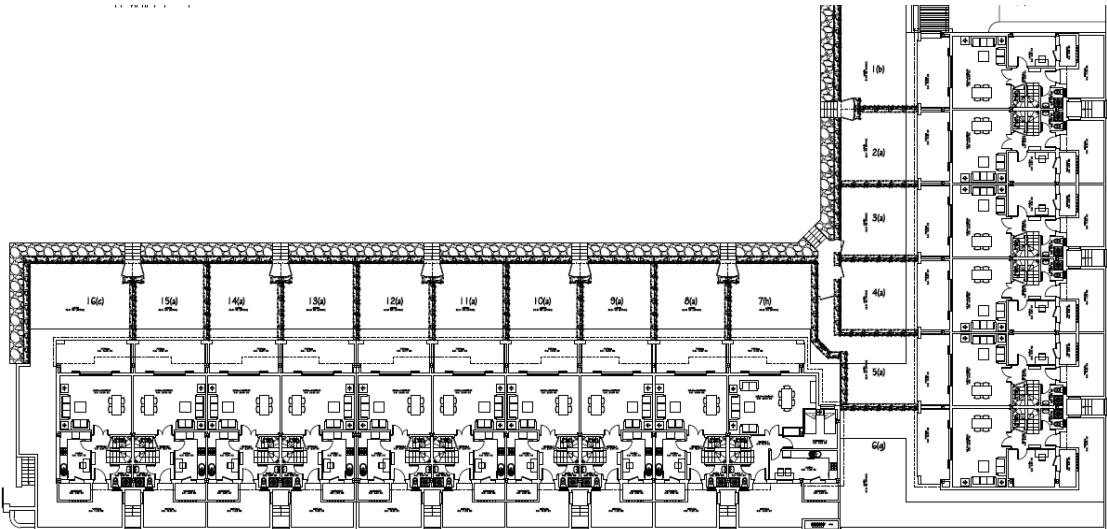


Figura 5. Planta baja del Bloque 1 de la Manzana R1. Huerta de Enmedio

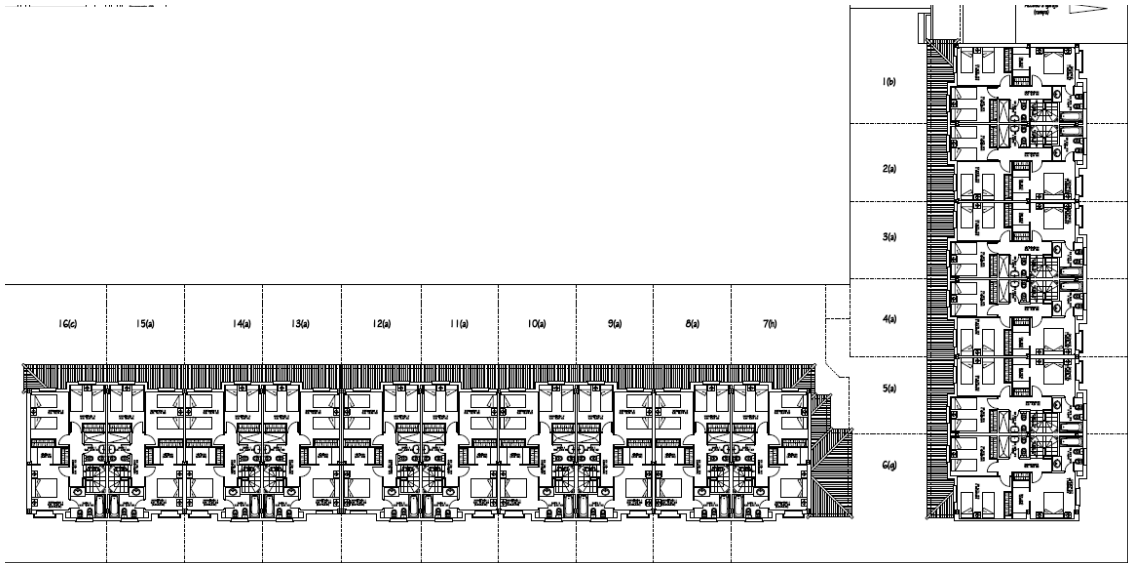


Figura 6. Planta alta del Bloque 1 de la Manzana R1. Huerta de Enmedio

### Datos de cálculo

La estructura se ejecuta con hormigón HA-25-B-15-I con una resistencia característica a los 28 días en probeta de  $f_{ck} = 25 \text{ N/mm}^2$ , un coeficiente de minoración de resistencia de  $\gamma_c = 1.5$ , una resistencia de cálculo de  $f_{cd} = 16.66 \text{ N/mm}^2$  y un módulo de elasticidad de  $E_c = 10.000 \sqrt[3]{f_{cm}} = 32.000 \text{ MPa}$ .

El acero empleado es B500S con un límite elástico de  $f_{yk} = 500 \text{ N/mm}^2$ , un coeficiente de minoración de resistencia de  $\gamma_s = 1.15$ , una resistencia de cálculo de  $f_{yd} = 434.78 \text{ N/mm}^2$  y un módulo de elasticidad de  $E_s = 200.000 \text{ MPa}$ .

Se emplea como coeficiente de mayoración de cargas permanentes un  $\gamma_G = 1.5$  y para cargas variables de  $\gamma_Q = 1.6$ .

Las acciones gravitatorias empleadas en el cálculo se resumen en la tabla siguiente:

	Planta sótano (kN/m <sup>2</sup> )	Planta baja y 1ª (kN/m <sup>2</sup> )	Cubierta (kN/m <sup>2</sup> )
Peso propio	6.25	2.30	2.30
Pavimento	0.80	0.80	--
Tendido y enlucido	0.20	0.20	0.20
Empalomado	--	--	1.20
Tejas	--	--	0.70
<b>Total carga permanente</b>	<b>7.25</b>	<b>3.30</b>	<b>4.40</b>
Sobrecarga tabiquería	1.00	1.00	--
Sobrecarga de uso	2.00	2.00	1.50
Sobrecarga de nieve	--	--	0.40
<b>Total carga variable</b>	<b>3.00</b>	<b>3.00</b>	<b>1.90</b>
<b>Carga total</b>	<b>10.25</b>	<b>6.30</b>	<b>6.30</b>

*Tabla 1. Acciones gravitatorias*

Además de las cargas anteriores se contempla un peso para escaleras, cerramientos y pretilas de 3kN/m<sup>2</sup>, 2.70 kN/m<sup>2</sup> y 3.00 kN/m<sup>2</sup> respectivamente.



Se considera para la acción del viento una situación topográfica normal ubicada en Los Barrios, Cádiz, con una altura de coronación  $h < 10.00\text{m}$ , una presión dinámica  $w = 0.50\text{ kN/m}^2$ , una sobrecarga de viento de  $\rho = cw$  y un coeficiente de barlovento y sotavento respectivamente de  $c = +0.8$  y  $c = -0.4$

Para las acciones sísmicas se toma una aceleración básica de  $a_b / g = 0.04$  y un coeficiente de contribución de  $K = 1.2$ .

El cálculo de esfuerzos se realiza en fase elástica admitiéndose una redistribución de esfuerzos según la Instrucción Española. El cálculo se realiza con el programa CYPE Ingenieros versión 2004.1.d.

Se emplea la combinación de acciones usada por la Instrucción Española:

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} + \gamma_{Q,1} \cdot Q_{K,1} \quad \text{Para situaciones con una sola acción variable.}$$

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} + \sum_{i \geq 1} 0.9 \gamma_{Q,i} \cdot G_{k,i} \quad \text{Para situaciones con dos o más acciones variables.}$$

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} + \gamma_A \cdot A_{E,K} + \sum_{i \geq 1} 0.8 \gamma_{Q,i} \cdot Q_{k,i} \quad \text{Para situaciones sísmicas}$$

Por último para el armado a flexión de las vigas se emplea el procedimiento simplificado de cálculo planteado por la Instrucción Española.

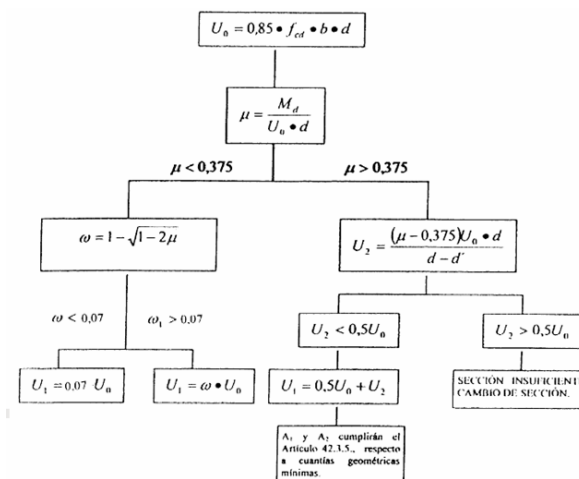


Figura 7. Procedimiento simplificado de armado a flexión empleado en el cálculo.

La resistencia empleada para la fábrica de ladrillo según proyecto es de  $f = 10\text{MPa}$  para la resistencia del ladrillo y  $f_d = 2\text{MPa}$  para la resistencia de la fábrica ejecutada con mortero M-8 con espesores de juntas de 1 a 1.5cm según la tabla 5.2 de la NBE-FL-90.

#### 4.2.1 ESTUDIO DE LESIONES Y MOVIMIENTOS DIFERENCIALES

De las 16 viviendas referidas se inspeccionan los daños en 9 inmuebles, 6 pertenecen al primer núcleo de 6 viviendas, y 3 pertenecen al segundo núcleo de 10 viviendas, concretamente las viviendas 12, 8 y 2 de la calle Nelson Mandela, y 1, 3, 5, 7, 9, y 11 de la calle Teresa de Calcuta, reflejadas en el gráfico siguiente, cuyo levantamiento de daños y nivelación topográfica adjuntamos como anexo al documento.

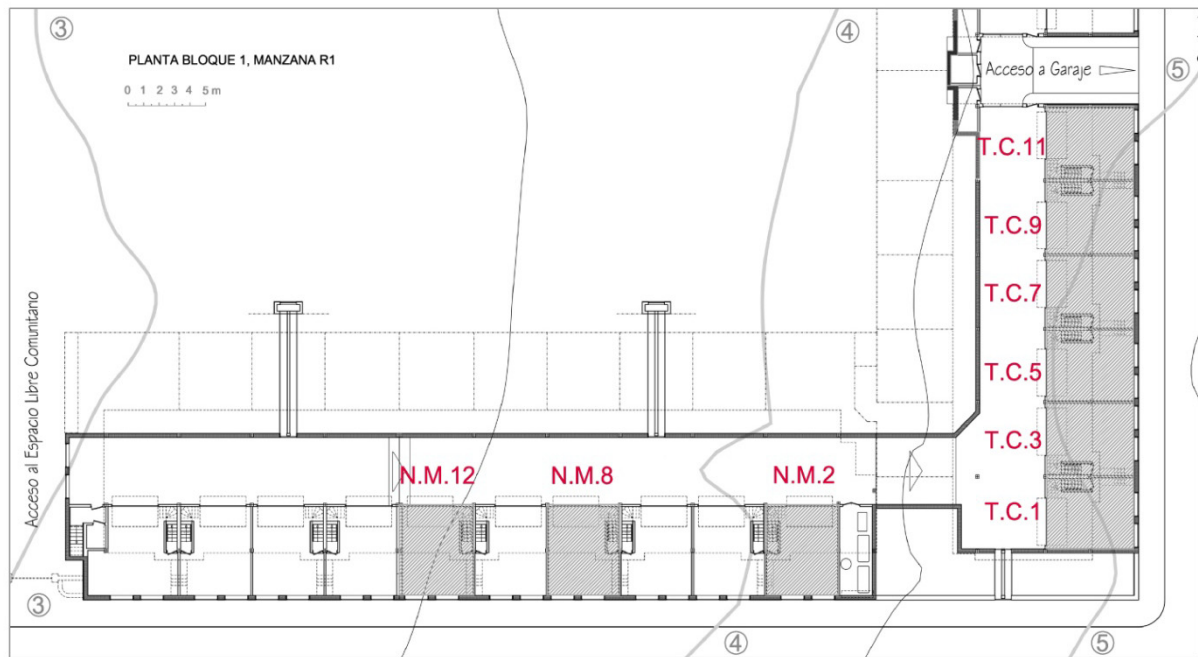


Figura 8. Viviendas inspeccionadas del Boque 1, Manzana R1. Huerta de Enmedio

La nivelación topográfica se ha realizado mediante un aparato de nivelación Láser multilínea automático compact con referencia 5405, con las siguientes características técnicas:

Utilización de líneas verticales a 0°, 90° Y 180°, una línea horizontal y un punto de plomada  
Compensador magnético para una rápida nivelación.

Cuando el aparato es inclinado más de unos 3° la luz parpadea como señal de alarma.

Mecanismo de ajuste de alta precisión en un punto.

Función de intensidad de luz interior / exterior.

Sistema de bloqueo para una mayor seguridad en el transporte.

Por otra parte el levantamiento de daños se ha realizado mediante la inspección visual y la medición de espesores de fisuras con calibres y fisurómetros.



Figura 9. Distorsiones medidas en planta baja. Huerta de Enmedio

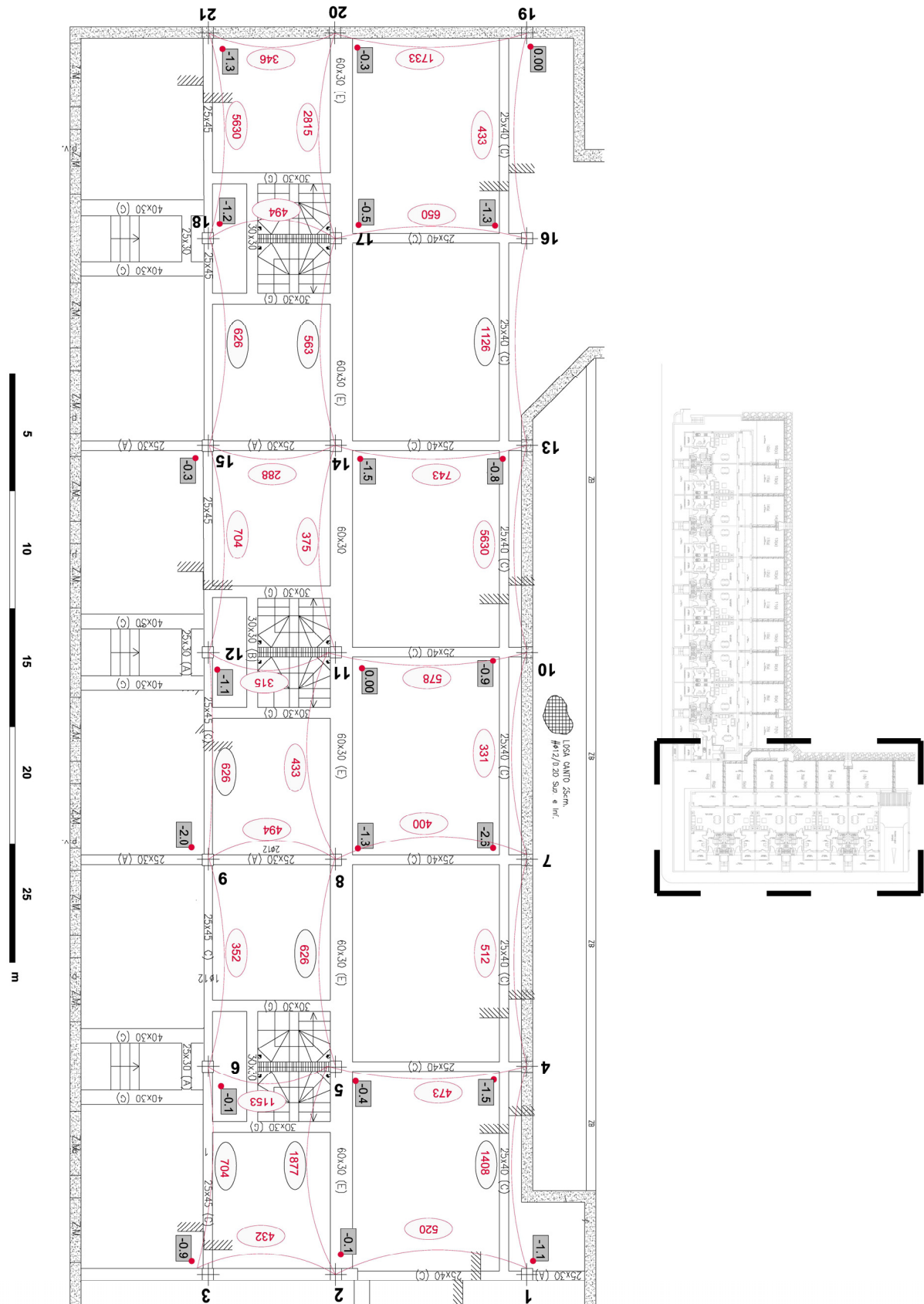


Figura 10. Distorsiones medidas en planta baja. Huerta de Enmedio

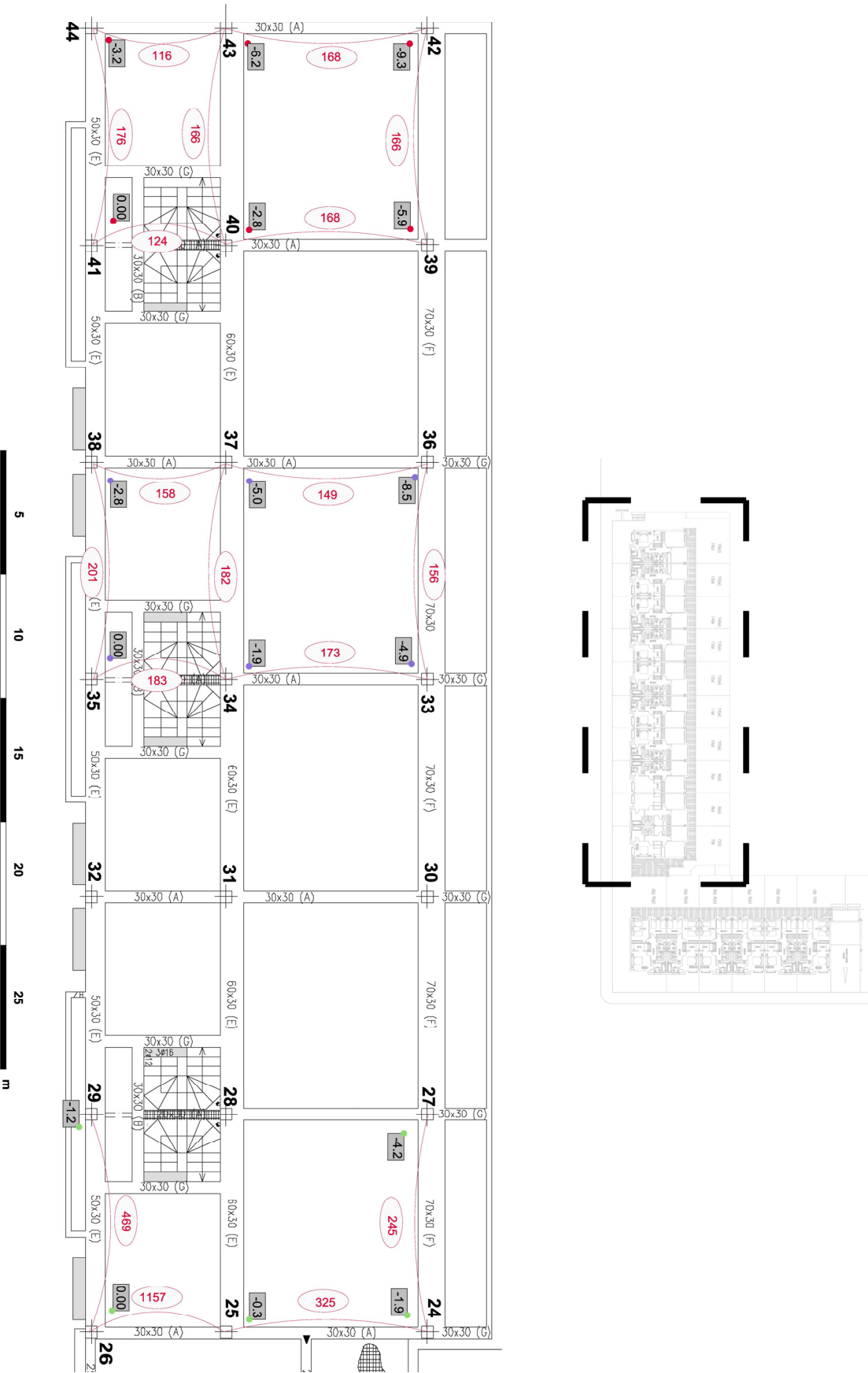


Figura 11. Distorsiones medidas en planta primera. Huerta de Enmedio

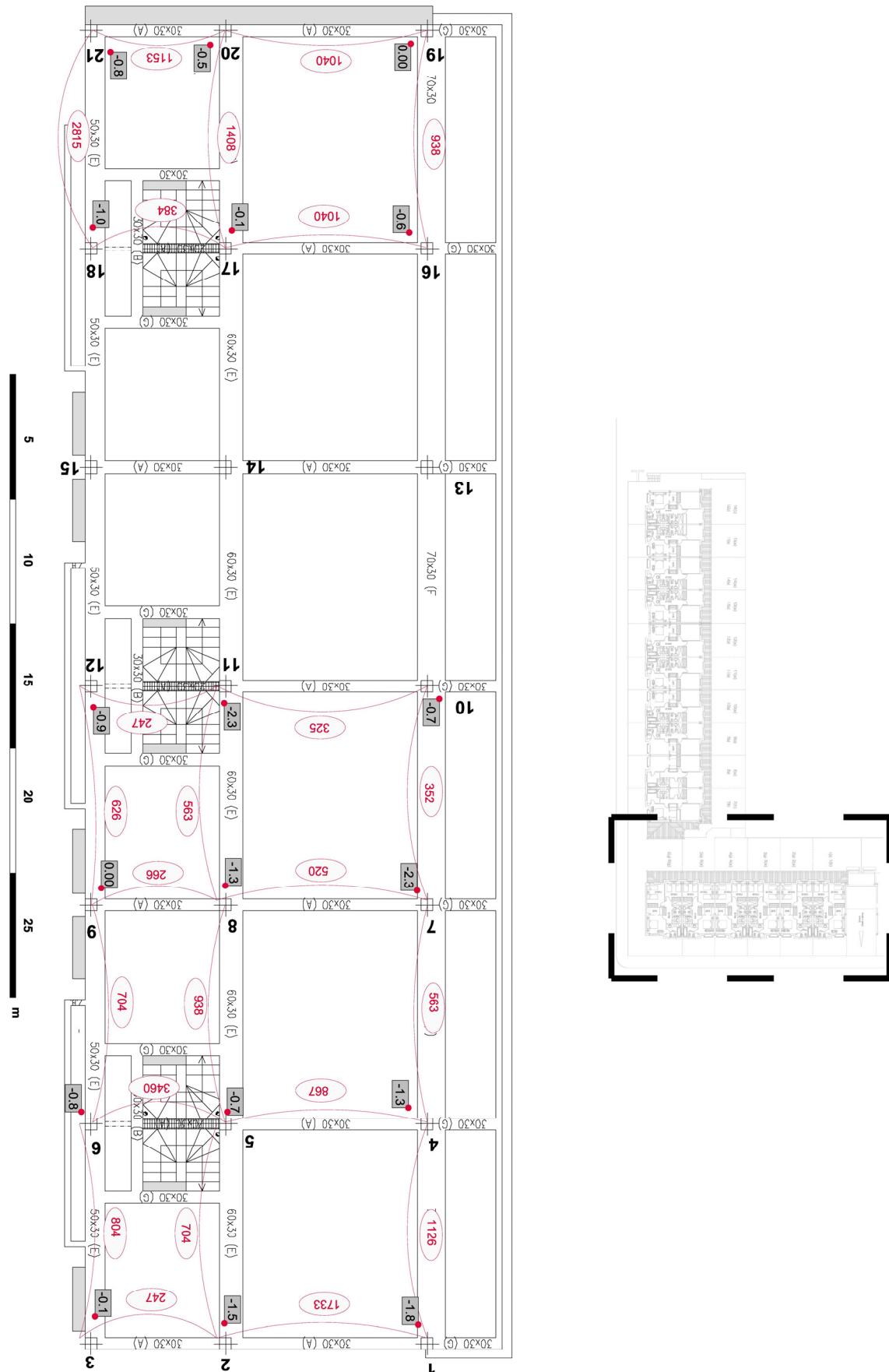


Figura 12. Distorsiones medidas en planta primera. Huerta de Enmedio



4.2.2 ESTUDIO DE LA ESTABILIDAD ESTRUCTURAL Y DAÑOS EN OBRA SECUNDARIA

PLT	NUDO		NUDO		GEOMETRÍA				DISTORSIÓN Y COMPORTAMIENTO				CLASIFICACIÓN DE DAÑOS			
	Nº	COTA RELATIVA (cm)	Nº	COTA RELATIVA (cm)	LUZ (m)	b (cm)	d (cm)	L/d	DISTORSIÓN CALCULADA	DISTORSIÓN MÁXIMA PARA MOMENTO PLÁSTICO	DISTORSIÓN MÁXIMA PARA ROTURA	ANÁLISIS	FISURACIÓN ALBAÑILERÍA (Σ mm)	MacLeod, I.A. (1974)	Burland, J.B. (1977)	Hintze, S. (1994)
PLANTA BAJA	1	-1,1	2	-0,1	5,2	25	40	13	-520	367	113	ELÁSTICO	0 a 0,5	Muy ligero	Muy ligero	Ligero
	2	-0,1	3	-0,9	3,46	25	40	9	433	386	102	ELÁSTICO	0	Depreciable	Depreciable	Depreciable
	4	-1,5	5	-0,4	5,2	25	40	13	-473	367	113	ELÁSTICO	0 a 0,5	Muy ligero	Muy ligero	Ligero
	5	-0,4	6	-0,1	3,46	25	30	12	-1153	386	102	ELÁSTICO	0 a 0,5	Muy ligero	Muy ligero	Ligero
	7	-2,6	8	-1,3	5,2	25	40	13	-400	367	113	ELÁSTICO	0 a 0,5	Muy ligero	Muy ligero	Ligero
	8	-1,3	9	-2	3,46	25	30	12	494	386	102	ELÁSTICO	0	Depreciable	Depreciable	Depreciable
	10	-0,9	11	0	5,2	25	40	13	-578	367	113	ELÁSTICO	0 a 0,5	Muy ligero	Muy ligero	Ligero
	11	0	12	-1,1	3,46	25	30	12	315	386	102	PLÁSTICO	0 a 0,5	Muy ligero	Muy ligero	Ligero
	13	-0,8	14	-1,5	5,2	25	40	13	743	367	113	ELÁSTICO	0,5 a 2	Ligero	Ligero	Ligero a moderado
	14	-1,5	15	-0,3	3,46	25	30	12	-288	386	102	PLÁSTICO				
	16	-1,3	17	-0,5	5,2	25	40	13	-650	367	113	ELÁSTICO	0 a 0,5	Muy ligero	Muy ligero	Ligero
	17	-0,5	18	-1,2	3,46	25	30	12	494	386	102	ELÁSTICO	0	Muy ligero	Muy ligero	Ligero
	19	0	20	-0,3	5,2	25	40	13	1733	367	113	ELÁSTICO	0	Depreciable	Depreciable	Depreciable
	20	-0,3	21	-1,3	3,46	MURO			346				0	Depreciable	Depreciable	Depreciable
	4	-1,5	1	-1,1	5,63	25	40	14	-1408	423	169	ELÁSTICO	0 a 0,5	Muy ligero	Muy ligero	Ligero
	7	-2,6	4	-1,5	5,63	25	40	14	-512	423	169	ELÁSTICO	2 a 6	Moderado	Noderado	Moderado a severo
	10	-0,9	7	-2,6	5,63	25	40	14	331	423	169	PLÁSTICO	0 a 0,5	Muy ligero	Muy ligero	Ligero
	13	-0,8	10	-0,9	5,63	25	40	14	5630	423	169	ELÁSTICO	0	Ligero	Ligero	Ligero a mod
	16	-1,3	13	-0,8	5,63	25	40	14	-1126	423	169	ELÁSTICO	2 a 6	Moderado	Noderado	Moderado a severo
	19	0	16	-1,3	5,63	25	40	14	433	423	169	ELÁSTICO	2 a 6	Moderado	Noderado	Moderado a severo

NUDO		NUDO		GEOMETRÍA				DISTORSIÓN Y COMPORTAMIENTO				CLASIFICACIÓN DE DAÑOS				
Nº	COJA RELATIVA (cm)	Nº	COJA RELATIVA (cm)	LUZ (m)	b (cm)	d (cm)	L/d	DISTORSIÓN CALCULADA	DISTORSIÓN MÁXIMA PARA MOMENTO PLÁSTICO	DISTORSIÓN MÁXIMA PARA ROTURA	ANÁLISIS	FIGURACIÓN ALBANILERÍA (Σ mm)	Macleod, I.A. (1974)	Burland, J.B. (1977)	Hintze, S. (1994)	
5	-0,4	2	-0,1	5,63	60	30	19	-1877	191	87	ELÁSTICO	0 a 0,5	Muy ligero	Muy ligero	Ligero	
8	-1,3	5	-0,4	5,63	60	30	19	-626	191	87	ELÁSTICO	0 a 0,5	Muy ligero	Muy ligero	Ligero	
11	0	8	-1,3	5,63	60	30	19	433	191	87	ELÁSTICO	0 a 0,5	Muy ligero	Muy ligero	Ligero	
14	-1,5	11	0	5,63	60	30	19	-375	191	87	ELÁSTICO					
17	-0,5	14	-1,5	5,63	60	30	19	563	191	87	ELÁSTICO	2 a 6	Moderado	Noderado	Moderado a severo	
20	-0,3	17	-0,5	5,63	60	30	19	2815	191	87	ELÁSTICO	0	Depreciable	Depreciable	Depreciable	
6	-0,1	3	-0,9	5,63	25	45	13	704	347	134	ELÁSTICO	2 a 6	Moderado	Noderado	Moderado a severo	
9	-1,7	6	-0,1	5,63	25	45	13	-352	347	134	ELÁSTICO	0 a 0,5	Muy ligero	Muy ligero	Ligero	
12	-1,1	9	-2	5,63	25	45	13	626	347	134	ELÁSTICO	0,5 a 2	Ligero	Ligero	Ligero a mod	
15	-0,3	12	-1,1	5,63	25	45	13	704	347	134	ELÁSTICO					
18	-1,2	15	-0,3	5,63	25	45	13	-626	347	134	ELÁSTICO	2 a 6	Moderado	Noderado	Moderado a severo	
21	-1,3	18	-1,2	5,63	25	45	13	-5630	347	134	ELÁSTICO	2 a 6	Moderado	Noderado	Moderado a severo	
22	-2,8	23	-0,9	4,49	MURO			-236								
24	-3,2	25	-2,6	5,2	25	40	13	-867	367	113	ELÁSTICO	2 a 6	Moderado	Noderado	Moderado a severo	
25	-2,6	26	-2,1	3,47	25	40	9	-694	386	102	ELÁSTICO	2 a 6	Moderado	Noderado	Moderado a severo	
27	-5,8	28	-3,9	5,2	25	40	13	-274	367	113	PLÁSTICO	6 a 10	Ligero	Ligero	Ligero a mod	
28	-3,9	29	-2,3	3,47	25	30	12	-217	386	102	PLÁSTICO	10 a 15	Moderado	Noderado	Moderado a severo	
33	-4,2	34	-2	5,2	25	40	13	-236	367	113	PLÁSTICO	10 a 15	Moderado	Noderado	Moderado a severo	
34	-2	35	0	3,47	25	30	12	-174	386	102	PLÁSTICO	6 a 10	Ligero	Ligero	Ligero a mod	
36	-7,9	37	-6,3	5,2	25	40	13	-325	367	113	PLÁSTICO	10 a 15	Moderado	Noderado	Moderado a severo	



PLT	NUDO		NUDO		GEOMETRÍA				DISTORSIÓN Y COMPORTAMIENTO				CLASIFICACIÓN DE DAÑOS			
	Nº	COTA RELATIVA (cm)	COTA RELATIVA (cm)	COTA RELATIVA (cm)	LUZ (m)	b (cm)	d (cm)	L/d	DISTORSIÓN CALCULADA	DISTORSIÓN MÁXIMA PARA MOMENTO PLÁSTICO	DISTORSIÓN MÁXIMA PARA ROTURA	ANÁLISIS	FISURACIÓN ALBANILERÍA (Σ mm)	MacLeod, I.A. (1974)	Buitand, J.B. (1977)	Hirtze, S. (1994)
PLANTA BAJA	37	-6,3		-4,4	3,47	25	30	12	-183	386	102	PLÁSTICO	10 a 15	Moderado	Noderado	Moderado a severo
	39	-2,8		-1,2	5,2	25	40	13	-325	367	113	PLÁSTICO	6 a 10	Ligero	Ligero	Ligero a mod
	40	-1,2		-0,3	3,47	25	30	12	-386	386	102	PLÁSTICO	2 a 6	Moderado	Noderado	Moderado a severo
	42	-6,6		-4,3	5,2	25	40	13	-226	367	113	PLÁSTICO	2 a 6	Moderado	Noderado	Moderado a severo
	43	-4,3		-1,9	3,47	25	30	12	-145	386	102	PLÁSTICO	2 a 6	Moderado	Noderado	Moderado a severo
	26	-2,1		-0,9	2,73	25	45	6	-228	386	102	PLÁSTICO				
	27	-5,8		-3,2	5,63	25	40	14	-217	468	177	PLÁSTICO	10 a 15	Moderado	Noderado	Moderado a severo
	28	-3,9		-2,6	5,63	60	30	19	-433	191	87	ELÁSTICO	0,5 a 2	Ligero	Ligero	Ligero a mod
	29	-2,3		-2,1	5,63	25	45	13	-2815	468	177	ELÁSTICO	2 a 6	Moderado	Noderado	Moderado a severo
	36	-7,9		-4,2	5,63	25	40	14	-152	468	177	PLÁSTICO	15 a 20	Muy severo	Severo	Severo
	37	-6,3		-2	5,63	60	30	19	-131	191	87	PLÁSTICO	15 a 20	Muy severo	Severo	Severo
	38	-4,4		0	5,63	25	45	13	-128	468	177	ROTURA	15 a 20	Muy severo	Severo	Severo
	42	-6,6		-2,8	5,63	25	40	14	-148	468	177	ROTURA	15 a 20	Muy severo	Severo	Severo
	43	-4,3		-1,2	5,63	60	30	19	-182	191	87	PLÁSTICO	10 a 15	Moderado	Noderado	Moderado a severo
	44	-1,9		-0,3	5,63	25	45	13	-352	468	177	PLÁSTICO	6 a 10	Ligero	Ligero	Ligero a mod
PLANTA PRIMERA	1	-1,8		-1,5	5,2	30	30	17	-1733	423	169	ELÁSTICO	0 a 0,5	Muy ligero	Muy ligero	Ligero
	2	-1,5		-0,1	3,46	30	30	12	-247	386	102	PLÁSTICO	2 a 6	Moderado	Noderado	Moderado a severo
	4	-1,3		-0,7	5,2	30	30	17	-867	423	169	ELÁSTICO	0	Depreciable	Depreciable	Depreciable
	5	-0,7		-0,8	3,46	30	30	12	3460	386	102	ELÁSTICO	0	Depreciable	Depreciable	Depreciable
	7	-2,3		-1,3	5,2	30	30	17	-520	423	169	ELÁSTICO	0	Depreciable	Depreciable	Depreciable

NUDO		NUDO		GEOMETRÍA				DISTORSIÓN Y COMPORTAMIENTO				CLASIFICACIÓN DE DAÑOS			
Nº	COJA RELATIVA (cm)	Nº	COJA RELATIVA (cm)	LUZ (m)	b (cm)	d (cm)	L/d	DISTORSIÓN CALCULADA	DISTORSIÓN MÁXIMA PARA MOMENTO PLÁSTICO	DISTORSIÓN MÁXIMA PARA ROTURA	ANÁLISIS	FIGURACIÓN ALBAÑILERÍA (Σ mm)	MacLeod, I.A. (1974)	Butland, J.B. (1977)	Hintze, S. (1994)
8	-1,3	9	0	3,46	30	30	12	-266	386	102	PLÁSTICO	0	Depreciable	Depreciable	Depreciable
10	-0,7	11	-2,3	5,2	30	30	17	325	423	169	PLÁSTICO	2 a 6	Moderado	Noderado	Moderado a severo
11	-2,3	12	-0,9	3,46	30	30	12	-247	386	102	PLÁSTICO	6 a 10	Ligero	Ligero	Ligero a mod
16	-0,6	17	-0,1	5,2	30	30	17	-1040	423	169	ELÁSTICO	0	Depreciable	Depreciable	Depreciable
17	-0,1	18	-1	3,46	30	30	12	384	386	102	PLÁSTICO	0	Depreciable	Depreciable	Depreciable
19	0	20	-0,5	5,2	30	30	17	1040	423	169	ELÁSTICO	0	Depreciable	Depreciable	Depreciable
20	-0,5	21	-0,8	3,46	30	30	12	1153	386	102	ELÁSTICO	0	Depreciable	Depreciable	Depreciable
4	-1,3	1	-1,8	5,63	70	30	19	1126	191	87	ELÁSTICO	2 a 6	Moderado	Noderado	Moderado a severo
7	-2,3	4	-1,3	5,63	70	30	19	-563	191	87	ELÁSTICO	15 a 20	Muy severo	Severo	Severo
10	-0,7	7	-2,3	5,63	70	30	19	352	191	87	ELÁSTICO	6 a 10	Ligero	Ligero	Ligero a mod
19	0	16	-0,6	5,63	70	30	19	938	191	87	ELÁSTICO	0	Ligero	Ligero	Ligero a mod
5	-0,7	2	-1,5	5,63	60	30	19	704	191	87	ELÁSTICO	0,5 a 2	Ligero	Ligero	Ligero a mod
8	-1,3	5	-0,7	5,63	60	30	19	-938	191	87	ELÁSTICO	3			
11	-2,3	8	-1,3	5,63	60	30	19	-563	191	87	ELÁSTICO	3	Ligero	Ligero	Ligero a mod
20	-0,5	17	-0,1	5,63	60	30	19	-1408	191	87	ELÁSTICO	0	Depreciable	Depreciable	Depreciable
6	-0,8	3	-0,1	5,63	50	30	19	-804	191	87	ELÁSTICO	0,5 a 2	Ligero	Ligero	Ligero a mod
9	0	6	-0,8	5,63	50	30	19	704	191	87	ELÁSTICO	0	Depreciable	Depreciable	Depreciable
12	-0,9	9	0	5,63	50	30	19	-626	191	87	ELÁSTICO	2 a 6	Moderado	Noderado	Moderado a severo
21	-0,8	18	-1	5,63	50	30	19	2815	191	87	ELÁSTICO	0 a 0,5	Muy ligero	Muy ligero	Ligero
24	-1,9	25	-0,3	5,2	30	30	17	-325	423	169	PLÁSTICO	2 a 6	Moderado	Noderado	Moderado a severo
25	-0,3	26	0	3,47	30	30	12	-1157	386	102	ELÁSTICO	6 a 10	Ligero	Ligero	Ligero a mod

PLANTA PRIMERA

PLT

PLT	NUDO			GEOMETRÍA				DISTORSIÓN Y COMPORTAMIENTO				CLASIFICACIÓN DE DAÑOS			
	Nº	COTA RELATIVA (cm)	COTA RELATIVA (cm)	LUZ (m)	b (cm)	d (cm)	L/d	DISTORSIÓN CALCULADA	DISTORSIÓN MÁXIMA PARA MOMENTO PLÁSTICO	DISTORSIÓN MÁXIMA PARA ROTURA	ANÁLISIS	FIGURACIÓN ALBAÑILERÍA (Σ mm)	MacLeod, I.A. (1974)	Burland, J.B. (1977)	Hintze, S. (1994)
PLANTA PRIMERA	33	-4,9	34	-1,9	5,2	30	17	-173	423	169	PLÁSTICO	15 a 20	Muy severo	Severo	Severo
	34	-1,9	35	0	3,47	30	12	-183	386	102	PLÁSTICO	15 a 20	Muy severo	Severo	Severo
	36	-8,5	37	-5	5,2	30	17	-149	423	169	ROTURA	15 a 20	Muy severo	Severo	Severo
	37	-5	38	-2,8	3,47	30	12	-158	386	102	PLÁSTICO	15 a 20	Muy severo	Severo	Severo
	39	-5,9	40	-2,8	5,2	30	17	-168	423	169	ROTURA	15 a 20	Muy severo	Severo	Severo
	40	-2,8	41	0	3,47	30	12	-124	386	102	PLÁSTICO	15 a 20	Muy severo	Severo	Severo
	42	-9,3	43	-6,2	5,2	30	17	-168	423	169	ROTURA	0,5 a 2	Ligero	Ligero	Ligero a mod
	43	-6,2	44	-3,2	3,47	30	12	-116	386	102	PLÁSTICO	2 a 6	Moderado	Noderado	Moderado a severo
	27	-4,2	24	-1,9	5,63	70	19	-245	191	87	ELÁSTICO	2 a 6	Moderado	Noderado	Moderado a severo
	29	-1,2	26	0	5,63	50	19	-469	191	87	ELÁSTICO	6 a 10	Ligero	Ligero	Ligero a mod
	36	-8,5	33	-4,9	5,63	70	19	-156	191	87	PLÁSTICO	6 a 10	Ligero	Ligero	Ligero a mod
	37	-5	34	-1,9	5,63	60	19	-182	191	87	PLÁSTICO	10 a 15	Moderado	Noderado	Moderado a severo
	38	-2,8	35	0	5,63	50	19	-201	191	87	ELÁSTICO	10 a 15	Moderado	Noderado	Moderado a severo
	42	-9,3	39	-5,9	5,63	70	19	-166	191	87	PLÁSTICO	2 a 6	Moderado	Noderado	Moderado a severo
	43	-6,2	40	-2,8	5,63	60	19	-166	191	87	PLÁSTICO	0,5 a 2	Ligero	Ligero	Ligero a mod
	44	-3,2	41	0	5,63	50	19	-176	191	87	PLÁSTICO	0,5 a 2	Ligero	Ligero	Ligero a mod

Tabla de resultado 1. Caso práctico. Estudio de la estabilidad estructural y daños asociados en albañilería. Huerta de Enmedio



De los resultados anteriores se deduce que los pórticos 38-35 y 42-39 de planta baja y 36-37, 39-40 y 42-43 de planta primera presentan distorsiones superiores a la rotura.

A pesar de ello no se ha producido el colapso de la estructura, esto se debe a las siguientes razones:

- Se han estimado una serie de simplificaciones en el cálculo que dejan el mismo del lado de la seguridad: la consideración de empotramientos perfectos, la estimación de cargas de cálculo superiores a las reales, y el empleo de la resistencia de cálculo de los materiales en lugar de la resistencia característica.
- Existe una contribución entre la albañilería y la estructura, objeto de estudio para futuras investigaciones, que pueden redistribuir los esfuerzos derivados de la distorsión angular en la estructura.

Los pórticos 27 a 29, 33 a 44, 26-23, 27-24, 36-33, 37-34, 43-40 y 44-41 de planta baja, y 2-3, 5-6, 8 a 12, 17-18, 24-25, 33 a 35, 37-38, 40-41, 43-44, 36-33, 37-34, 42-39, 43-40 y 44-41 de planta primera, presentan un rango plástico de deformación, es decir, el acero o el hormigón en las proximidades al nudo opuesto al descenso ha plastificado.

De forma general los pórticos con deformaciones elásticas tienen asociados daños en albañilería que oscilan entre despreciables y ligeros.

Asimismo los pórticos con deformaciones plásticas presentan generalmente daños moderados a severos, y los pórticos con deformaciones superiores a la rotura fisuraciones que oscilan en el rango moderado a muy severo.

### 4.3 DEFINICIÓN DEL CASO DE ESTUDIO 2

El estudio en este caso se centra en la vivienda nº 17 de la Calle Haití de Guillena Sevilla. Vivienda unifamiliar adosada que forma parte de un conjunto de 27 viviendas en hilera.

El proyecto comprende seis tipologías de vivienda de diferentes dimensiones, correspondiendo la vivienda objeto del informe a la tipología nº 1, que cuenta con una superficie útil de 97.98m<sup>2</sup> y construida de 119.38m<sup>2</sup>.



Figura 13. Imagen aérea de la promoción y ubicación de la vivienda. Guillena.

La vivienda consta de planta baja y primera, retranqueadas del lindero delantero y trasero 3 metro aproximadamente, con un programa de dos baños, cocina, salón, estudio y tres dormitorios.

Se proyecta una estructura compartida entre las viviendas mediante pórticos planos de hormigón armado arriostrados en dos direcciones y pilares de 25x25cm. Los forjados se resuelven con paños unidireccionales de viguetas semirresistentes y bovedillas de hormigón de canto 25+5cm.

La cimentación se resuelve mediante losa armada de hormigón de 40cm de canto y armadura superior e inferior de Ø12mm cada 20cm, proyectada sobre una mejora de terreno consistente en una base de zahorra de 50cm y una capa de bolos de 50 en dos tongadas de 25cm cada una. La cimentación queda reforzada mediante nervios de borde perimetrales de 75cm de canto.

**Datos de cálculo.**

La estructura se ejecuta con hormigón HA-25-B-15-I con una resistencia característica a los 28 días en probeta de  $f_{ck} = 25 \text{ N/mm}^2$ , un coeficiente de minoración de resistencia de  $\gamma_c = 1.5$ , una resistencia de cálculo de  $f_{cd} = 16.66 \text{ N/mm}^2$  y un módulo de elasticidad de  $E_c = 10.000 \sqrt[3]{f_{cm}} = 32.000 \text{ MPa}$ .

El acero empleado es B500S con un límite elástico de  $f_{yk} = 500 \text{ N/mm}^2$ , un coeficiente de minoración de resistencia de  $\gamma_s = 1.15$ , una resistencia de cálculo de  $f_{yd} = 434.78 \text{ N/mm}^2$  y un módulo de elasticidad de  $E_s = 200.000 \text{ MPa}$ .

Se emplea como coeficiente de mayoración de cargas permanentes un  $\gamma_G = 1.5$  y para cargas variables de  $\gamma_Q = 1.6$ .

El cálculo de esfuerzos se realiza en fase elástica admitiéndose una redistribución de esfuerzos según la Instrucción Española. El cálculo se realiza con el programa CYPE Ingenieros versión 2004.1.d.

Se emplea la combinación de acciones usada por la Instrucción Española:

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} + \gamma_{Q,1} \cdot Q_{K,1} \quad \text{Para situaciones con una sola acción variable.}$$

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} + \sum_{i \geq 1} 0.9 \gamma_{Q,i} \cdot G_{k,i} \quad \text{Para situaciones con dos o más acciones variables.}$$

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} + \gamma_A \cdot A_{E,K} + \sum_{i \geq 1} 0.8 \gamma_{Q,i} \cdot Q_{k,i} \quad \text{Para situaciones sísmicas}$$

Por último para el armado a flexión de las vigas se emplea el procedimiento simplificado de cálculo planteado por la Instrucción Española.

#### 4.3.1 ESTUDIO DE LESIONES Y MOVIMIENTOS DIFERENCIALES

De las 27 viviendas unifamiliares referidas se examina el inmueble n° 17 de la calle Haití, cuyo levantamiento de daños y nivelación topográfica adjuntamos a continuación.

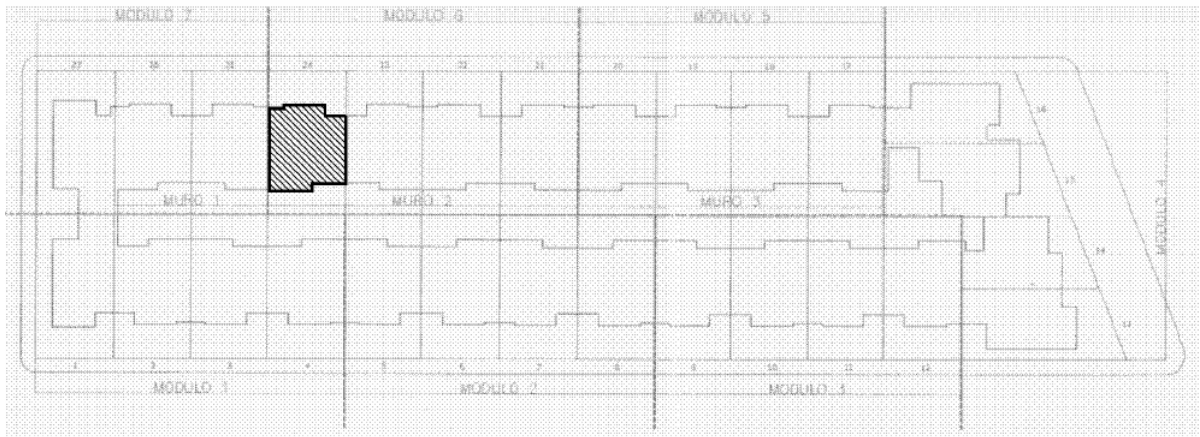


Figura 14. Ubicación de la vivienda objeto de estudio. Guillena.

La nivelación topográfica se ha realizado mediante un aparato de nivelación Láser multilínea automático compact con referencia 5405, con las siguientes características técnicas:

- Utilización de líneas verticales a 0°, 90° Y 180°, una línea horizontal y un punto de plomada
- Compensador magnético para una rápida nivelación.
- Cuando el aparato es inclinado más de unos 3° la luz parpadea como señal de alarma.
- Mecanismo de ajuste de alta precisión en un punto.
- Función de intensidad de luz interior / exterior.
- Sistema de bloqueo para una mayor seguridad en el transporte.

Por otra parte el levantamiento de daños se ha realizado mediante la inspección visual y la medición de espesores de fisuras con calibres y fisurómetros.

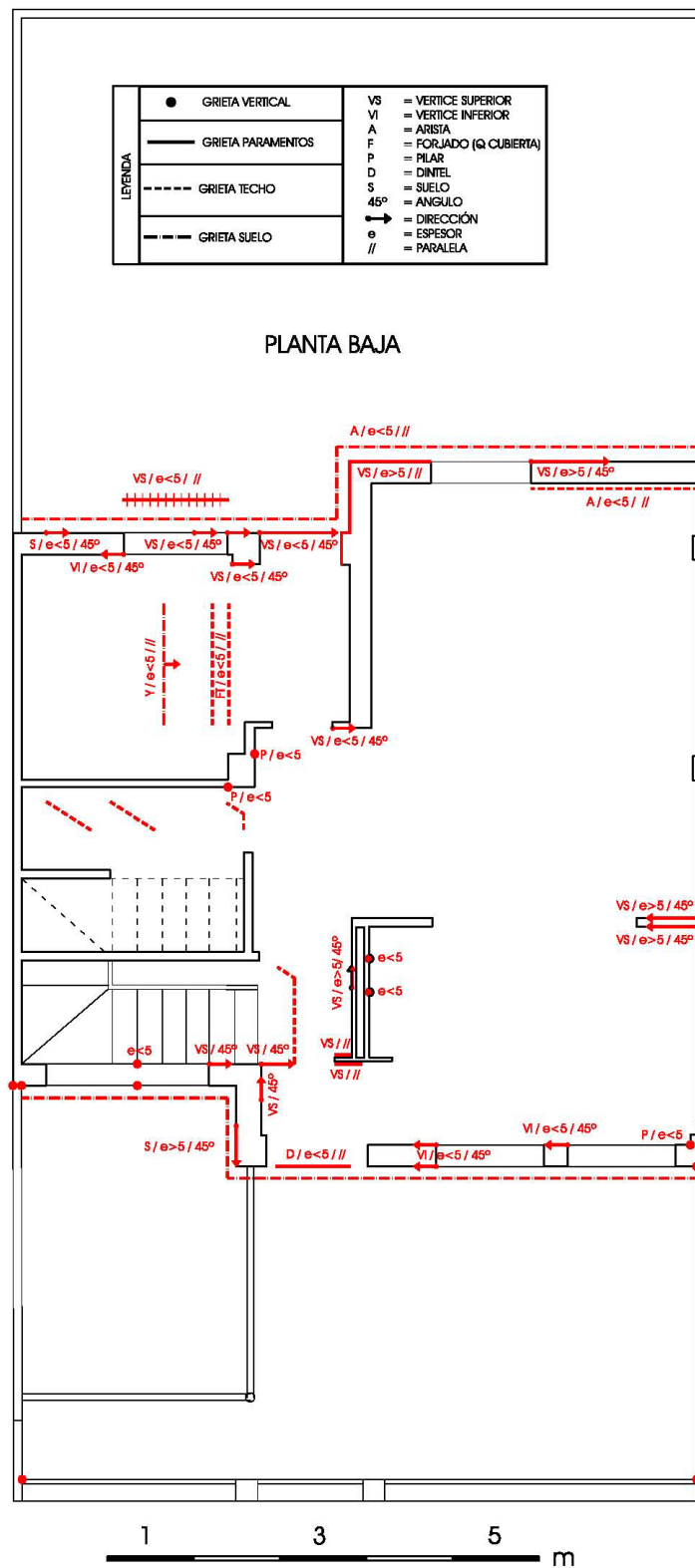


Figura 15. Levantamiento de daños en planta baja. Guillena.



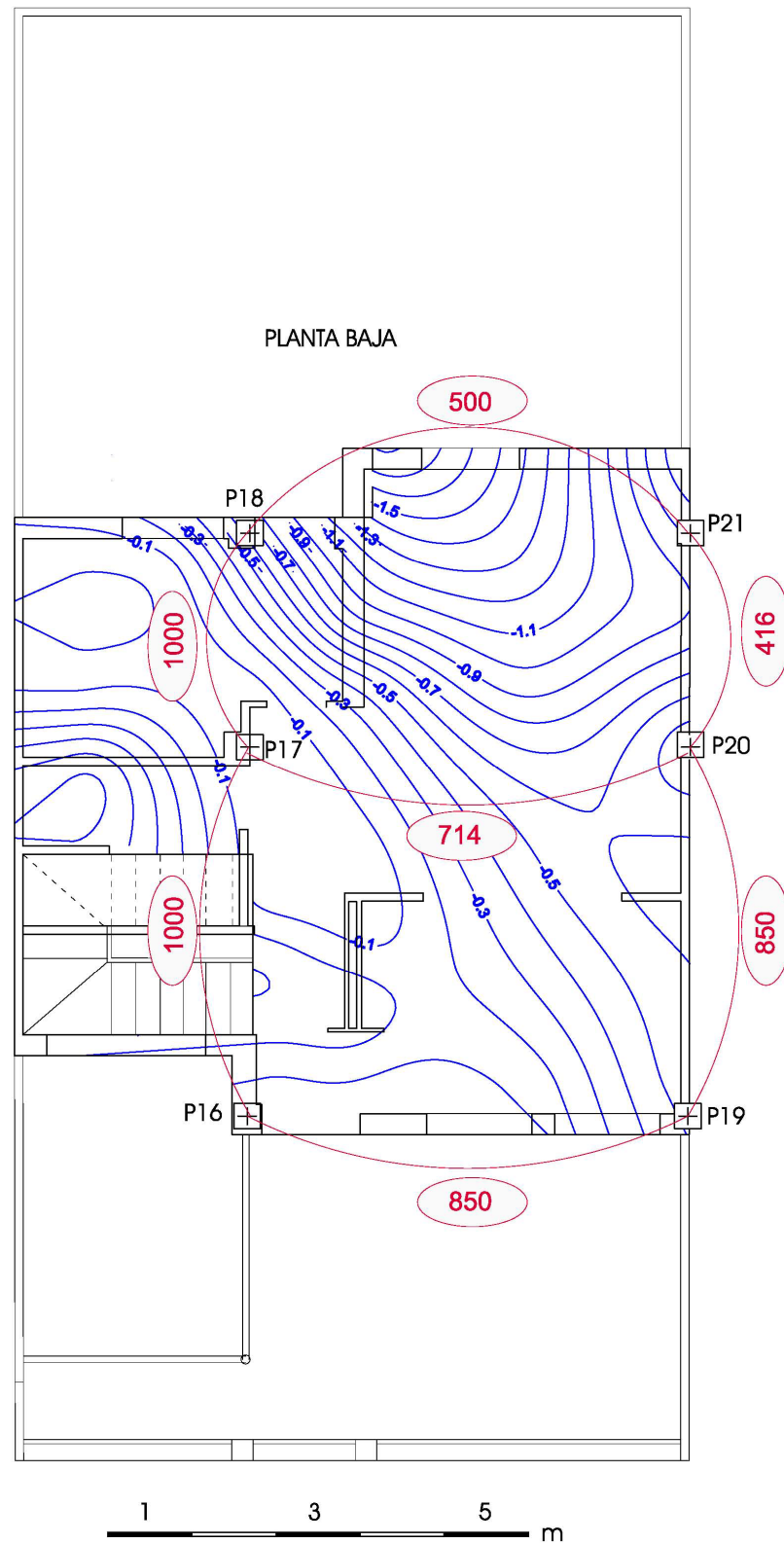


Figura 16. Nivelación topográfica forjado P1. Guillena.

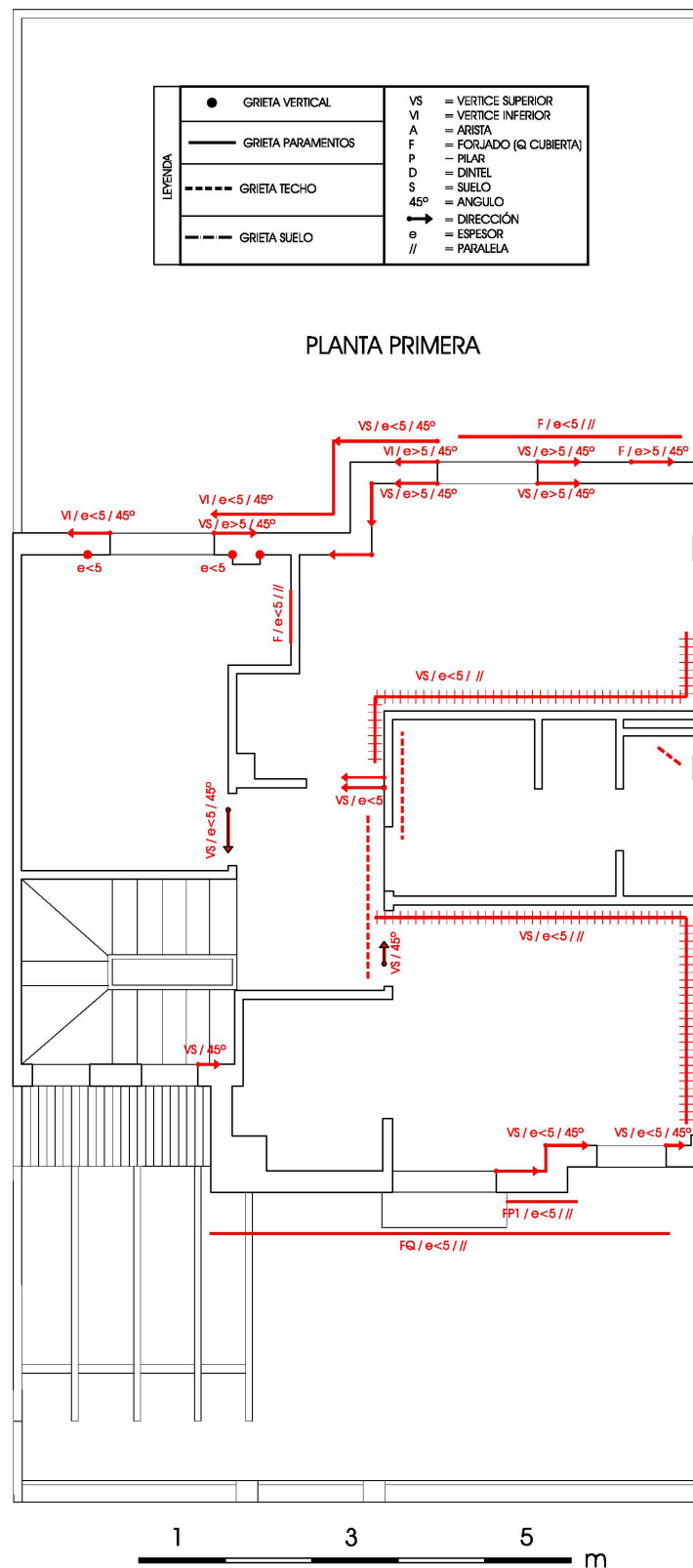


Figura 17. Levantamiento de daños planta primera. Guillena.

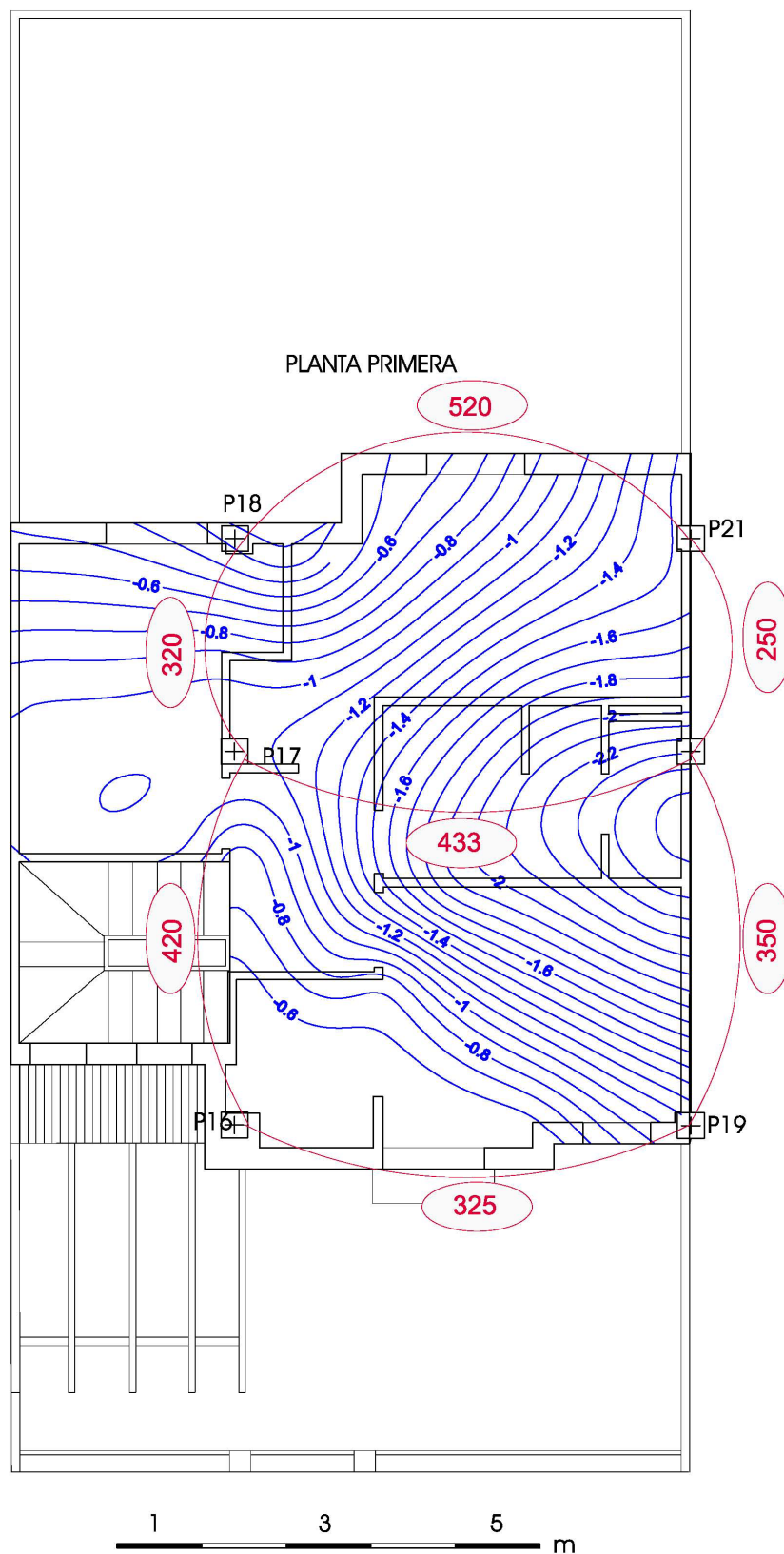


Figura 18. Nivelación topográfica forjado cubierta. Guillena.

## 4.3.2 ESTUDIO DE LA ESTABILIDAD ESTRUCTURAL Y DAÑOS EN OBRA SECUNDARIA

PLT	NUDO		NUDO		GEOMETRÍA				DISTORSIÓN Y COMPORTAMIENTO				CLASIFICACIÓN DE DAÑOS			
	Nº	COTA RELATIVA (cm)	Nº	COTA RELATIVA (cm)	LUZ (m)	b (cm)	d (cm)	l/d	DISTORSIÓN CALCULADA	DISTORSIÓN MÁXIMA PARA MOMENTO PLÁSTICO	DISTORSIÓN MÁXIMA PARA ROTURA	ANÁLISIS	FIGURACIÓN ALBAÑILERÍA ( $\Sigma$ mm)	MacLeod, I.A. (1974)	Burland, J.B. (1977)	Hintze, S. (1994)
PLANTA BAJA	16	0	19	-0,6	5,2	40	30	17,3	850	261	112	ELÁSTICO	0 a 0,5	Muy ligero	Muy ligero	Ligero
	17	-0,1	20	-0,8	5,2	60	30	17,3	714	157	72	ELÁSTICO	0 a 0,5	Muy ligero	Muy ligero	Ligero
	18	-0,5	21	-1,5	5,2	40	30	17,3	500	261	112	ELÁSTICO	0,5 a 2	Ligero	Ligero	Ligero a mod
	16	0	17	-0,4	4,2	40	30	14	1000	243	68	ELÁSTICO	0 a 0,5	Muy ligero	Muy ligero	Ligero
	17	-0,4	18	-0,625	2,5	40	30	8,3	1000	351	91	ELÁSTICO	0 a 0,5	Muy ligero	Muy ligero	Ligero
	19	-0,5	20	-1	4,2	30	30	14	850	297	131	ELÁSTICO	0	Depreciable	Depreciable	Depreciable
	20	-1	21	-1,6	2,5	30	30	8,3	416	351	91	ELÁSTICO	0	Depreciable	Depreciable	Depreciable
	16	0	19	-0,6	5,2	50	30	17,3	325	261	112	ELÁSTICO	0,5 a 2	Ligero	Ligero	Ligero a mod
PLANTA PRIMERA	17	-0,1	20	-0,8	5,2	70	30	17,3	433	157	72	ELÁSTICO	0,5 a 2	Ligero	Ligero	Ligero a mod
	18	-0,5	21	-1,5	5,2	40	30	17,3	520	261	112	ELÁSTICO	2 a 6	Moderado	Moderado	Moderado a severo
	16	0	17	-0,4	4,2	40	30	14	420	243	68	ELÁSTICO	0 a 0,5	Muy ligero	Muy ligero	Ligero
	17	-0,4	18	-0,625	2,5	40	30	8,3	320	351	91	ELÁSTICO	0 a 0,5	Muy ligero	Muy ligero	Ligero
	19	-0,5	20	-1	4,2	30	30	14	350	297	131	ELÁSTICO	0 a 0,5	Muy ligero	Muy ligero	Ligero
	20	-1	21	-1,6	2,5	30	30	8,3	250	351	91	PLÁSTICO	0 a 0,5	Muy ligero	Muy ligero	Ligero

Tabla de resultado 2. Caso práctico. Estudio de la estabilidad estructural y daños asociados en albañilería. Guillena

De los resultados anteriores se deduce que a pesar de la aparición de importantes daños por fisuración de paramentos verticales y horizontales y descuadres de carpinterías, la estructura de hormigón de la vivienda mantiene, en su práctica totalidad, un régimen elástico de deformación, es decir, resulta perfectamente estable.

Únicamente el pórtico 20-21 de planta primera ha entrado en un régimen plástico de deformación requiriendo un refuerzo estructural.

Se trata de un vano que debido a su corta longitud, tiene una relación luz/canto útil elevada que penaliza la deformación admisible dentro del régimen elástico no lineal.

En general se puede establecer una relación entre el comportamiento de la estructura y los daños registrados en la albañilería, que en base a la clasificación empleada se encuentran en un rango despreciable a ligero.



## 5.1 CONCLUSIONES.

En líneas generales se puede llegar a admitir que las estructuras en situación de servicio pueden llegar a asumir un incremento de esfuerzos o de deformación antes de ver afectada su estabilidad estructural, inicio de la plastificación del acero y/o el hormigón, y un incremento aún mayor antes de colapso.

Básicamente existen cuatro variables en el cálculo de estructuras que condicionará el incremento admisible de esfuerzos y/o deformación respecto a la situación de servicio:

- El empleo de coeficientes de mayoración de cargas.
- El empleo de coeficientes de minoración de resistencias.
- La capacidad de giro de los nudos de las estructuras.
- El empleo de cargas permanentes y variables superiores a las reales.

Sin embargo el coeficiente de minoración de resistencias dependerá del nivel de control de su fabricación y de la ejecución de la obra, las cargas permanentes y variables dependerán del uso del edificio, su superficie, su ubicación ó su exposición, y el grado de empotramiento de la estructura de la relación de la rigidez viga – pilar, del número de pórticos, de su ubicación, del número de plantas, de los axiles de los pilares, etc., variables que no pueden ser estimadas a efectos estadísticos y cuya posible influencia en el cálculo ha sido examinada en el apartado 3.1.1.

Por lo anteriormente expuesto, teniendo en cuenta exclusivamente los coeficientes de mayoración de carga, podemos concluir que los esfuerzos de cálculo de una estructura oscilarán entre el 39% y el 45% de los esfuerzos para la situación de servicio.

Mediante el procedimiento de cálculo a nivel de sección planteado en este documento, podemos deducir que únicamente el 7% de las piezas en situación de servicio, secciones de gran geometría y cargas reducidas, trabajan en régimen elástico lineal.

Estas piezas no admitirán ningún incremento de esfuerzo o deformación sin pasar a un régimen elástico no lineal de deformación, rango en el que se sitúa el resto de secciones estudiadas.

Este límite queda reflejado en el gráfico siguiente mediante la línea situada en el 100%, resultado en tanto por ciento del cociente entre el flector que define el límite elástico lineal, y el momento flector para la situación de servicio.

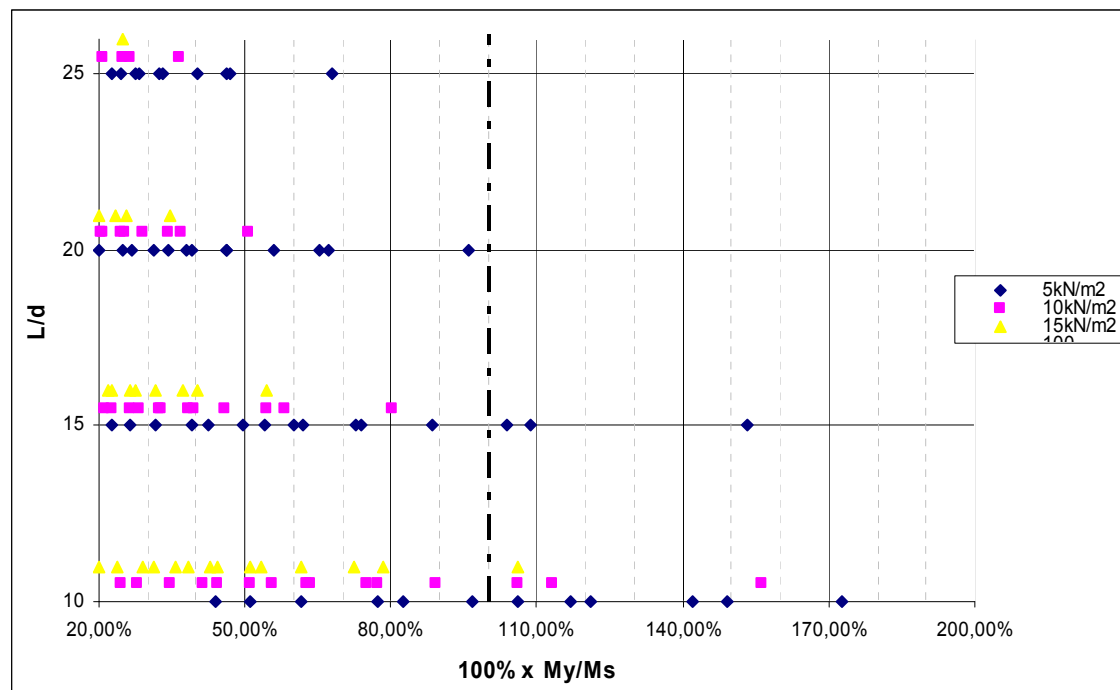


Gráfico 1. Rango de deformación de las estructuras en situación de servicio.

Por otra parte, se ha comprobado que las estructura admiten un amplio incremento de deformación dentro del rango elástico no lineal hasta alcanzar el régimen plástico, momento a partir del cual se vería comprometida la estabilidad de la estructura.

Este incremento admisible de deformación mantiene una relación aproximadamente lineal con la variable luz/canto útil de la pieza para cargas convencionales, entre 5 y 10kN/m<sup>2</sup>, resultando penalizada la capacidad de deformación elástica de la sección a medida que aumentamos la relación  $L/d$ .

En estos casos se podría estimar una distorsión máxima admisible para el límite elástico no lineal de  $L/180$  para  $L/d$ : 25,  $L/200$  para  $L/d$ : 20,  $L/250$  para  $L/d$ : 15 y  $L/400$  para  $L/d$ : 10.

Esta relación de valores medios desaparece a medida que endurecemos las condiciones geométricas y/o de las cargas por superficie, siendo necesario examinar el valor correspondiente a cada pieza en función a sus características.



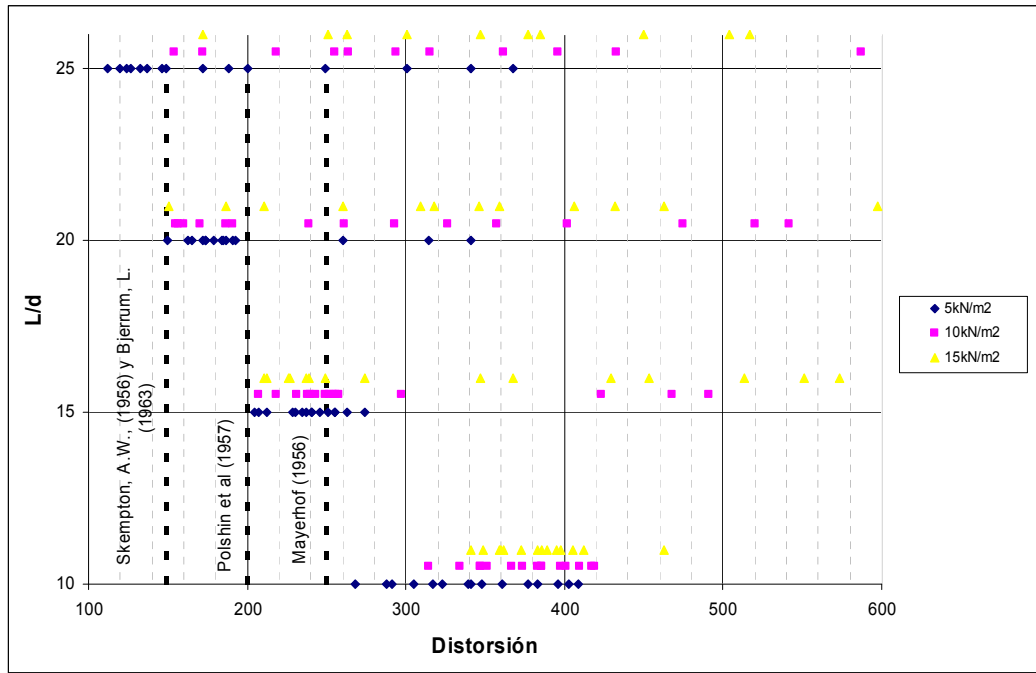


Gráfico 2. Distorsión angular máxima para el límite elástico no lineal

Dentro del régimen plástico existe de nuevo un amplio rango de deformación admisible hasta la rotura, que variará básicamente en función a la ductilidad de la pieza.

De forma aproximada se puede estimar que las piezas llegarán al colapso para valores de distorsión de  $L/100$ , resultado que puede variar en función a las características geométricas, mecánicas y de cargas, desde  $L/60$  hasta  $L/250$ , según reflejamos en el gráfico siguiente.

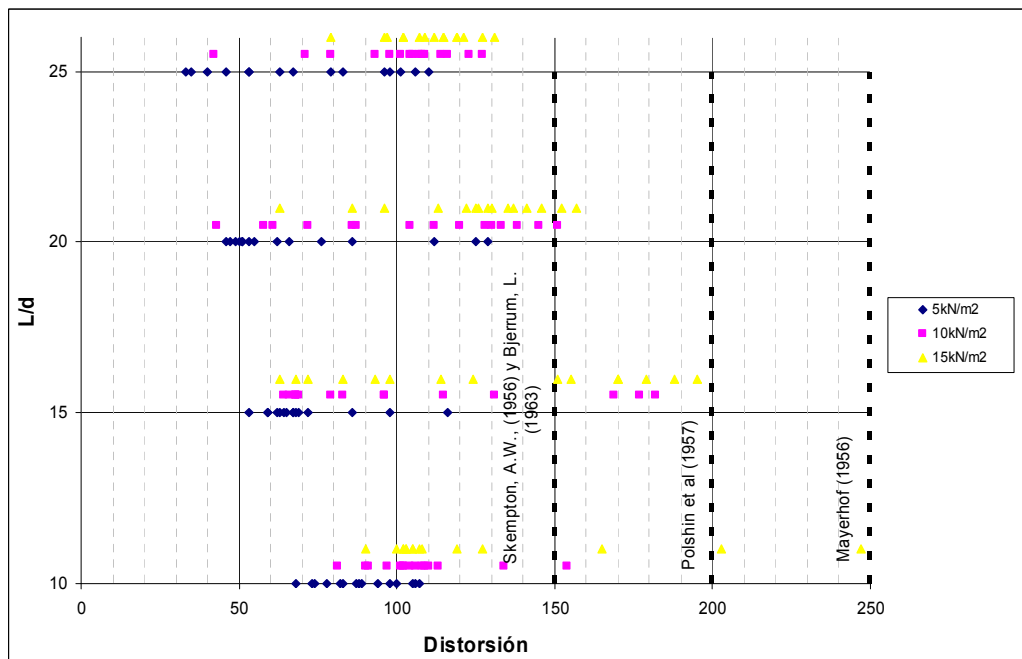


Gráfico 3. Cálculo no lineal de la distorsión angular máxima admisible para la rotura

Por todo lo anteriormente expuesto, podemos concluir que los valores de distorsión máxima admisible dependerán en todo caso de las características geométricas, mecánicas, de carga y de armado de cada pieza, de modo que el empleo de valores únicos o globales de distorsión puede resultar conservador o arriesgado según el caso, siendo necesario el análisis discretizado de la estructura.

De este modo, el CTE-DB-SE-C, refleja un valor máximo de distorsión angular para estructuras de hormigón de  $L/300$  para el Estado Límite de Servicio.

Sin embargo comprobamos que existen un amplio espectro de combinaciones, fundamentalmente penalizadas por la relación luz/canto útil, que no tienen gran capacidad de deformación elástica, y que verían afectada su estabilidad al entrar en un rango plástico de deformación para distorsiones inferiores a  $L/300$ .

Asimismo encontramos combinaciones cuyos valores de distorsión asociados a la rotura resultan más o menos restrictivos, según el caso, que los propuestos por los diferentes autores reflejados en el capítulo de estado del arte.

Skempton A.W. (1956) y Bjerrum, L. (1963) establecen un valor máximo de distorsión para el ELU de  $L/150$ , Polshin et al (1957),  $L/200$ , y Mayerhof (1956),  $L/250$ , sin embargo comprobamos que a medida que aumentamos las cargas se reduce la capacidad de deformación de la pieza, pudiendo variar la distorsión máxima entre  $L/60$  y  $L/250$ .

## 5.2 APORTACIONES DE LA TESIS DOCTORAL

El Artículo 17 de la Ley de Ordenación de la Edificación. (38/1999, 5 de noviembre), "Responsabilidad civil de los agentes que intervienen en el proceso de la edificación", establece que "las personas físicas o jurídicas que intervienen en el proceso de la edificación responderán frente a los propietarios y los terceros adquirentes de los edificios... durante diez años, de los daños materiales causados en el edificio por vicios o defectos que afecten a la cimentación, los soportes, las vigas, los forjados, los muros de carga u otros elementos estructurales, y que comprometan directamente la resistencia mecánica y la estabilidad del edificio".

El presente documento ha tenido como objetivo establecer una referencia aproximada de los valores de distorsión angular a partir de los cuales se vería comprometida la resistencia mecánica y la estabilidad del edificio, valores de distorsión asociados a la plastificación de las secciones, y aquellos que darían lugar al colapso de la estructura.

Se trata por tanto de aportar una referencia que permita deslindar los daños derivados de un asiento diferencial que podría quedar cubiertos por la garantía decenal a la que hace referencia la Ley de Ordenación de la Edificación.

Para ello el presente documento aporta un procedimiento de cálculo basado en la modificación del diagrama clásico de pivotes, mediante el cual se puede definir el valor límite de tensión, deformación y esfuerzos asociado a un rango concreto de deformación, así como el incremento admisible de esfuerzos y/o deformación desde la situación de servicio de la sección.

Los apartados 3.1.6.1 a 3.1.6.3 desarrollan este cálculo a nivel de sección, facilitando los valores de distorsión máxima admisible asociados al comportamiento elástico, plástico y de rotura en la rebanada más desfavorable de la pieza, correspondiente al empotramiento opuesto al punto de descenso del pórtico.

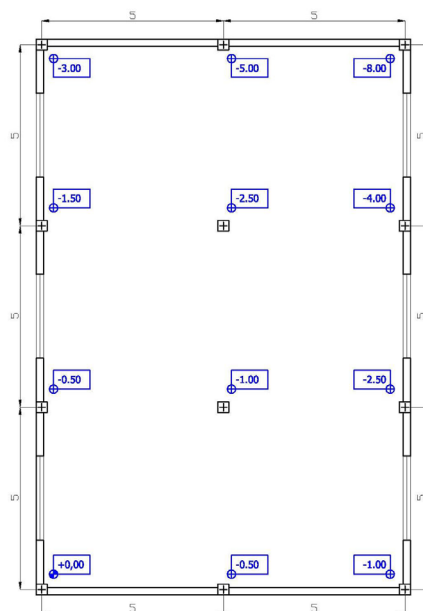
En el apartado 3.1.7 amplía este planteamiento para desarrollar el cálculo a lo largo de la pieza, procedimiento matemático que permite una representación gráfica de los esfuerzos y la curvatura para deducir donde y como habría que reforzar la estructura.

Estos cálculos se obtienen mediante una iteración que relaciona de forma coherente la rigidez y los esfuerzos de la pieza, algoritmo que desarrollado en el apartado 3.1.3.5 que permite la convergencia de ambas variables.

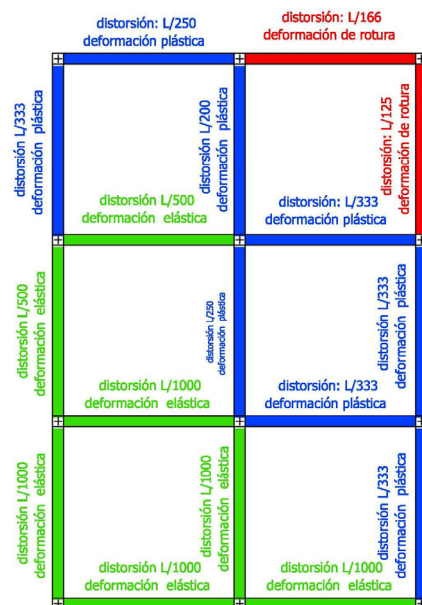
Por otra parte el apartado 3.2 se propone un modelo de cálculo que permite relacionar la geometría de un paramento con los valores de distorsión asociados a su fisuración, momento a partir del cual la estructura asume la totalidad de los esfuerzos derivados la deformación.

Por último, este documento ofrece un proceso ordenado de toma de datos que permite deducir el comportamiento del edificio frente a un movimiento diferencial.

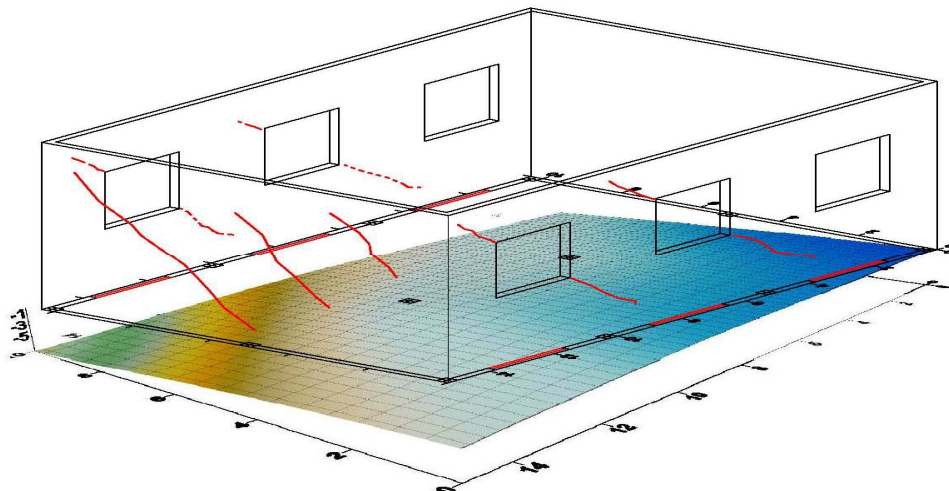
1. Una nivelación topográfica para la lectura de movimientos verticales.
2. Un levantamiento de daños para deducir si dichos movimientos provocan la deformación o el giro de la estructura.
3. Una representación gráfica del rango de deformación en el que trabaja la estructura tras el siniestro.



1. Nivelación topográfica.



3. Análisis de la estabilidad de la estructura.



2. Contraste entre nivelación y levantamiento de daños

Figura 1. Nivelación topográfica, levantamiento de daños y análisis de la estabilidad

### **5.3 FUTURAS LINEAS DE INVESTIGACIÓN**

Las investigaciones que se han llevado a cabo en la presente tesis doctoral podrían aplicarse al estudio de otros elementos estructurales de hormigón, o derivar incluso en un análisis global y estadístico de la rigidez capaz de aportar la relación paramentos-estructura al conjunto edificado.

A continuación se desarrollan algunas posibles líneas investigación relacionadas con los estudios planteados en este documento.

#### **5.3.1 INFLUENCIA DE LA ALBAÑILERÍA EN LA RESISTENCIA GLOBAL DE LA ESTRUCTURA**

Los paramentos verticales de una edificación, cerramiento, particiones y medianeras asumen, antes de su fisuración, parte de los esfuerzos derivados de los movimientos diferenciales horizontales o verticales del edificio.

Tras la fisuración de la albañilería estos esfuerzos son redistribuidos en la estructura, que tras conseguir un nuevo equilibrio vuelve a transmitir tensiones a los paramentos verticales.

Se plantea como una posible línea de investigación el estudio de la resistencia derivada del conjunto estructura - albañilería, estableciendo una relación estadística en función a la tipología edificatoria, uso al que se destina y superficie, entre la resistencia global estructura – albañilería y la máxima distorsión angular capaz de asumir el conjunto.

#### **5.3.2 ESTRUCTURAS DE PLACAS**

Los procedimientos de cálculo ofrecidos en este documento son aplicables a las estructuras de placas o de mallas, losas armadas o forjados reticulares de hormigón, considerando como geometría de la sección la obtenida mediante el empleo de los pórticos virtuales, según Scalón y Murray (1982) , ACI-318 (2005), Regalado Tesoro F. (2003), Calavera J. y García Durati (2003).

#### **5.3.3 FLECHAS MÁXIMAS ADMISIBLES**

De nuevo los procedimientos de cálculo no lineal de esta tesis podrían resultar aplicables al cálculo de las flechas máximas admisibles para cada rango de deformación, elástico lineal, elástico no lineal, plástico y de rotura.

## BIBLIOGRAFÍA

1. ACI 318 (2005). *Reglamento Estructural para Edificaciones*.
2. ACI 530 (2005). *Building Code Requirements and Specification for Masonry Structures*
3. Alegre Heitzmann, V. (2008). *Estudios de Sensibilidad frente a cubetas de asiento de estructuras de hormigón*. Comunicación para la Jornada Técnica sobre Movimientos de Edificios Inducidos por Excavaciones: criterio de daños y gestión de riesgos, Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos de Barcelona, pp 128-168.
4. Bentz E. (2005). Explaining the Riddle of Tension Stiffening Models for Shear Panel Experiments. *ASCE, Journal of Structural Engineering*, Vol 131, No 9, pp 1422-1425.
5. Bjerrum, L. (1963). *Allowable Settlement of Structures*. Proceedings of European Conference on Soil and Foundation Engineering, Weisbaden, Germany, Vol 3, pp 135-137.
6. Boone, S.J. (1996). Ground-Movement-Related Building Damage. *Journal of Geotechnical Engineering*, ASCE, Vol 122, No. 11, pp 886-896.
7. Boone, S.J. Garrod, B. & Branco, P. (1998). Building and Utility Damage Assessments, Risk and Construction Settlement Control. *Tunnels and Metropolises*, Balkema, pp 243 - 248.
8. Boone, S.J. (2001). *Assessing Construction and Settlement-Induced Building Damage*. Proceedings of Conference on 54 th Canadian Geotechnical Conference, Calgary, pp 854-861.
9. Boone, S.J. (2008). Evaluating Risks of Construction-Induced Building Damage For Large Underground Construction Projects. Comunicación para la Jornada Técnica sobre Movimientos de Edificios Inducidos por Excavaciones: criterio de daños y gestión de riesgos, Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos de Barcelona, pp 100-128.
10. Borja Varona Moya, F., García Andino, L., López Juárez, J.A. (2010). El análisis lineal con redistribución limitada y los criterios de ductilidad de las secciones en la EHE-08. *Hormigón y Acero*. Vol 61, no 257, pp 81-90.
11. Boscarding, M.D. and Cording, E.J., (1989). Building Response to Excavation-induced Settlement. *Journal of Geotechnical Engineering*, ASCE, Vol 115, pp 1-21.
12. Broto, C. (2005). *Enciclopedia Broto de Patologías de la Construcción*. Barcelona, España: Gustavo Gili.
13. Burland, J.B., Wroth, C.P. (1974), *Allowable and Differential Settlement of Structures, Including Damage and Soil-Structure Interaction*. Proceedings of Conference on

- Settlement of Structures, Cambridge University Institution of Civil Engineers, London, pp. 611-654.
14. Burland, J.B., Broms, B., De Mello, V.F.B. (1977). Behaviour of Foundations and Structures. Proceedings of the 9th international conference on soil mechanics and foundation engineering, Tokio, Vol 2, pp 495-546.
  15. Burland, J.B. (1995). *Assessment of risk of damage to buildings due to tunnelling and excavation*. Proceedings of 1th International Conference on Earthquake Geotechnical Engineering, IS-Tokyo, pp 1189-1201.
  16. Burland, J.B. (2008). *The assessment of the risk of damage to buildings due to tunnelling and excavation*. Jornada Técnica de Movimientos de Edificios Inducidos por Excavaciones: Criterios de daño y gestión de riesgo. Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puentes de Barcelona.
  17. Cano Marín R.D. (2013a). *Analysis of constructive pathologies of a building constructed on expansive ground and repair proposal*. Proceedinf of 5th International Congress on Energy and Environment Engineering and Management, Lisbon, pp 126-140.
  18. Cano Marín R.D. (2013b). *Resistance calculation of a masonry structure against a deformation due to a seismic movement*. Proceedinf of 5th International Congress on Energy and Environment Engineering and Management, Lisbon, pp 142-150.
  19. Cano Marín, R.D., Jaramillo Morilla, A., Benal Serrano, F.J., Moreno Rangel, D. (2014). Un estudio de caso: Rehabilitación singular de edificios de viviendas en la barriada del Parque Alcosa, análisis de daños constructivos comunes y propuesta de intervención. *Informes de la Construcción*. Vol 66, pp 534.
  20. Cano Marín, R.D. (2014). *Análisis de la estabilidad de una estructura de hormigón sometida a asientos diferenciales*. Comuniación al VI Congreso Internacional de Estructuras de la Asociación Científico Técnica del Hormigón Armado, Madrid, pp 75-77.
  21. Cypecad ingenieros S.A. 2011b. Memorias de cálculo.
  22. Chamecki, S. (1956). Structural Rigidity in Calculating Settlements. *Journal of Soil Mechanics and Foundation Division*, ASCE, Vol 82, SM 1, pp 1-19.
  23. CEB-FIP (1990). *Código Modelo*
  24. Collins M.P. y Mitchell D. (1991). *Prestressed Concrete Structures*. Prentice-Hall, New Jersey.
  25. CTE-DB-AE (2006). *Código Técnico de la Edificación. Documento Básico Acciones en la edificación*.
  26. CTE-DB-C (2006). *Código Técnico de la Edificación Documento Básico Cimientos*.
  27. CTE-DB-F (2006). *Código Técnico de la Edificación. Documento Básico Fábrica*.

28. CTE-DB-SE (2006). Código Técnico de la Edificación. Documento Básico Seguridad Estructural.
29. Chen, W.F. and Sohal, I. (1995) *Plastic design and second-order analysis of steel frames*. New York: Springer-Verlag
30. Doñate A, Calavera J., Gállego J. M., Gómez A., Marí A.R., Perepérez B., Ruano N., (2003). *Cálculo práctico de estructuras de hormigón armado con redistribución de esfuerzos*, Monografías Arcer nº 3, Calidad Siderúrgica S.R.L.
31. EC-2 (1992). UNE-EN 1992-1-1. *Eurocódigo 2: Proyecto de estructuras de hormigón*.
32. EHE (2008). *Instrucción del hormigón estructural*.
33. Regalado Tesoro F. (2003). *Los forjados reticulares, diseño, análisis, construcción y patología*. Alicante, España: Biblioteca Técnica CYPE Ingenieros S.A.
34. Grant, R., Christian J.T., and Vanmarcke, E.H. (1974), Differential Settlement of Buildings, *Journal of Geotechnical Engineering*, ASCE, Vol. 100, No. GT9, pp. 973-991.
35. Hernández Montes, E., Gil Martín, L.M. and Aschheim, M., (2006). Optimal domains for strength design of rectangular sections for axial load and moment according to Eurocode 2. *Engineering Structures*, no 29, pp: 1752-1760.
36. Hernandez Montes, E. y Gil Martín L.M. (2007). *Hormigón Armado y pretensado*, Granada, España: Grupo de Investigación TEP-190 Ingeniería e infraestructuras.
37. Hernández Montes, E., Gil Martín L.M. and Aschheim, M., (2012). Dimensionamiento en rotura a flexión de secciones de hormigón armado, un planteamiento compacto. *Informes de la Construcción*, Vol 64, no 528, pp: 497-505.
38. Hernández Montes, E., Gil Martín L.M., Pasadas Fernández, M. (2008). Theorem of optimal reinforcement for reinforced concrete cross sections. *Structural and Multidisciplinary Optimization*. Vol 36, pp: 509-521.
39. Hernández Montes, E., Gil Martín, L.M y Albajar Molera, L. (2004). Límites de la teoría de rotura y prerrotura para solicitaciones combinación de momentos torsores y flectores en piezas de hormigón. *Hormigón y Acero*. No 231, pp: 97-100.
40. Hintze, S. (1994). *Risk Analysis in Foundation Engineering with Application to Piling in Loose Friction Soils in Urban Situations*, (Tesis doctoral), Division of Soil and Rock Mechanics, Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden
41. Instituto Geológico y Minero de España (1986). *Guía de previsión de riesgos por expansividad de arcillas*. Madrid: Ayala Caicedo, F.J., Ferre Gijón, M., Oteo Mazo, C., Salinas Rodríguez, J.L.



42. Instituto Geológico y Minero de España (1986). *Mapa Geológico de España y Mapa Geológico General*. Madrid: Ayala Caicedo, F.J., Ferre Gijón, M., Oteo Mazo, C., Salinas Rodríguez, J.L.
43. IBC (2000). International Building Code.
44. Jiménez Montoya, P., García Meseguer, A., Morán Cabré, F., Arroyo Portero, J.C. (2012). *Hormigón Armado*. (15ª ed), Barcelona, España: Editorial Gustavo Gili.
45. Ley de Ordenación de la Edificación. (38/1999, 5 de noviembre). *Boletín Oficial del Estado*, 266, Noviembre 6, 1999.
46. NBE-FL-90 (1990). *Norma Básica de la Edificación Muros Resistentes de Fábrica de Ladrillo*.
47. NTCM (2002). *Normas Técnicas Complementarias para diseño y Construcción de estructuras de Mampostería*.
48. MacLeod, I.A. & Littlejohn, G.S. (1974). *Discussion on Session 5*. Proceedings of the conference of Settlement of Structures, Cambridge, London, pp 792-795.
49. Mander J.B., Priestley, M.J.N. and Park, R. (1988). Theoretical Stress-Strain Model for Confined Concrete. *Journal of Structural Engineering*, Vol 114, N° 8.
50. Mañà i Reixach F. (1995), *Recomanacions per al reconeixement, la diagnosi i la teràpia de fonaments*, Generalitat de catalunya departament de política territorial i obres públiques direcció general d'arquitectura i habitatge.
51. Martín Gil, D. y Gonzalez Valle E. (2010). La deformabilidad de las estructuras de hormigón en la edificación: su evolución. *Hormigón y Acero*. Vol 61, no 256, pp 61-69.
52. Meli, R. (1975). Comportamiento Sísmico de Muros de Mampostería. *Instituto de Ingeniería UNAM*, No 352, pp: 114
53. Meli, R. (1979). *Comportamiento sísmico de muros de mampostería*. (2ª Ed). Instituto de Ingeniería No. 352, pp: 141.
54. Meyerhof, G.G. (1947). The settlement analysis of building frames. *Structural Engineer*, 25, pp 369-409.
55. Morán, F. y Gutiérrez, J.P. (2008). *La disminución progresiva de armaduras de soportes en la normativa española reciente*. IV Congreso ACHE, Valencia 2008.
56. Muñoz Hidalgo, M. (1997). *Curso de patología de la edificación*. Sevilla, España: Colegio Oficial de Aparejadores y Arquitectos Técnicos de Sevilla.
57. Murcia Vela, J., Aguado de Cea, A. (1983), Análisis de estructuras de hormigón armado y pretensado. *Informes de la Construcción*, Vol 35, No 350

58. Murcia Vela, J., Aguado de Cea, A., Marí Bernat A.R. (1993). *Hormigón armado y pretensado*. Barcelona, España: Universidad Politécnica de Cataluña.
59. Park, R. y Paulay, T. (1994). Estructuras de concreto reforzado. México: Editorial Limusa, Grupo Noriega Editores
60. Pérez Caldentey, A. (2013). Proyecto de estructuras de hormigón frente a los efectos de deformaciones impuestas. Monografía 22. ACHE. Madrid: *Asociación Científico-Técnica del Hormigón Estructural*.
61. Pérez Valcalcer, P. (2005). *Jornadas Técnicas de Estudios Geotécnicos y Proyecto de Cimentaciones*. (Master en rehabilitación arquitectónica inédito). Escuela Técnica Superior de Arquitectura de La Coruña.
62. Polshin, D.E., et al (1957). *Maximum Allowable Nonuniform Settlement of Structures*. Proceedings of the Fourth International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, London, Vol 1, pp. 402-406.
63. Potts, D.M., Addenbrooke, T.I. (1997). *A structures's influence on tunnelling-induced ground movements*, Proceedings of the Institution of Civil Engineers, Geotechnical Engineering, London, Vol 2, Part 1, pp 109-125.
64. Rodríguez-Monteverde y Cantarll, M. P. (2003). *Influencia de las deformaciones diferidas del terreno sobre la redistribución de cargas y la fisuración de estructuras*. (Tesis doctoral inédita). Departamento de Mecánica de Medios Continuos. Universidad Politécnica de Madrid.
65. Rüsçh, H. (1962). Recherches scientifiques concernant la rupture eb flexion et en compression. *CEB Bulletin*, No 36.
66. Rüsçh, H. (1972). *Stahlbeton-Spannbeton*, Düsseldorf: Wernwe Verlag.
67. Serrano Alcudia, F. (1970). *Patología de la edificación el lenguaje de las grietas*. Madrid, España: Fundación Escuela de la Edificación.
68. Serrano Alcudia, F. (2007). *Estudio integral de los edificios. La lógica de su procedimiento*. Madrid, España: Fundación Escuela de la Edificación.
69. Skempton, A.W., Mac Donald, D.H. (1956). *Allowable Settlement of Buldings*. Proceedings of the Institution of Civil Engineers, 5, Part 3, Vol 5, pp. 727-768
70. SIA 162 (1968). *Norma suiza para el diseño de estructuras de hormigón*.
71. Sociedad Española de Mecánica del Sielo e Ingeniería Geotécnica (1999), Jornadas sobre obras de interés geotécnicos ejecuctadas por constructores españoles.
72. Sowers, G.F. (1984). Correction and protection in limestone terrain. Proceedings of the conference on Geology, Engineering and Environmental Impact, Rotterdam, pp 373-8.

73. Sutherland, H., Clifford, W. (1926). *Introduction to Reinforced Concrete Design*. New York, EEUU: John Wiley & Sons.
74. Tena, A. (2001). *Diseño de Estructuras de Mampostería*. Apuntes del curso dictado en la Maestría en Estructuras de la Universidad Autónoma Metropolitana Azcapotzalco y en el Posgrado de Ingeniería de la UNAM, sexta actualización.
75. Tena, A., Miranda, E. (2003). *Edificaciones de Mampostería para vivienda*. (2ª ed), cap 4, pp 103-132, México: Sergio Alcocer.
76. Thomas T. C. Hsu y Yi-Lung Mo. (2010). *Unified Theory of Concrete Structures*, New Delhi, India: John Wiley & Sons.
77. Tomazevic, M. (1997). *Earthquake Resistant Design of Masonry Buildings*. Londo: Imperial College Press.
78. UBC (1997). *Uniform Building Code*.
79. Uriel, A. (1982). *Patología de las Cimentaciones. Fallos intrínsecos. Cimentaciones en la edificación*. Escuela de la Edificación, Madrid.
80. Vecchio, F.J., y Collins, M.P. (1986). The Modified Compression Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear- *ACI Journal*. Vol 83, No 2, pp 219-231.
81. Whitney, C. S, and Cohen, E. (1956). Guide for Ultimate Strength Design of Reinforced Concrete. *ACI Journal*, Vol 28, No 5, pp. 445-490.
82. Ziad N. Taqieddin Z.N. and Voyiadjis G.Z. (2009). Elastic Plastic and Damage Model for Concrete Materials: Part II: Implementation and Application to Concrete and Reinforced Concrete. *International Journal Of Structural Changes In Solids*, Vol 1, No 1, pp. 187-209

## INDICE DE FIGURAS

---

Figura 1. Nivelación topográfica. Caso propio de estudio.

Figura 2. Daños por elevación de zapata intermedia

Figura 3. Daños por asiento de zapata intermedia

Figura 4. Daños por asiento de zapatas laterales

Figura 5. Daños por elevación de zapatas laterales

Figura 6. Daños por deformación convexa

Figura 7. Daños por deformación

Figura 8. Daños por asiento central corto

Figura 9. Daños por asiento central largo

Figura 10. Daños por asiento extremo corto

Figura 11. Daños por asiento extremo largo

Figura 12. Fisuración por los flectores derivados de un asiento diferencial en pilar central

Figura 13. Fisuración por los cortantes derivados de un asiento diferencial en pilar central

Figura 14. Fisuración por los flectores derivados de un asiento diferencial en pilar extremo

Figura 15. Fisuración por los cortantes derivados de un asiento diferencial en pilar extremo

Figura 16. Asiento por diferente exposición del terreno a la intemperie

Figura 17. Asiento por apoyo de la cimentación en estratos diferentes

Figura 18. Asiento por la circulación natural de agua pluvial

Figura 19. Asiento por deslizamientos y corrimientos

Figura 20. Asiento por apoyo en rellenos con sección heterogénea

Figura 21. Asiento por apoyo en rellenos con sección heterogénea

Figura 22. Diferente transmisión de carga

Figura 23. Diferente transmisión de carga

Figura 24. Diferente transmisión de carga

Figura 25. Asiento por aumento del nivel freático

Figura 26. Asiento por arrastre de agua y finos

Figura 27. Asiento por deformación e cabeza de muro pantalla

Figura 28. Asiento por modificación de cargas transmitidas al terreno

Figura 29. Mapa de riesgo de expansividad de las arcillas.

Figura 30. Ejemplo genérico del incremento admisible de momento flector y curvatura de una sección sometida a las cargas habituales de servicio.

Figura 31. Caso propio de estudio. Análisis de la estabilidad de una estructura sometida a movimientos diferenciales

Figura 32. Definición geométrica del movimiento diferencial.

Figura 33. Definición gráfica del movimiento de cimentaciones sin giro.

Figura 34. Definición gráfica del movimiento de cimentaciones con giro

Figura 35. Valores de distorsión angular y daños asociados

Figura 36. Fisuración de una viga simple sometida a flexión y cortante Burland, J.B., Wroth, C.P. (1974)

Figura 37. Relación entre distorsión angular y rigidez del edificio. Burland (2001)

Figura 38. Relación entre distorsión angular cóncava y convexa y valores de  $L/H$ , y daños asociados. Burland (1977)

Figura 39. Criterio de daños simplificado asociado a la distorsión, Boscardin y Cording (1989)

Figura 40. Clasificación de daños para  $L/H=1$  según Burlan (1997)

Figura 41. Diagramas tensión-deformación para el hormigón.

Figura 42. Diagrama tensión-deformación propuesto por el EC2 (1992) y la EHE (2008) para el cálculo estructural no lineal con cargas instantáneas

Figura 43. Diagrama parábola rectángulo del EC-2

Figura 44. Diagrama rectangular de la tensión según el EC-2

Figura 45. Diagrama de tensiones normales en la zona comprimida según los diagramas parábola-rectángulo y rectangular.

Figura 46. Diagrama bilineal tensión deformación, según la EC-2

Figura 47. Distribución de tensiones y curvatura en un elemento fisurado

Figura 48. Contribución del hormigón a tracción.

Figura 50 Relación tensión-deformación medida para el hormigón en tracción

Figura 51. Modelo de diagrama tensión deformación empleado en la tesis

Figura 52. Modelo tensión deformación del hormigón confinado y no confinado

Figura 53. Diagrama idealizados y de cálculo de tensión deformación para acero de armaduras pasivas en tracción y compresión, según EC-2.

Figura 54. Diagrama tensión deformación para acero

Figura 55. Tensiones y deformaciones a lo largo del proceso de carga, prefisuración elástica, fisuración elástica y fase de prerrotura.

Figura 56. Diagrama momento - curvatura de piezas con rotura dúctil.

Figura 57. Diagrama momento - curvatura para de piezas con rotura frágil.

Figura 56. Distribución de deformaciones

Figura 57. Condiciones de equilibrios de una sección rectangular

Figura 60. Distribuciones posibles del alargamiento y de la deformación unitaria en ELU. EC-2

Figura 61. Deformaciones de rotura según la ACI-318-08

Figura 62. Diagrama de dos pivotes

Figura 63. Dominio de deformación 1 definidos por los planos 1 y 2. EHE

Figura 64. Dominio de deformación 2 definidos por los planos 2 y 3. EHE

Figura 65. Dominio de deformación 3 definidos por los planos 3 y 4. EHE

Figura 66. Dominio de deformación 4 definidos por los planos 4 y 5. EHE

Figura 67. Dominio de deformación 4ª definidos por los planos 5 y 6. EHE

Figura 68. Dominio de deformación 5 definidos por los planos 6 y 7. EHE

Figura 69. Plano de rotura 1

Figura 70. Plano de rotura 2

Figura 71. Plano de rotura 3

Figura 72. Plano de rotura 4

Figura 73. Plano de rotura 5

Figura 74. Plano de rotura 6

Figura 75. Plano de rotura 7

Figura 76. Dominios y planos de deformación de la sección de hormigón.

Figura 77. Relación entre curvatura última y profundidad de la fibra neutra

Figura 78. Relación entre la tensión y la profundidad de la fibra neutra

Figura 79. Relación entre la tensión y la profundidad de la fibra neutra

Figura 78. Relación momento de rotura y tensiones en el hormigón y el acero

Figura 79. Relación entre el momento de rotura y la profundidad de la fibra neutra

Figura 80. Diagrama de pares momento-axil

Figura 83 Representación gráfica de  $A_{s1}(x)$  y  $A_{s2}(x)$  en función de  $x/d$

Figura 84 Respuesta tensional de una sección armada con dos armaduras,  $A_{s1} < A_{s2}$  sometidas a su máximo momento flector  $M1 < M2$

Figura 85 Plano límite en el diagrama de pivotes de la instrucción española

Figura 86 Relación entre las tensiones de la armadura y  $x$ . Fig A.7.2 EHE 08

Figura 87. Asiento de un pilar en esquina y flectores biaxiales asociados.

Figura 88 Flexión compuesta biaxial en una sección rectangular

Figura 89. Distribución de tensiones en una sección genérica sometida a flexión biaxial.

Figura 90 Tipos de rotura por esfuerzos tangenciales

Figura 91 Grietas de cortante y grietas de flexión-cortante

Figura 92 Distribución de tensiones tangenciales máximas

Figura 93 Tensiones de cortante en la fibra neutra

Figura 94 Representación gráfica de  $\alpha$  celosía

Figura 95 Analogía de celosía y distribución de esfuerzos

Figura 96 Equilibrio de esfuerzos aportado por las armaduras transversales

Figura 97 Equilibrio de esfuerzos aportado por el hormigón

Figura 98 Fuerzas internas en el modelo de celosía

Figura 99 Ejemplo de decalaje de la ley de momentos

Figura 100 Efecto arco en una viga biapoyada

Figura 101. Relación entre  $x$  y el momento flector para el cálculo elástico

Figura 102. Relación entre la inercia fisurada y  $x$  para el cálculo elástico

Figura 103. Redistribución de esfuerzos según la instrucción Española.

Figura 104. Capacidad de rotación plástica según el Código ACI

Figura 103 Capacidad de rotación plástica según el EC-2

Figura 104 Ménsula con carga lateral. Distribución de flectores y curvaturas sin efecto del cortante

Figura 105. Modelo de rótulas plásticas o inelasticidad concentrada

Figura 108. Incremento de tensión hasta la rotura por compresión o plastificación

Figura 109. Incremento de tensión para un plano de rotura ubicado en dominio 2

Figura 110. Incremento de tensión para un plano de rotura ubicado en dominio 4

Figura 111. Diagrama tensión deformación de las fábricas. Figura 4.2. CTE

Figura 112. Curva trilineal propuesta por Meli, R. (1979).

Figura 113. Diagrama tensión deformación de la fábrica en compresión Meli, R. (1979)

Figura 114. Curva bilineal para el comportamiento de la mampostería. Tomazevic (1997)

Figura 113 Variación del módulo de elasticidad de la mampostería en función a la relación modular para relaciones de espesores fijas

Figura 114 Modos de rotura en ensayos de compresión diagonal Meli, R. (1979)

Figura 117. Ensayo de distorsión angular en muro de mampostería confinada Meli, R. (1975).

Figura 118. Esfuerzos generados por la distorsión angular de una viga

Figura 119. Asiento en pilar extremo en un pórtico de un vano

Figura 120. Relación entre el cociente de la rigidez viga-pilar y el grado de empotramiento

Figura 121 Asiento de pilar central en un pórtico de dos vanos

Figura 122. Relación entre el cociente de la rigidez viga - pilar y el grado de empotramiento para el asiento de pilar central en un pórtico de dos vanos

Figura 123. Asiento de pilar extremo en un pórtico de dos vanos

Figura 124 Relación entre el cociente de la rigidez viga - pilar y el grado de empotramiento para el asiento de pilar extremo en un pórtico de dos vanos

Figura 125. Axonometría de la estructura en SAP para el análisis del empotramiento

Figura 126. Ábaco de coeficientes medios de mayoración de cargas

Figura 127. Resultante  $M_{\delta}$  con momentos negativos en ambos empotramientos

Figura 128. Resultante  $M_{\delta}$  con momentos positivo en el nudo del descenso.

Figura 129. Modelo tensión deformación parábola rectángulo

Figura 130. Modelo rectangular

Figura 131. Aplicación a una sección del modelo parábola rectángulo y rectangular.

Figura 132. Modelo tensión deformación del acero

Figura 133. Modelo tensión deformación del hormigón

Figura 131. Modelo tensión deformación del hormigón



Figura 131. Modelo tensión deformación del hormigón

Figura 134. Modificación del diagramas clásico de pivotes

Figura 135. Idealización del gráfico  $M - \phi$

Figura 136. Gráfico del cálculo iterativo.

Figura 137. Iteración de cálculo, para una sección L: 7m, b: 20cm, L/d: 25 y q: 15kN/m<sup>2</sup>

Figura 138 Definición gráfica de la geométrica de la viga

Figura 139 Definición gráfica de la discretización de la viga

Figura 140 Definición gráfica de las coacciones de la viga

Figura 141 Definición gráfica de la deformación de la viga para el último incremento de carga

Figura 142 Gráfico que relaciona el desplazamiento vertical con los diferentes incrementos de carga

Figura 143. Mapa de deformación plástica del hormigón

Figura 144. Mapa de deformación plástica del acero

Figura 145. Comportamiento de una pieza de hormigón sometida a una distorsión angular.

Figura 146. Valores de deformación del hormigón en los ensayos con LUSAS

Figura 147. Valores de deformación del acero en los ensayos realizados con LUSAS

Figura 148. Representación gráfica del armado de la pieza

Figura 149 Representación gráfica del comportamiento de una pieza sometida a distorsión angular

Figura 150. Representación del diagrama de curvaturas en función de f

Figura 151. Vista aérea de la ubicación de la promoción de viviendas

Figura 152. Emplazamiento de la promoción y ubicación del bloque 1

Figura 153. Ejemplos de detalles constructivos. Proyecto de 80 viviendas "Huerta en medio"

Figura 154. Planta sótano del Bloque 1 de la Manzana R1.

Figura 155. Planta baja del Bloque 1 de la Manzana R1.

Figura 156. Planta alta del Bloque 1 de la Manzana R1.

Figura 158. Viviendas inspeccionadas del Boque 1, Manzana R1.

Figura 159. Distorsiones medidas en planta baja

Figura 160. Distorsiones medidas en planta baja

Figura 161. Distorsiones medidas en planta primera

Figura 162. Distorsiones medidas en planta primera

Figura 163. Imagen aérea de la promoción y ubicación de la vivienda. Guillena.

Figura 164. Ubicación de la vivienda objeto de estudio. Guillena.

Figura 165. Levantamiento de daños en planta baja. Guillena.

Figura 166. Nivelación topográfica forjado P1. Guillena.

Figura 167. Levantamiento de daños planta primera. Guillena.

Figura 168. Nivelación topográfica forjado cubierta. Guillena.

Figura 169. Nivelación topográfica, levantamiento de daños y análisis de la estabilidad

## INDICE DE GRÁFICOS

---

Gráfico 1. Influencia del recubrimiento en el cálculo de la fibra neutra

Gráfico 2. Influencia de  $d'/d$  en el cálculo de la inercia fisurada.

Gráfico 3. Comparación gráfica de resultados de distorsión asociada a la rotura, según los diferentes procedimientos de cálculo

Gráfico 4. Comparación de la distorsión asociada a la rotura y al comportamiento plástico

Gráfico 5. Comparación de la distorsión máxima admisible para la rotura por cortante y flexión, mediante cálculo lineal.

Gráfico 6. Máxima distorsión angular calculada mediante MEF para el ELU

Gráfico 7. Máxima distorsión angular calculada mediante cálculo no lineal para el ELU

Gráfico 9. Distorsión angular máxima para el límite elástico no lineal

Gráfico 10. Cálculo no lineal de la distorsión angular máxima admisible para la rotura

## INDICE DE TABLAS

---

- Tabla 1. Distorsión angular admisible. Código Soviético de Edificación (1955)
- Tabla 2. Valores de distorsión angular. Skempton, A.W., et al (1956)
- Tabla 3. Valores de distorsión angular y daños asociados Bjerrum, L. (1963)
- Tabla 4. Valores de distorsión para la aparición de daños en revestimientos Holland (1980)
- Tabla 5. Valores máximos de distorsión admisibles para diferentes estructuras Sowers, G.F.
- Tabla 6. Comparación de valores máximos de distorsión realizada por Bolteus L. (1984)
- Tabla 7. Valores de distorsión angular el ELS según el CTE-DB-SE-C (2006)
- Tabla 8. Umbrales de desplazamientos adicionales admisibles considerados en la ampliación del metro de Madrid.
- Tabla 9. Clasificación de los daños MacLeod, I.A. & Littlejohn, G.S. (1974)
- Tabla 10. Clasificación de daños visibles Burland, J.B., Broms, B., De Mello, V.F.B. (1977).
- Tabla 11. Tabla de categoría de daños. Boscarding, M.D. and Cording, E.J., (1989)
- Tabla 12. Clasificación de daños según Hintse (1994)
- Tabla 13. Tabla de valores par - axil
- Tabla 14. Aplicación de los coeficientes de seguridad Jiménez Montoya y cols (2012)
- Tabla 15. Coeficientes parciales de seguridad de los materiales para Estados Límites Últimos
- Tabla 16 Clasificación de acciones
- Tabla 17 Coeficiente de simultaneidad tabla 4.2 CTE-DB-SE (2006)
- Tabla 18 Coeficientes de simultaneidad tabla A.1.1 según EC-1
- Tabla 19. Coeficientes parciales de seguridad para los ELU. Tabla 12.1.a. EHE
- Tabla 20. Coeficientes parciales de seguridad para os Estados Límites Últimos. CTE-DB-SE
- Tabla 21. Resistencia característica a compresión de las fábricas. Tabla 4.4. CTEDB-SE-F (2006)
- Tabla 22. Resistencia característica a cortante de las fábricas. Tabla 4.5. CTE-DB-SE-F (2006)
- Tabla 24. Porcentaje de empotramiento para las diferentes hipótesis calculadas con SAP
- Tabla 25. Resistencia característica a compresión de las fábricas. Tabla 4.4. CTE-DB-SE-F
- Tabla 26. Resistencia característica a cortante de las fábricas. Tabla 4.5. CTE-DB-SE-F (2006)
- Tabla 27. Acciones gravitatorias

## INDICE DE TABLA DE RESULTADOS

---

Tabla de resultado 1. Cálculo no lineal para el comportamiento elástico

Tabla de resultado 2. Cálculo no lineal para el comportamiento plástico

Tabla de resultado 3. Cálculo no lineal para la rotura

Tabla de resultado 4. Cálculo lineal de la distorsión angular asociada a la rotura

Tabla de resultado 5. Cálculo lineal con redistribución de la distorsión asociada a la rotura.

Tabla de resultado 6. Comparación de valores de distorsión asociados a la rotura para el cálculo lineal, lineal con redistribución y no lineal

Tabla de resultado 7. Comparación entre momento último y momento de cálculo

Tabla de resultado 8. Reducción del momento para la situación de servicio tras la iteración no lineal del cálculo

Tabla de resultado 9. Comparación de la distorsión asociada a la rotura y al comportamiento plástico

Tabla de resultado 10. Comparación de resultados obtenidos mediante MEF y cálculo no lineal de la distorsión angular asociada a ELU

Tabla de resultado 11. Distorsión angular admisible de la fábrica

Tabla de resultado 12. Caso práctico. Estudio de la estabilidad estructural y daños asociados en albañilería

## INDICE DE ANEXOS

---

Anexo 1. Combinaciones de cargas, geometrías y resistencias estimadas para el cálculo.

Anexo 2. Cálculo no lineal de la máxima distorsión angular admisible para el comportamiento elástico

Anexo 3. Cálculo no lineal de la máxima distorsión angular admisible para el comportamiento plástico

Anexo 4. Cálculo no lineal de la máxima distorsión angular admisible para la rotura

Anexo 5. Comparación de distorsión máxima admisible para el estado plástico y la rotura

Anexo 6. Cálculo lineal de la máxima distorsión angular admisible para la rotura.

Anexo 7. Cálculo lineal con redistribución limitada de esfuerzos para la máxima distorsión angular admisible asociada a la rotura.

Anexo 8. Comparación del cálculo lineal, lineal con redistribución limitada de esfuerzos y no lineal, de la máxima distorsión angular admisible asociada a la rotura de la pieza.

Anexo 9. Cálculo lineal de la máxima distorsión angular admisible para la rotura debido al esfuerzo cortante.

Anexo 10. Valores de convergencia del cálculo iterativo del momento flector de servicio.

Anexo 11. Comparación del cálculo no lineal y el cálculo mediante MEF

Anexo 12. Resultados de cálculo lineal y elástico con SAP 2000 del grado de empotramiento.

Anexo 13. Levantamiento de daños, y nivelación topográfica de las viviendas afectadas.



LxL	L/d	b	q	LxL	L/d	b	q	LxL	L/d	b	q	LxL	L/d	b	q	LxL	L/d	b	q
3mx3m	10	60	5	4mx4m	10	60	5	5mx5m	10	60	5	6mx6m	10	60	5	7mx7m	10	60	5
			10				10				10				10				10
			15				15				15				15				15
		40	5			40	5			40	5			40	5			40	5
			10				10				10				10				10
			15				15				15				15				15
		20	5			20	5			20	5			20	5			20	5
			10				10				10				10				10
			15				15				15				15				15
	15	60	5		15	60	5		15	60	5		15	60	5		15	60	5
			10				10				10				10				10
			15				15				15				15				15

3mx3m	15	40	5	4mx4m	15	40	5	5mx5m	15	40	5	6mx6m	15	40	5	7mx7m	15	40	5
			10				10				10				10				10
			15				15				15				15				15
		20	5			20	5			20	5			20	5			20	5
			10				10				10				10				10
			15				15				15				15				15
	20	60	5		20	60	5		20	60	5		20	60	5		20	60	5
			10				10				10				10				10
			15				15				15				15				15
		40	5			40	5			40	5			40	5			40	5
			10				10				10				10				10
			15				15				15				15				15

3mx3m	20	20	5	4mx4m	20	20	5	5mx5m	20	20	5	6mx6m	20	20	5	7mx7m	20	20	5
			10				10				10				10				10
			15				15				15				15				15
	25	60	5	4mx4m	25	60	5	5mx5m	25	60	5	6mx6m	25	60	5	7mx7m	25	60	5
			10				10				10				10				10
			15				15				15				15				15
		40	5			40	5			40	5			40	5			40	5
			10				10				10				10				10
			15				15				15				15				15
	20	20	5		20	20	5		20	20	5		20	20	5		20	20	5
			10				10				10				10				10
			15				15				15				15				15



Anexo 2. Cálculo no lineal de la máxima distorsión angular admisible para el límite elástico lineal

kN/m <sup>2</sup>	LUZ (m)	b (cm)	L/d	$x_y$	$x_{lim}$	$M(x_y)$	$M_y / M_{sk}$	EI	distorsión
5	3	20	10	0,576	0,193	11,93	106,04%	9920	No admite
			15	0,622	0,193	6,09	54,13%	3634	No admite
			20	0,671	0,193	3,84	34,13%	1865	No admite
			25	0,720	0,193	2,75	24,44%	1144	No admite
		40	10	0,567	0,193	23,26	206,76%	19030	No admite
			15	0,605	0,193	11,66	103,64%	6789	No admite
			20	0,644	0,193	7,33	65,16%	3411	No admite
			25	0,684	0,193	5,20	46,22%	2053	No admite
		60	10	0,563	0,193	34,57	307,29%	28120	No admite
			15	0,599	0,193	17,24	153,24%	9934	No admite
			20	0,635	0,193	10,80	95,97%	4948	No admite
			25	0,671	0,193	7,64	67,87%	2959	No admite
	4	20	10	0,569	0,193	20,63	77,39%	22580	No admite
			15	0,615	0,193	10,41	39,05%	8249	No admite
			20	0,666	0,193	6,63	24,87%	4247	No admite
			25	0,699	0,193	4,94	18,52%	2656	No admite
		40	10	0,556	0,193	39,73	149,02%	42550	No admite
			15	0,591	0,193	19,72	73,97%	14960	No admite
			20	0,628	0,193	12,30	46,14%	7440	No admite
			25	0,667	0,193	8,65	32,46%	4443	No admite
		60	10	0,552	0,193	58,86	220,78%	62480	No admite
			15	0,583	0,193	28,94	108,54%	21630	No admite
			20	0,615	0,193	17,91	67,18%	10610	No admite
			25	0,649	0,193	12,53	47,00%	6260	No admite
	5	20	10	0,567	0,193	31,97	61,37%	43600	No admite
			15	0,595	0,193	16,39	31,47%	15571	No admite
			20	0,625	0,193	10,38	19,92%	7786	No admite
			25	0,656	0,193	7,47	14,33%	4866	No admite
		40	10	0,551	0,193	60,99	117,08%	80840	No admite
			15	0,579	0,193	31,28	60,04%	28871	No admite
			20	0,607	0,193	19,80	38,00%	14436	No admite
			25	0,638	0,193	14,24	27,34%	9022	No admite
		60	10	0,545	0,193	89,89	172,55%	117900	No admite
			15	0,572	0,193	46,10	88,49%	42107	No admite
			20	0,601	0,193	29,18	56,01%	21054	No admite
			25	0,631	0,193	20,99	40,29%	13158	No admite

kN/m <sup>2</sup>	LUZ (m)	b (cm)	L/d	$x_y$	$x_{lim}$	$M(x_y)$	$M_y / M_{sk}$	EI	distorsión
5	6	20	10	0,568	0,193	46,07	51,19%	75530	No admite
			15	0,596	0,193	23,63	26,25%	26975	No admite
			20	0,626	0,193	14,95	16,61%	13488	No admite
			25	0,658	0,193	10,76	11,95%	8430	No admite
		40	10	0,549	0,193	87,08	96,76%	138000	No admite
			15	0,576	0,193	44,66	49,62%	49286	No admite
			20	0,605	0,193	28,26	31,40%	24643	No admite
			25	0,636	0,193	20,33	22,59%	15402	No admite
		60	10	0,542	0,193	127,89	142,10%	200002	No admite
			15	0,569	0,193	65,58	72,87%	71429	No admite
			20	0,598	0,193	41,51	46,12%	35715	No admite
			25	0,627	0,193	29,86	33,18%	22322	No admite
	7	20	10	0,570	0,193	63,09	44,12%	121200	No admite
			15	0,599	0,193	32,35	22,62%	43286	No admite
			20	0,628	0,193	20,48	14,32%	21643	No admite
			25	0,660	0,193	14,73	10,30%	13527	No admite
		40	10	0,548	0,193	118,19	82,65%	218300	No admite
			15	0,575	0,193	60,61	42,38%	77964	No admite
			20	0,604	0,193	38,36	26,83%	38982	No admite
			25	0,634	0,193	27,60	19,30%	24364	No admite
		60	10	0,541	0,193	172,89	120,90%	314800	No admite
			15	0,568	0,193	88,66	62,00%	112429	No admite
			20	0,596	0,193	56,11	39,24%	56214	No admite
			25	0,626	0,193	40,37	28,23%	35134	No admite
10	3	20	10	0,592	0,193	12,469	55,42%	10660	No admite
			15	0,622	0,193	6,39	28,42%	3807	No admite
			20	0,653	0,193	4,05	17,99%	1904	No admite
			25	0,685	0,193	2,91	12,94%	1190	No admite
		40	10	0,575	0,193	23,84	105,96%	19810	No admite
			15	0,604	0,193	12,23	54,34%	7075	No admite
			20	0,634	0,193	7,74	34,39%	3538	No admite
			25	0,666	0,193	5,57	24,74%	2211	No admite
		60	10	0,569	0,193	35,17	156,31%	28910	No admite
			15	0,597	0,193	18,04	80,16%	10325	No admite
			20	0,627	0,193	11,42	50,73%	5163	No admite
			25	0,659	0,193	8,21	36,50%	3227	No admite

kN/m <sup>2</sup>	LUZ (m)	b (cm)	L/d	$x_y$	$x_{lim}$	$M(x_y)$	$M_y / M_{sk}$	EI	distorsión
10	4	20	10	0,591	0,193	21,95	41,16%	24920	No admite
			15	0,621	0,193	11,26	21,11%	8900	No admite
			20	0,652	0,193	7,12	13,36%	4450	No admite
			25	0,684	0,193	5,13	9,61%	2781	No admite
		40	10	0,568	0,193	41,20	77,25%	45050	No admite
			15	0,596	0,193	21,13	39,62%	16089	No admite
			20	0,626	0,193	13,37	25,07%	8045	No admite
			25	0,658	0,193	9,62	18,04%	5028	No admite
		60	10	0,560	0,193	60,30	113,07%	65400	No admite
			15	0,588	0,193	30,92	57,98%	23357	No admite
			20	0,617	0,193	19,57	36,70%	11679	No admite
			25	0,648	0,193	14,08	26,40%	7299	No admite
	5	20	10	0,592	0,193	35,92	34,54%	51160	No admite
			15	0,622	0,193	18,42	17,71%	18271	No admite
			20	0,653	0,193	11,66	11,21%	9136	No admite
			25	0,685	0,193	8,39	8,06%	5710	No admite
		40	10	0,566	0,193	65,27	62,76%	88880	No admite
			15	0,594	0,193	33,47	32,18%	31743	No admite
			20	0,624	0,193	21,18	20,37%	15871	No admite
			25	0,655	0,193	15,24	14,65%	9920	No admite
		60	10	0,556	0,193	92,89	89,32%	124300	No admite
			15	0,584	0,193	47,64	45,80%	44393	No admite
			20	0,613	0,193	30,15	28,99%	22196	No admite
			25	0,644	0,193	21,69	20,86%	13873	No admite
	6	20	10	0,601	0,193	50,28	27,93%	87190	No admite
			15	0,631	0,193	25,78	14,32%	31139	No admite
			20	0,663	0,193	16,32	9,07%	15570	No admite
			25	0,696	0,193	11,74	6,52%	9731	No admite
		40	10	0,567	0,193	91,98	51,10%	150500	No admite
			15	0,595	0,193	47,17	26,21%	53750	No admite
			20	0,625	0,193	29,85	16,59%	26875	No admite
			25	0,656	0,193	21,48	11,93%	16797	No admite
		60	10	0,554	0,193	135,08	75,04%	216200	No admite
			15	0,582	0,193	69,27	38,48%	77214	No admite
			20	0,611	0,193	43,84	24,36%	38607	No admite
			25	0,641	0,193	31,54	17,52%	24129	No admite

kN/m <sup>2</sup>	LUZ (m)	b (cm)	L/d	$x_y$	$x_{lim}$	$M(x_y)$	$M_y / M_{sk}$	EI	distorsión
10	7	20	10	0,608	0,193	69,92	24,53%	142600	No admite
			15	0,638	0,193	35,86	12,58%	50929	No admite
			20	0,670	0,193	22,69	7,96%	25464	No admite
			25	0,704	0,193	16,33	5,73%	15915	No admite
		40	10	0,570	0,193	125,85	44,16%	241400	No admite
			15	0,599	0,193	64,54	22,65%	86214	No admite
			20	0,628	0,193	40,85	14,33%	43107	No admite
			25	0,660	0,193	29,39	10,31%	26942	No admite
		60	10	0,555	0,193	181,00	63,51%	338700	No admite
			15	0,583	0,193	92,82	32,57%	120964	No admite
			20	0,612	0,193	58,75	20,61%	60482	No admite
			25	0,642	0,193	42,26	14,83%	37801	No admite
15	3	20	10	0,609	0,193	12,98	38,46%	11410	No admite
			15	0,639	0,193	6,66	19,72%	4075	No admite
			20	0,671	0,193	4,21	12,48%	2038	No admite
			25	0,705	0,193	3,03	8,98%	1273	No admite
		40	10	0,584	0,193	24,42	72,36%	20610	No admite
			15	0,613	0,193	12,52	37,11%	7361	No admite
			20	0,644	0,193	7,93	23,48%	3680	No admite
			25	0,676	0,193	5,70	16,90%	2300	No admite
		60	10	0,576	0,193	35,79	106,04%	29740	No admite
			15	0,605	0,193	18,35	54,38%	10621	No admite
			20	0,635	0,193	11,62	34,42%	5311	No admite
			25	0,667	0,193	8,36	24,76%	3319	No admite
	4	20	10	0,613	0,193	23,17	28,96%	27330	No admite
			15	0,644	0,193	11,88	14,85%	9761	No admite
			20	0,676	0,193	7,52	9,40%	4880	No admite
			25	0,710	0,193	5,41	6,76%	3050	No admite
		40	10	0,580	0,193	42,62	53,28%	47590	No admite
			15	0,609	0,193	21,86	27,32%	16996	No admite
			20	0,639	0,193	13,83	17,29%	8498	No admite
			25	0,671	0,193	9,95	12,44%	5311	No admite
		60	10	0,568	0,193	62,82	78,53%	68680	No admite
			15	0,596	0,193	32,22	40,27%	24529	No admite
			20	0,626	0,193	20,39	25,49%	12264	No admite
			25	0,658	0,193	14,67	18,34%	7665	No admite

kN/m <sup>2</sup>	LUZ (m)	b (cm)	L/d	$x_y$	$x_{lim}$	$M(x_y)$	$M_y / M_{sk}$	EI	distorsión
	5	20	10	0,622	0,193	36,77	23,57%	55010	No admite
			15	0,653	0,193	18,86	12,09%	19646	No admite
			20	0,686	0,193	11,93	7,65%	9823	No admite
			25	0,720	0,193	8,59	5,50%	6140	No admite
		40	10	0,581	0,193	66,57	42,67%	93110	No admite
			15	0,610	0,193	34,14	21,88%	33254	No admite
			20	0,641	0,193	21,61	13,85%	16627	No admite
			25	0,673	0,193	15,54	9,96%	10392	No admite
		60	10	0,567	0,193	95,84	61,44%	130700	No admite
			15	0,595	0,193	49,15	31,51%	46679	No admite
			20	0,625	0,193	31,11	19,94%	23339	No admite
			25	0,656	0,193	22,38	14,35%	14587	No admite
	6	20	10	0,633	0,193	54,23	20,09%	99140	No admite
			15	0,665	0,193	27,81	10,30%	35407	No admite
			20	0,698	0,193	17,60	6,52%	17704	No admite
			25	0,733	0,193	12,66	4,69%	11065	No admite
		40	10	0,585	0,193	96,63	35,79%	163200	No admite
			15	0,614	0,193	49,55	18,35%	58286	No admite
			20	0,645	0,193	31,36	11,62%	29143	No admite
			25	0,677	0,193	22,56	8,36%	18214	No admite
		60	10	0,568	0,193	138,13	51,16%	226400	No admite
			15	0,596	0,193	70,84	26,24%	80857	No admite
			20	0,626	0,193	44,83	16,60%	40429	No admite
			25	0,658	0,193	32,25	11,95%	25268	No admite
	7	20	10	0,646	0,193	75,93	17,74%	165100	No admite
			15	0,678	0,193	38,94	9,10%	58964	No admite
			20	0,712	0,193	24,64	5,76%	29482	No admite
			25	0,748	0,193	17,73	4,14%	18426	No admite
		40	10	0,590	0,193	133,13	31,11%	264600	No admite
			15	0,620	0,193	68,27	15,95%	94500	No admite
			20	0,650	0,193	43,21	10,10%	47250	No admite
			25	0,683	0,193	31,09	7,26%	29531	No admite
		60	10	0,570	0,193	189,00	44,16%	363100	No admite
			15	0,599	0,193	96,92	22,65%	129679	No admite
			20	0,628	0,193	61,34	14,33%	64839	No admite
			25	0,660	0,193	44,13	10,31%	40525	No admite

Anexo 3. Cálculo no lineal de la máxima distorsión angular admisible para el comportamiento plástico

kN/m <sup>2</sup>	LUZ (m)	b (cm)	L/d	$x_p$	$x_{lim}$	$M(x_p)$	$M_p / M_{sk}$	EI	distorsión
5	3	20	10	0,299	0,479	25,37	226%	2454	347
			15	0,372	0,479	19,61	283%	1134	235
			20	0,462	0,479	17,68	222%	656	150
			25	0,552	0,479	13,71	162%	454	172
		40	10	0,268	0,479	36,77	327%	3716	291
			15	0,310	0,479	25,05	223%	1589	230
			20	0,362	0,479	20,81	185%	927	191
			25	0,421	0,479	18,84	233%	601	112
		60	10	0,257	0,479	48,20	428%	4945	268
			15	0,288	0,479	30,60	272%	2025	207
			20	0,326	0,479	24,15	215%	1223	174
			25	0,369	0,479	21,07	187%	733	149
	4	20	10	0,317	0,479	52,54	197%	6604	383
			15	0,408	0,479	42,86	185%	3113	237
			20	0,516	0,479	35,76	172%	1845	187
			25	0,582	0,479	28,57	139%	1330	249
		40	10	0,276	0,479	71,77	269%	9556	317
			15	0,329	0,479	51,63	194%	4247	255
			20	0,393	0,479	44,57	193%	2488	174
			25	0,470	0,479	41,51	194%	1619	120
		60	10	0,262	0,479	91,13	342%	12380	288
			15	0,300	0,479	60,76	228%	5214	229
			20	0,347	0,479	50,06	188%	3008	193
			25	0,401	0,479	44,81	214%	1976	124
	5	20	10	0,335	0,479	94,40	181%	14440	409
			15	0,444	0,479	80,16	187%	6227	205
			20	0,562	0,479	59,92	148%	4207	260
			25	0,580	0,479	54,46	130%	3157	301
		40	10	0,286	0,479	123,41	237%	20270	341
			15	0,348	0,479	92,71	189%	8496	246
			20	0,425	0,479	82,36	186%	5448	172
			25	0,511	0,479	70,40	172%	3628	146
		60	10	0,268	0,479	152,70	293%	25980	305
			15	0,313	0,479	106,23	204%	10220	241
			20	0,369	0,479	89,93	190%	6524	184
			25	0,433	0,479	82,57	189%	4305	133



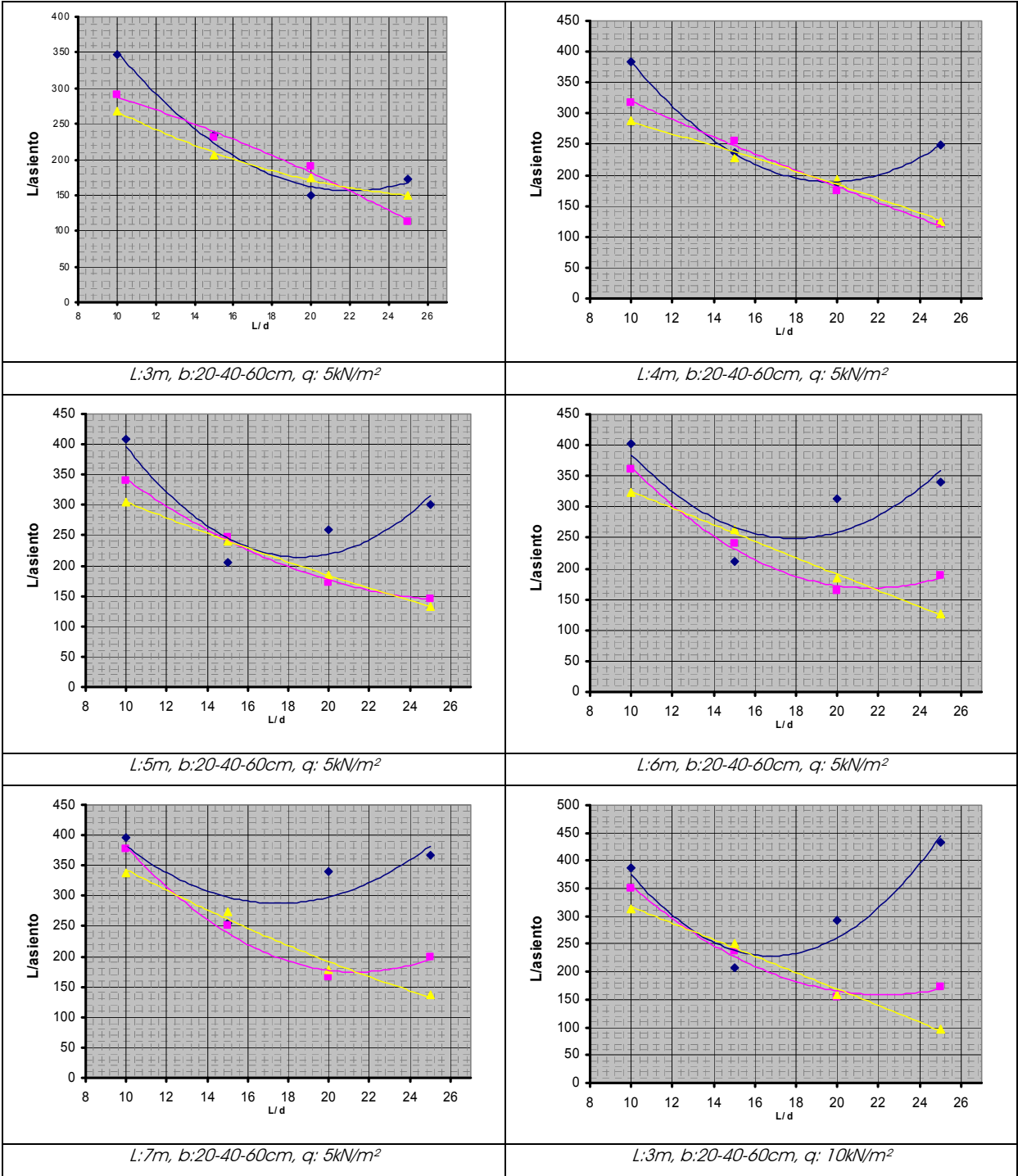
kN/m <sup>2</sup>	LUZ (m)	b (cm)	L/d	$x_p$	$x_{lim}$	$M(x_p)$	$M_p / M_{sk}$	EI	distorsión
5	6	20	10	0,352	0,479	154,21	180%	27570	403
			15	0,481	0,479	134,20	183%	12910	212
			20	0,574	0,479	98,35	138%	8468	314
			25	0,575	0,479	94,03	125%	6489	341
		40	10	0,295	0,479	194,80	216%	37890	361
			15	0,367	0,479	151,56	185%	16240	241
			20	0,457	0,479	137,69	185%	10310	163
			25	0,547	0,479	108,18	154%	7107	188
		60	10	0,274	0,479	236,08	262%	47290	323
			15	0,326	0,479	170,20	189%	21090	263
			20	0,390	0,479	147,44	184%	12410	185
			25	0,467	0,479	137,89	187%	8183	127
	7	20	10	0,369	0,479	235,31	178%	48750	396
			15	0,509	0,479	192,02	167%	22700	255
			20	0,571	0,479	155,58	133%	15540	341
			25	0,570	0,479	150,44	123%	12010	368
		40	10	0,305	0,479	290,61	203%	65060	377
			15	0,386	0,479	231,60	181%	30330	251
			20	0,488	0,479	208,18	180%	17780	165
			25	0,575	0,479	157,24	141%	12670	200
		60	10	0,281	0,479	344,56	241%	79800	339
			15	0,340	0,479	255,92	179%	36040	274
			20	0,412	0,479	226,11	183%	21410	179
			25	0,500	0,479	200,00	174%	14110	137
10	3	20	10	0,353	0,479	38,92	186%	3474	386
			15	0,480	0,479	33,58	187%	1613	207
			20	0,582	0,479	23,90	141%	1053	293
			25	0,605	0,479	20,97	120%	760	433
		40	10	0,298	0,479	50,15	223%	4859	351
			15	0,369	0,479	38,62	195%	2241	238
			20	0,458	0,479	34,73	194%	1316	155
			25	0,548	0,479	27,24	162%	894	172
		60	10	0,278	0,479	61,53	273%	6134	314
			15	0,330	0,479	44,01	196%	2713	252
			20	0,400	0,479	39,00	217%	1581	160
			25	0,469	0,479	34,98	254%	1026	97

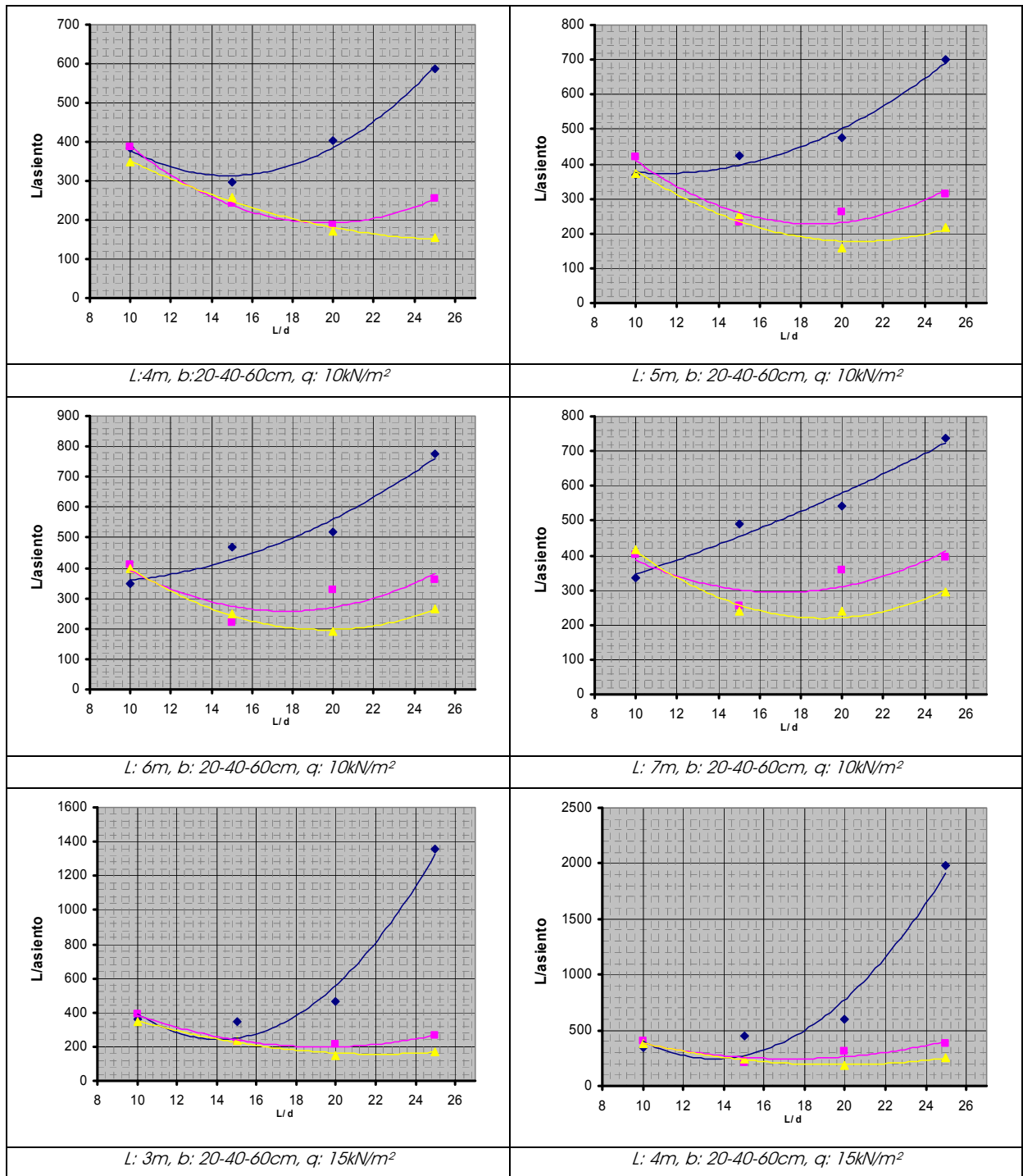
kN/m <sup>2</sup>	LUZ (m)	b (cm)	L/d	$x_p$	$x_{lim}$	$M(x_p)$	$M_p / M_{sk}$	EI	distorsión
10	4	20	10	0,386	0,479	85,05	179%	9612	383
			15	0,534	0,479	65,34	156%	4649	297
			20	0,580	0,479	54,56	128%	3163	402
			25	0,593	0,479	49,91	113%	2382	587
		40	10	0,315	0,479	103,66	194%	13220	386
			15	0,405	0,479	84,26	182%	6152	243
			20	0,512	0,479	71,01	170%	3634	187
			25	0,582	0,479	56,18	138%	2614	255
		60	10	0,289	0,479	122,84	230%	16060	347
			15	0,354	0,479	92,86	186%	7355	258
			20	0,434	0,479	82,73	185%	4344	170
			25	0,521	0,479	63,98	155%	2893	154
	5	20	10	0,418	0,479	158,70	178%	21250	367
			15	0,574	0,479	112,07	137%	10730	423
			20	0,574	0,479	106,64	122%	7650	475
			25	0,583	0,479	99,94	111%	5845	700
		40	10	0,333	0,479	186,00	179%	28550	419
			15	0,440	0,479	157,37	181%	13510	231
			20	0,557	0,479	118,99	147%	8282	261
			25	0,580	0,479	106,89	128%	6195	315
		60	10	0,301	0,479	214,85	206%	34530	374
			15	0,378	0,479	169,49	181%	16150	256
			20	0,476	0,479	155,11	185%	9344	157
			25	0,567	0,479	116,13	145%	6586	218
	6	20	10	0,450	0,479	266,74	178%	40470	347
			15	0,570	0,479	192,85	132%	22000	468
			20	0,568	0,479	186,37	120%	15870	520
			25	0,574	0,479	177,32	110%	12220	774
		40	10	0,350	0,479	303,53	178%	54460	410
			15	0,450	0,479	250,00	170%	25850	218
			20	0,574	0,479	192,79	136%	16610	326
			25	0,575	0,479	184,35	124%	12720	362
		60	10	0,313	0,479	343,85	191%	65160	398
			15	0,402	0,479	280,52	179%	30850	249
			20	0,510	0,479	238,40	167%	18230	191
			25	0,576	0,479	191,43	135%	13230	264

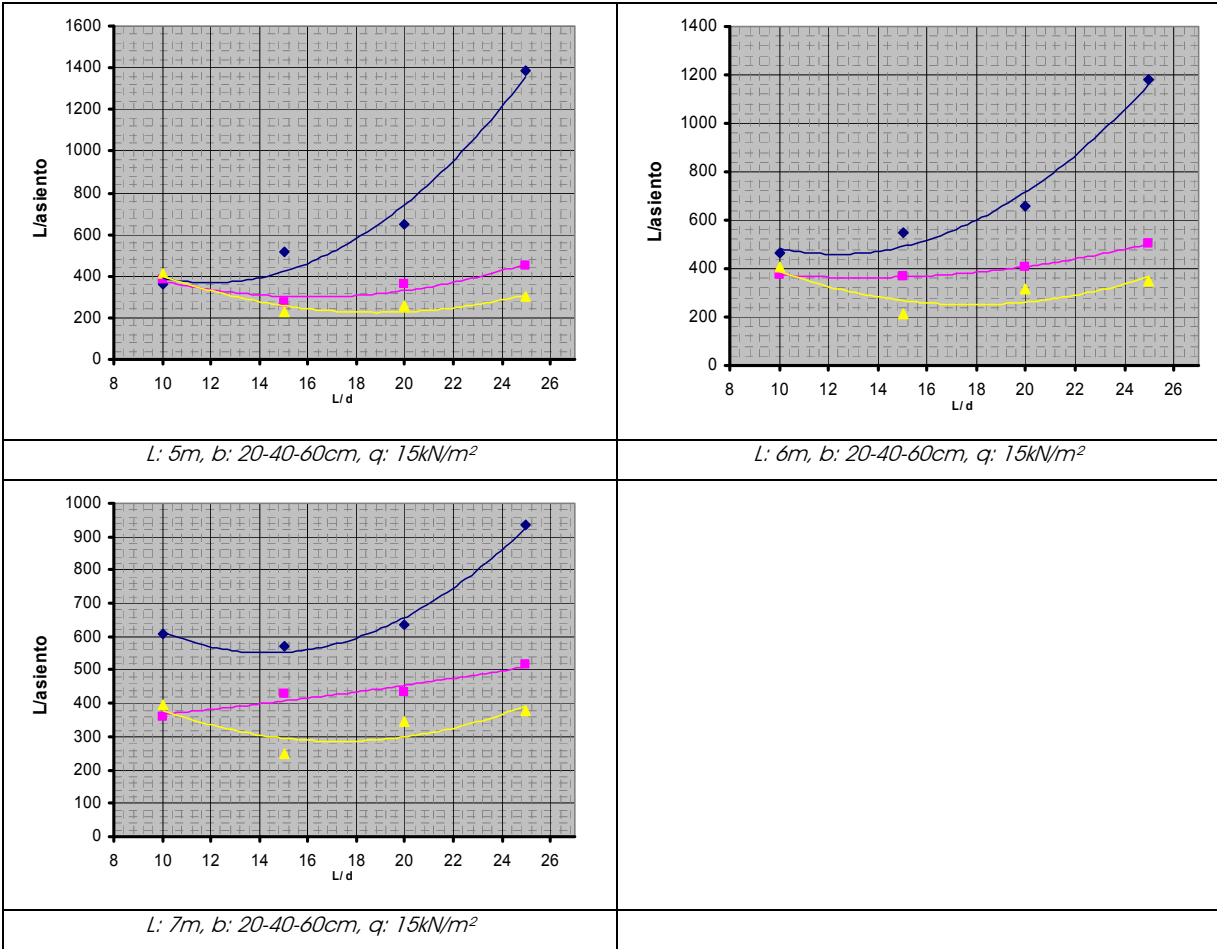
kN/m <sup>2</sup>	LUZ (m)	b (cm)	L/d	$x_p$	$x_{lim}$	$M(x_p)$	$M_p / M_{sk}$	EI	distorsión
10	7	20	10	0,482	0,479	411,70	177%	69520	334
			15	0,566	0,479	307,38	130%	40670	491
			20	0,562	0,479	300,00	119%	29530	542
			25	0,567	0,479	288,31	110%	22880	736
		40	10	0,367	0,479	462,82	177%	94360	401
			15	0,505	0,479	381,26	166%	44910	254
			20	0,571	0,479	304,78	132%	30450	357
			25	0,570	0,479	294,76	121%	23540	396
		60	10	0,325	0,479	516,09	181%	112100	417
			15	0,426	0,479	432,85	179%	53310	240
			20	0,540	0,479	340,89	152%	32240	239
			25	0,573	0,479	301,48	131%	24190	294
15	3	20	10	0,406	0,479	53,70	183%	4402	362
			15	0,564	0,479	38,53	148%	2173	347
			20	0,592	0,479	33,24	124%	1475	463
			25	0,617	0,479	29,20	106%	1081	1357
		40	10	0,328	0,479	64,53	191%	5988	389
			15	0,450	0,479	50,00	175%	2849	227
			20	0,540	0,479	41,94	162%	1699	211
			25	0,594	0,479	34,36	135%	1238	263
		60	10	0,299	0,479	75,82	225%	7337	349
			15	0,371	0,479	58,53	196%	3387	237
			20	0,461	0,479	52,73	196%	1961	151
			25	0,551	0,479	41,05	162%	1356	172
	4	20	10	0,454	0,479	120,87	181%	12420	341
			15	0,574	0,479	85,81	134%	6572	453
			20	0,582	0,479	79,41	117%	4621	597
			25	0,598	0,479	72,61	104%	3476	1978
		40	10	0,353	0,479	138,08	181%	16430	398
			15	0,482	0,479	119,36	183%	7851	211
			20	0,578	0,479	86,32	139%	4989	309
			25	0,589	0,479	78,98	122%	3724	385
		60	10	0,316	0,479	156,91	196%	19890	383
			15	0,407	0,479	127,84	184%	9306	239
			20	0,515	0,479	107,02	170%	5507	187
			25	0,582	0,479	85,22	139%	3967	251

kN/m <sup>2</sup>	LUZ (m)	b (cm)	L/d	$x_p$	$x_{lim}$	$M(x_p)$	$M_p / M_{sk}$	EI	distorsión
15	5	20	10	0,499	0,479	216,32	171%	26960	360
			15	0,569	0,479	167,46	129%	15880	513
			20	0,573	0,479	158,65	115%	11360	652
			25	0,584	0,479	148,42	105%	8692	1389
		40	10	0,378	0,479	253,91	181%	36310	386
			15	0,523	0,479	200,17	161%	17460	274
			20	0,575	0,479	165,64	131%	11930	359
			25	0,582	0,479	155,43	118%	9062	450
		60	10	0,334	0,479	281,77	180%	43160	412
			15	0,443	0,479	238,94	183%	20420	226
			20	0,560	0,479	179,34	147%	12550	260
			25	0,580	0,479	162,36	130%	9430	301
	6	20	10	0,534	0,479	330,53	153%	52990	463
			15	0,563	0,479	291,93	126%	32900	551
			20	0,565	0,479	280,49	115%	23770	656
			25	0,574	0,479	266,18	106%	18330	1181
		40	10	0,403	0,479	422,11	179%	69550	373
			15	0,561	0,479	306,16	144%	34360	368
			20	0,570	0,479	286,55	127%	24510	406
			25	0,575	0,479	273,18	116%	18830	504
		60	10	0,351	0,479	460,18	179%	82370	405
			15	0,480	0,479	401,60	183%	38540	212
			20	0,574	0,479	293,09	137%	25240	318
			25	0,575	0,479	280,23	125%	19340	347
	7	20	10	0,568	0,479	473,49	139%	94190	607
			15	0,558	0,479	468,76	124%	61070	573
			20	0,559	0,479	454,54	115%	44440	638
			25	0,556	0,479	435,50	108%	34480	935
		40	10	0,428	0,479	653,14	179%	120400	359
			15	0,572	0,479	467,75	136%	62410	429
			20	0,565	0,479	458,59	124%	45380	432
			25	0,568	0,479	441,76	115%	39550	517
		60	10	0,369	0,479	702,02	179%	142700	395
			15	0,508	0,479	575,23	166%	68460	249
			20	0,571	0,479	463,56	133%	46300	346
			25	0,570	0,479	448,26	122%	35790	377

Resultado gráfico de la distorsión máxima admisible para el comportamiento plástico











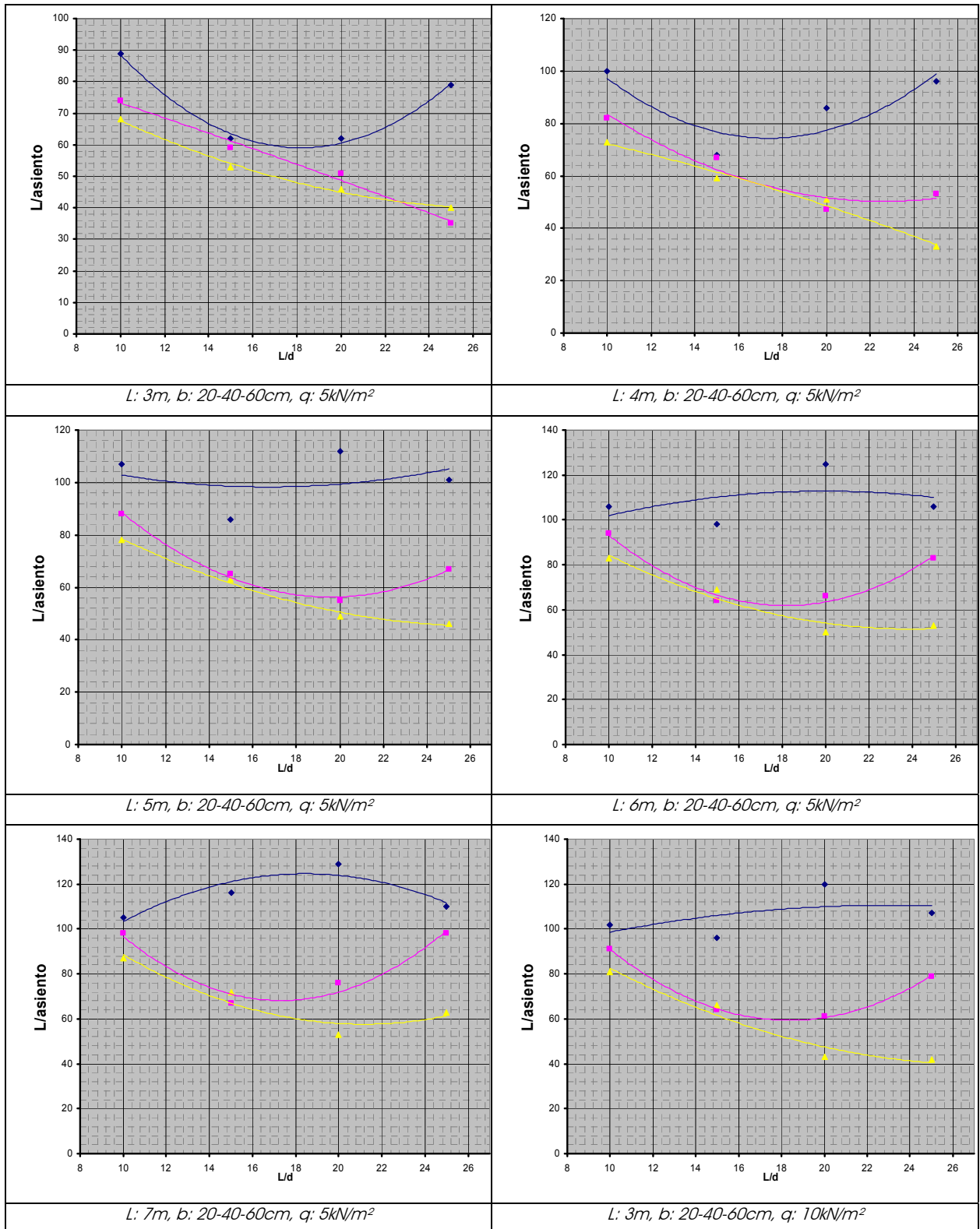
kN/m²	LUZ (m)	b (cm)	L/d	$x_u$	$x_{lim}$	$M(x_u)$	EI	distorsión	$M(x_u)/M_d$	
5	3	20	10	0,162	0,259	23,28	644	89	147%	
			15	0,229	0,259	19,01	305	62	120%	
			20	0,360	0,259	17,6	275	62	111%	
			25	0,577	0,259	16,8	332	79	106%	
		40	10	0,137	0,259	31,51	961	74	199%	
			15	0,170	0,259	22,99	419	59	145%	
			20	0,217	0,259	19,85	247	51	125%	
			25	0,291	0,259	18,42	189	35	116%	
		60	10	0,129	0,259	39,78	1273	68	251%	
			15	0,152	0,259	26,98	524	53	170%	
			20	0,183	0,259	22,29	299	46	141%	
			25	0,224	0,259	20	198	40	126%	
		4	20	10	0,178	0,259	49,75	1730	100	132%
				15	0,273	0,259	42,4	891	68	113%
				20	0,477	0,259	39,95	1089	86	106%
				25	0,630	0,259	37,35	1076	96	100%
	40		10	0,144	0,259	63,69	2459	82	169%	
			15	0,188	0,259	48,96	1119	67	130%	
			20	0,252	0,259	43,58	667	47	116%	
			25	0,374	0,259	41,4	710	53	110%	
	60		10	0,133	0,259	77,72	3163	73	207%	
			15	0,163	0,259	55,59	1358	59	148%	
			20	0,204	0,259	47,57	798	51	127%	
			25	0,259	0,259	43,68	531	33	116%	
	5		20	10	0,194	0,259	91,1	3807	107	124%
				15	0,332	0,259	80,26	2628	86	109%
				20	0,613	0,259	75,81	3319	112	103%
				25	0,628	0,259	72,83	2613	101	100%
		40	10	0,152	0,259	112,32	5237	88	153%	
			15	0,206	0,259	89,71	2258	65	122%	
			20	0,300	0,259	81,89	1766	55	112%	
			25	0,465	0,259	78,27	2080	67	107%	
60		10	0,138	0,259	133,62	6654	78	182%		
		15	0,174	0,259	99,67	2683	63	136%		
		20	0,226	0,259	87,41	1740	49	119%		
		25	0,313	0,259	82,04	1479	46	112%		

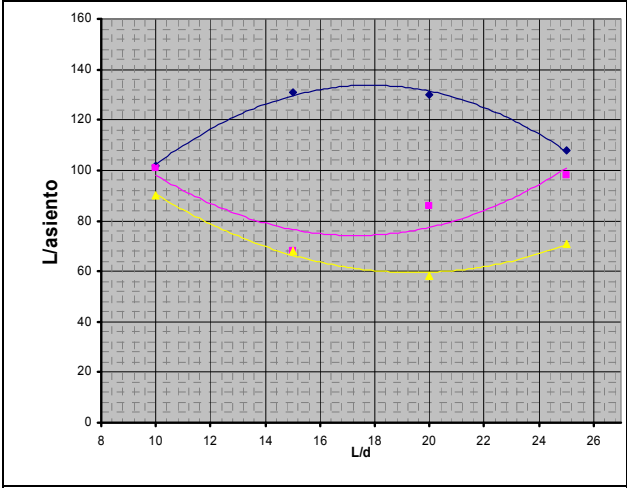
kN/m <sup>2</sup>	LUZ (m)	b (cm)	L/d	$x_u$	$x_{lim}$	$M(x_u)$	EI	distorsión	$M(x_u)/M_d$
5	6	20	10	0,211	0,259	150,8	7305	106	119%
			15	0,395	0,259	135,62	6129	98	107%
			20	0,629	0,259	125,54	6768	125	100%
			25	0,626	0,259	125,84	5403	106	100%
		40	10	0,160	0,259	180,77	9828	94	142%
			15	0,226	0,259	148,59	4335	64	117%
			20	0,354	0,259	137,97	4186	66	109%
			25	0,567	0,259	132,02	5137	83	104%
		60	10	0,143	0,259	210,81	12150	83	166%
			15	0,186	0,259	162,55	5545	69	128%
			20	0,250	0,259	145,18	3323	50	114%
			25	0,370	0,259	138,01	3451	53	109%
	7	20	10	0,229	0,259	232,19	12950	105	115%
			15	0,463	0,259	211,66	13110	116	105%
			20	0,628	0,259	199,38	12510	129	100%
			25	0,625	0,259	199,9	9963	110	100%
		40	10	0,168	0,259	272,43	16940	98	135%
			15	0,350	0,259	250	8109	67	124%
			20	0,411	0,259	214,95	8834	76	107%
			25	0,630	0,259	199,38	10050	98	100%
		60	10	0,149	0,259	312,71	20560	87	155%
			15	0,199	0,259	247,62	9519	72	123%
			20	0,280	0,259	224,79	6337	53	112%
			25	0,430	0,259	214,79	7388	63	107%
10	3	20	10	0,211	0,259	37,71	922	102	121%
			15	0,392	0,259	33,72	755	96	109%
			20	0,500	0,259	30	8362	120	100%
			25	0,639	0,259	29,48	645	107	100%
		40	10	0,161	0,259	45,92	1264	91	148%
			15	0,226	0,259	37,38	598	64	120%
			20	0,500	0,259	35	516	61	113%
			25	0,563	0,259	32,97	636	79	106%
		60	10	0,145	0,259	54,16	1580	81	174%
			15	0,188	0,259	41,37	715	66	133%
			20	0,250	0,259	36,64	425	43	118%
			25	0,370	0,259	34,72	444	42	112%

kN/m <sup>2</sup>	LUZ (m)	b (cm)	L/d	$x_u$	$x_{lim}$	$M(x_u)$	EI	distorsión	$M(x_u)/M_d$
10	4	20	10	0,245	0,259	83,94	2570	102	114%
			15	0,527	0,259	76,96	3092	131	105%
			20	0,628	0,259	72,99	2619	130	100%
			25	0,625	0,259	73,15	2090	108	100%
		40	10	0,176	0,259	97,91	3457	101	133%
			15	0,268	0,259	83,24	1720	68	113%
			20	0,466	0,259	78,39	2088	86	107%
			25	0,631	0,259	73,11	2108	98	100%
		60	10	0,155	0,259	111,87	4159	90	152%
			15	0,212	0,259	89,76	1953	68	122%
			20	0,400	0,259	80	1467	58	109%
			25	0,490	0,259	78,51	1757	71	107%
	5	20	10	0,291	0,259	158,55	6594	113	110%
			15	0,629	0,259	142,11	8518	169	100%
			20	0,626	0,259	142,56	6372	138	100%
			25	0,623	0,259	142,9	5091	116	100%
		40	10	0,192	0,259	179,23	7518	110	125%
			15	0,326	0,259	157,48	4886	83	110%
			20	0,597	0,259	148,75	6343	112	103%
			25	0,628	0,259	142,56	5116	104	100%
		60	10	0,165	0,259	200,44	8982	97	139%
			15	0,237	0,259	166,47	4314	68	116%
			20	0,385	0,259	155,44	4278	72	108%
			25	0,621	0,259	147,04	5217	93	102%
	6	20	10	0,344	0,259	268,1	15790	134	108%
			15	0,628	0,259	245,58	17620	177	100%
			20	0,624	0,259	246,46	13190	145	100%
			25	0,622	0,259	247,03	10540	123	100%
		40	10	0,209	0,259	296,47	14420	108	119%
			15	0,387	0,259	266,07	11520	96	107%
			20	0,629	0,259	245,71	13250	128	100%
			25	0,626	0,259	246,31	10580	109	100%
		60	10	0,175	0,259	326,44	17030	104	131%
			15	0,265	0,259	278,31	8517	69	112%
			20	0,463	0,259	262,5	10410	87	106%
			25	0,629	0,259	146,02	10620	101	100%

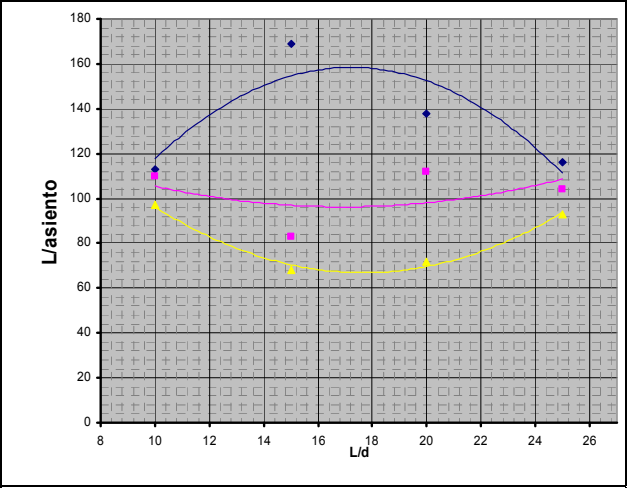
kN/m <sup>2</sup>	LUZ (m)	b (cm)	L/d	$x_u$	$x_{lim}$	$M(x_u)$	EI	distorsión	$M(x_u)/M_d$
10	7	20	10	0,399	0,259	418,67	33430	154	106%
			15	0,627	0,259	390,25	32610	182	100%
			20	0,623	0,259	391,59	24410	151	100%
			25	0,621	0,259	392,46	19510	127	100%
		40	10	0,226	0,259	456,21	25090	106	116%
			15	0,452	0,259	415,23	25050	115	105%
			20	0,628	0,259	390,23	24500	133	100%
			25	0,625	0,259	391,24	19560	114	100%
		60	10	0,186	0,259	496,5	29430	109	126%
			15	0,304	0,259	433,11	17560	79	110%
			20	0,548	0,259	409,39	22420	104	104%
			25	0,628	0,259	390,56	19620	105	100%
15	3	20	10	0,270	0,259	53,17	1245	102	113%
			15	0,618	0,259	48,83	1723	151	103%
			20	0,627	0,259	46,95	1262	126	100%
			25	0,641	0,259	43,78	962	119	100%
		40	10	0,187	0,259	61,31	1576	102	130%
			15	0,303	0,259	53,02	910	72	112%
			20	0,542	0,259	49,95	1161	96	106%
			25	0,180	0,259	55	1005	97	116%
		60	10	0,162	0,259	69,52	1909	90	147%
			15	0,228	0,259	56,71	904	63	120%
			20	0,358	0,259	52,47	809	63	111%
			25	0,572	0,259	50,07	982	79	106%
	4	20	10	0,350	0,259	121,28	4656	127	108%
			15	0,628	0,259	110,89	5309	170	100%
			20	0,625	0,259	111,23	3971	137	100%
			25	0,622	0,259	111,47	3172	115	100%
		40	10	0,212	0,259	134,43	4359	105	120%
			15	0,396	0,259	120,57	3479	93	108%
			20	0,630	0,259	111,06	3999	122	100%
			25	0,627	0,259	111,25	3188	102	100%
		60	10	0,350	0,259	120	5207	100	107%
			15	0,271	0,259	126,41	2643	68	113%
			20	0,473	0,259	119,11	3222	86	106%
			25	0,631	0,259	111,25	3207	96	100%

kN/m <sup>2</sup>	LUZ (m)	b (cm)	L/d	$x_u$	$x_{lim}$	$M(x_u)$	EI	distorsión	$M(x_u)/M_d$
15	5	20	10	0,436	0,259	230,91	14380	165	106%
			15	0,626	0,259	216,62	12920	179	100%
			20	0,623	0,259	217,34	9675	146	100%
			25	0,621	0,259	217,79	7733	121	100%
		40	10	0,238	0,259	250,61	9687	103	115%
			15	0,498	0,259	229,19	10850	124	105%
			20	0,550	0,259	220	9719	129	101%
			25	0,625	0,259	217,22	7758	109	100%
		60	10	0,194	0,259	271,82	11370	108	124%
			15	0,331	0,259	239,21	7523	83	109%
			20	0,608	0,259	225,99	9807	113	103%
			25	0,628	0,259	216,94	7785	102	100%
	6	20	10	0,531	0,259	391,36	35630	203	104%
			15	0,625	0,259	374,61	26760	188	100%
			20	0,622	0,259	375,8	20040	152	100%
			25	0,621	0,259	376,5	16020	127	100%
		40	10	0,267	0,259	420,28	19360	103	111%
			15	0,613	0,259	387,89	27180	155	103%
			20	0,626	0,259	374,55	20100	135	100%
			25	0,624	0,259	375,49	16060	115	100%
		60	10	0,211	0,259	449,91	21820	107	119%
			15	0,393	0,259	404,29	18140	98	107%
			20	0,629	0,259	373,93	20160	125	100%
			25	0,626	0,259	374,84	16090	107	100%
	7	20	10	0,624	0,259	600,84	74930	247	100%
			15	0,624	0,259	595,27	49530	195	100%
			20	0,621	0,259	597,07	37110	157	100%
			25	0,620	0,259	598,09	29670	131	100%
		40	10	0,307	0,259	655,08	40190	119	109%
			15	0,628	0,259	592,8	49680	170	100%
			20	0,625	0,259	595,1	37190	141	100%
			25	0,623	0,259	596,23	29720	119	100%
		60	10	0,228	0,259	692,47	37980	105	115%
			15	0,459	0,259	631,03	38040	114	105%
			20	0,628	0,259	593,87	37270	130	100%
			25	0,625	0,259	595,42	29770	112	100%

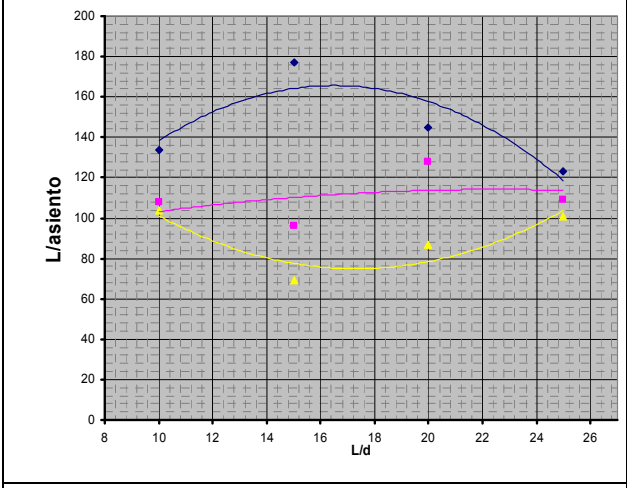




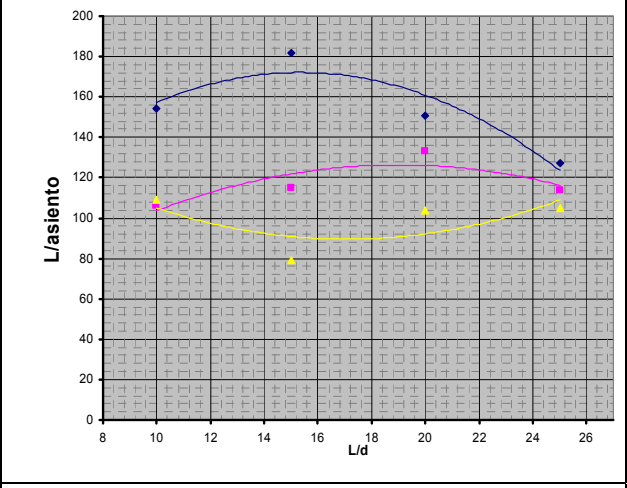
$L: 4m, b: 20-40-60cm, q: 10kN/m^2$



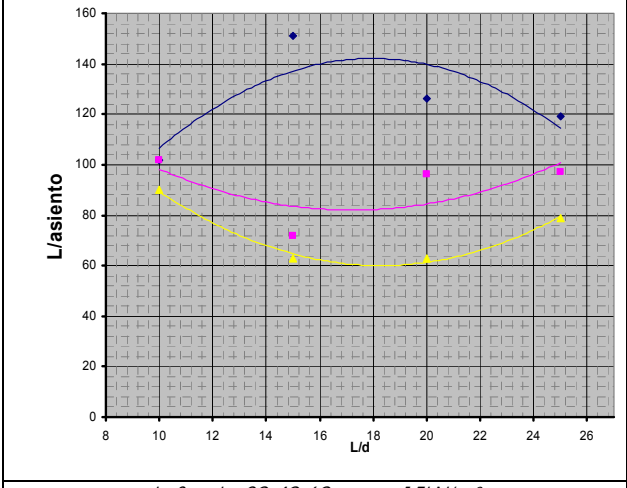
$L: 5m, b: 20-40-60cm, q: 10kN/m^2$



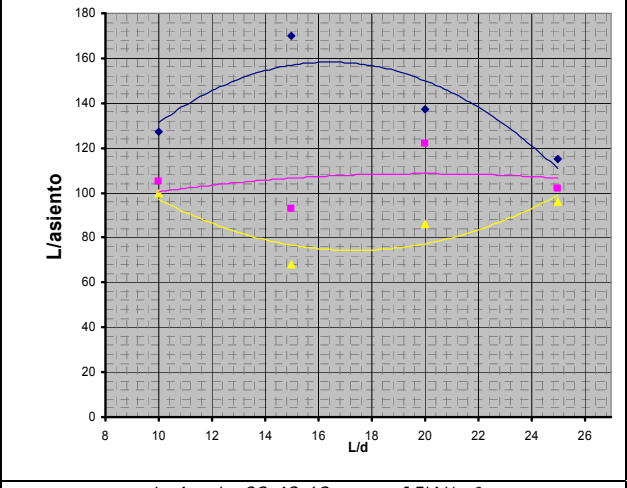
$L: 6m, b: 20-40-60cm, q: 10kN/m^2$



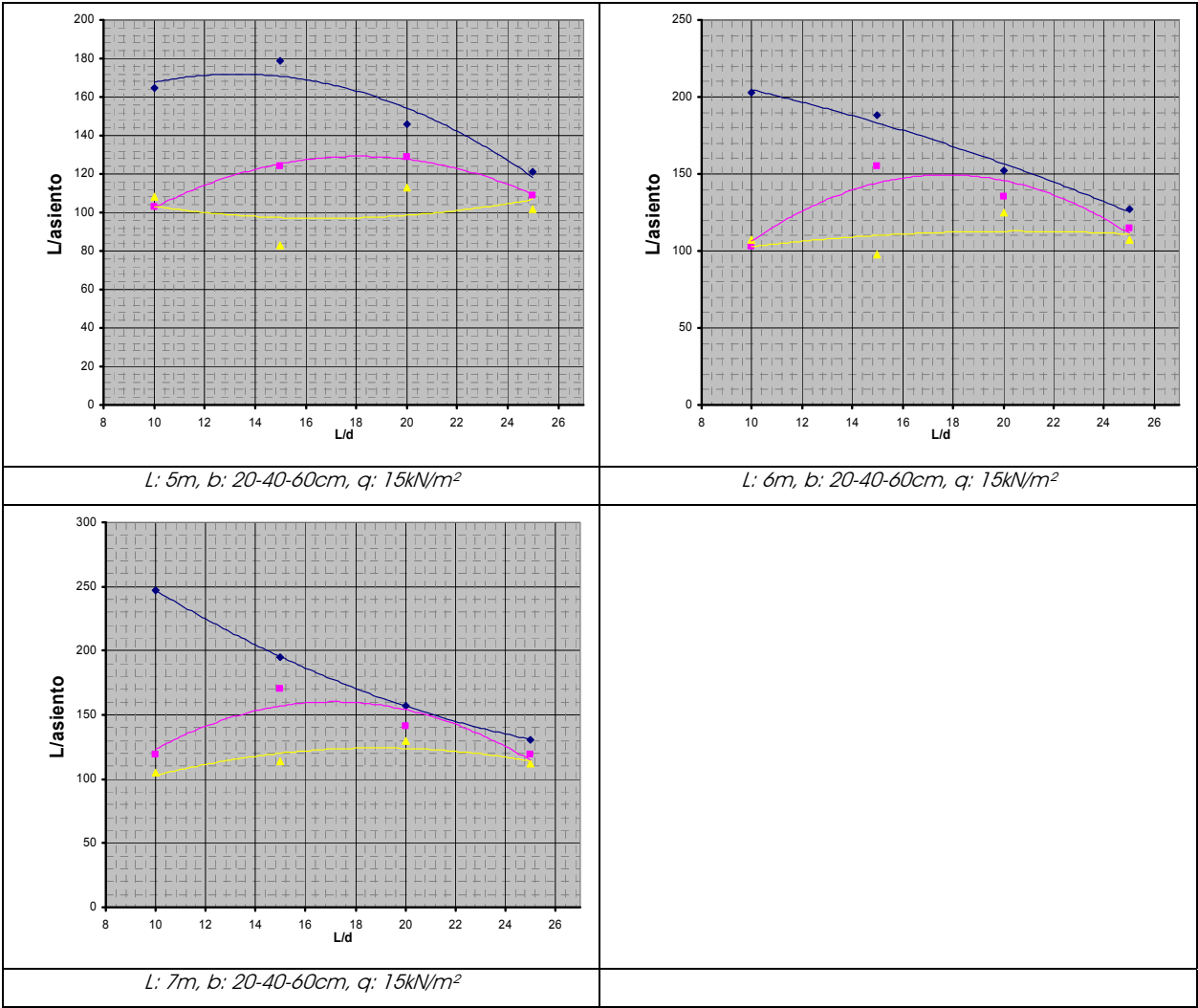
$L: 7m, b: 20-40-60cm, q: 10kN/m^2$



$L: 3m, b: 20-40-60cm, q: 15kN/m^2$



$L: 4m, b: 20-40-60cm, q: 15kN/m^2$







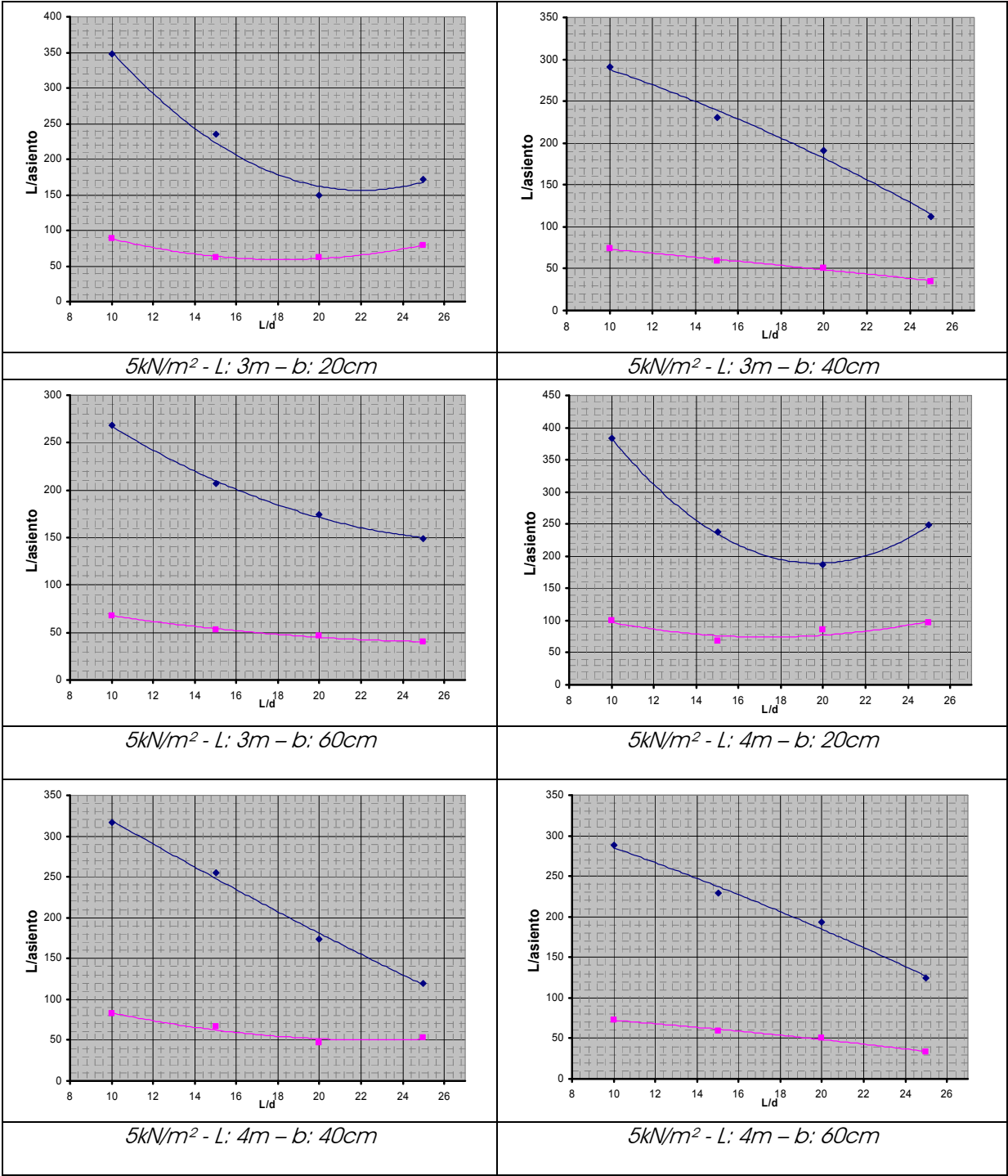
kN/m <sup>2</sup>	LUZ (m)	b (cm)	L/d	DISTORSIÓN	
				PLÁSTICO	ROTURA
5	3	20	10	347	89
			15	235	62
			20	150	62
			25	172	79
		40	10	291	74
			15	230	59
			20	191	51
			25	112	35
		60	10	268	68
			15	207	53
			20	174	46
			25	149	40
	4	20	10	383	100
			15	237	68
			20	187	86
			25	249	96
		40	10	317	82
			15	255	67
			20	174	47
			25	120	53
		60	10	288	73
			15	229	59
			20	193	51
			25	124	33
	5	20	10	409	107
			15	205	86
			20	260	112
			25	301	101
		40	10	341	88
			15	246	65
			20	172	55
			25	146	67
		60	10	305	78
			15	241	63
			20	184	49
			25	133	46

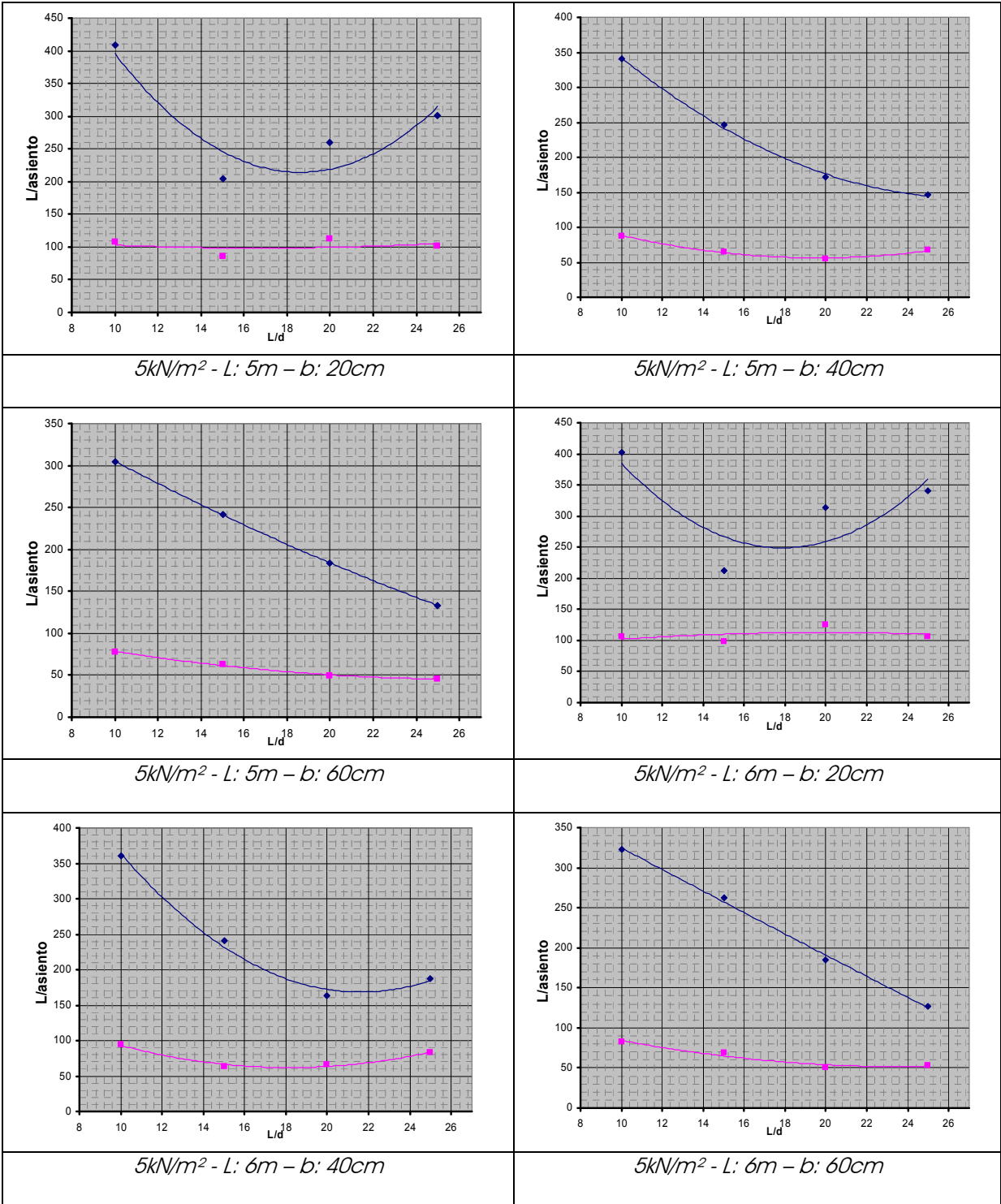
kN/m <sup>2</sup>	LUZ (m)	b (cm)	L/d	DISTORSIÓN	
				PLÁSTICO	ROTURA
5	6	20	10	403	106
			15	212	98
			20	314	125
			25	341	106
		40	10	361	94
			15	241	64
			20	163	66
			25	188	83
		60	10	323	83
			15	263	69
			20	185	50
			25	127	53
	7	20	10	396	105
			15	255	116
			20	341	129
			25	368	110
		40	10	377	98
			15	251	67
			20	165	76
			25	200	98
		60	10	339	87
			15	274	72
			20	179	53
			25	137	63
10	3	20	10	386	102
			15	207	96
			20	293	120
			25	433	107
		40	10	351	91
			15	238	64
			20	155	61
			25	172	79
		60	10	314	81
			15	252	66
			20	160	43
			25	97	42

kN/m <sup>2</sup>	LUZ (m)	b (cm)	L/d	DISTORSIÓN	
				PLÁSTICO	ROTURA
10	4	20	10	383	102
			15	297	131
			20	402	130
			25	587	108
		40	10	386	101
			15	243	68
			20	187	86
			25	255	98
		60	10	347	90
			15	258	68
			20	170	58
			25	154	71
	5	20	10	367	113
			15	423	169
			20	475	138
			25	700	116
		40	10	419	110
			15	231	83
			20	261	112
			25	315	104
		60	10	374	97
			15	256	68
			20	157	72
			25	218	93
	6	20	10	347	134
			15	468	177
			20	520	145
			25	774	123
		40	10	410	108
			15	218	96
			20	326	128
			25	362	109
		60	10	398	104
			15	249	69
			20	191	87
			25	264	101

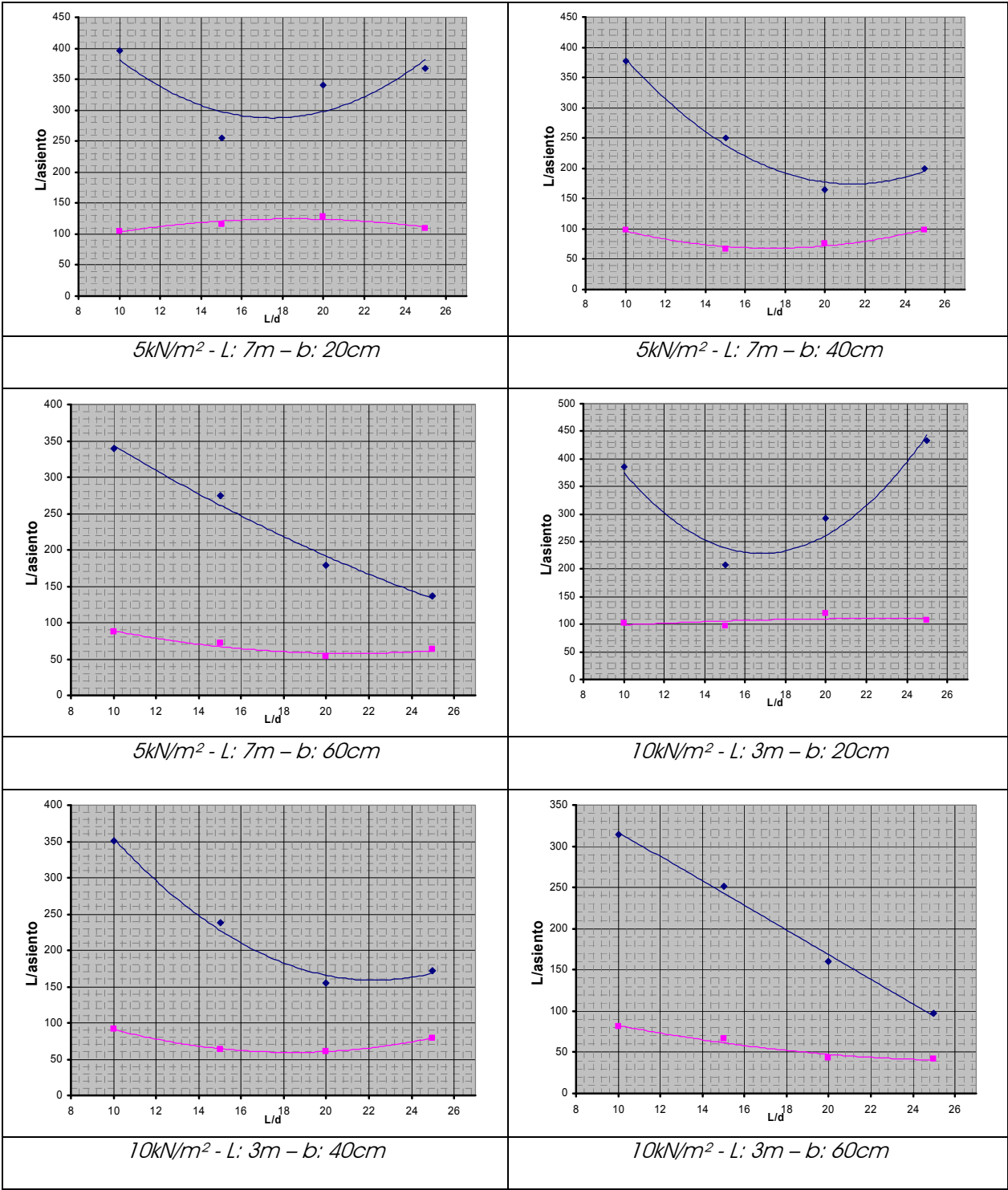
kN/m <sup>2</sup>	LUZ (m)	b (cm)	L/d	DISTORSIÓN	
				PLÁSTICO	ROTURA
10	7	20	10	334	154
			15	491	182
			20	542	151
			25	736	127
		40	10	401	106
			15	254	115
			20	357	133
			25	396	114
		60	10	417	109
			15	240	79
			20	239	104
			25	294	105
15	3	20	10	362	102
			15	347	151
			20	463	126
			25	1357	119
		40	10	389	102
			15	227	72
			20	211	96
			25	263	97
		60	10	349	90
			15	237	63
			20	151	63
			25	172	79
	4	20	10	341	127
			15	453	170
			20	597	137
			25	1978	115
		40	10	398	105
			15	211	93
			20	309	122
			25	385	102
		60	10	383	100
			15	239	68
			20	187	86
			25	251	96

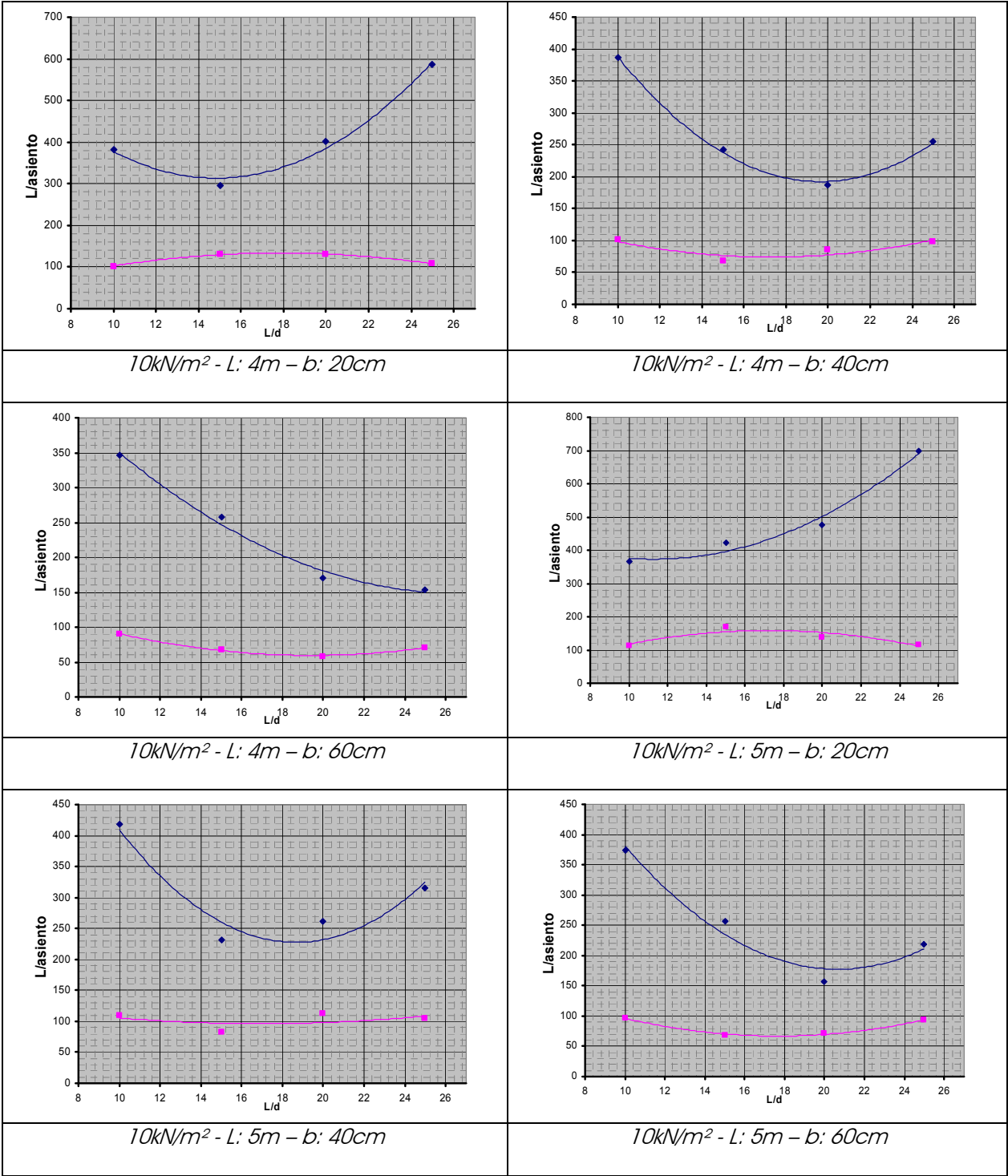
kN/m <sup>2</sup>	LUZ (m)	b (cm)	L/d	DISTORSIÓN	
				PLÁSTICO	ROTURA
15	5	20	10	360	165
			15	513	179
			20	652	146
			25	1389	121
		40	10	386	103
			15	274	124
			20	359	129
			25	450	109
		60	10	412	108
			15	226	83
			20	260	113
			25	301	102
	6	20	10	463	203
			15	551	188
			20	656	152
			25	1181	127
		40	10	373	103
			15	368	155
			20	406	135
			25	504	115
		60	10	405	107
			15	212	98
			20	318	125
			25	347	107
	7	20	10	607	247
			15	573	195
			20	638	157
			25	935	131
		40	10	359	119
			15	429	170
			20	432	141
			25	517	119
		60	10	395	105
			15	249	114
			20	346	130

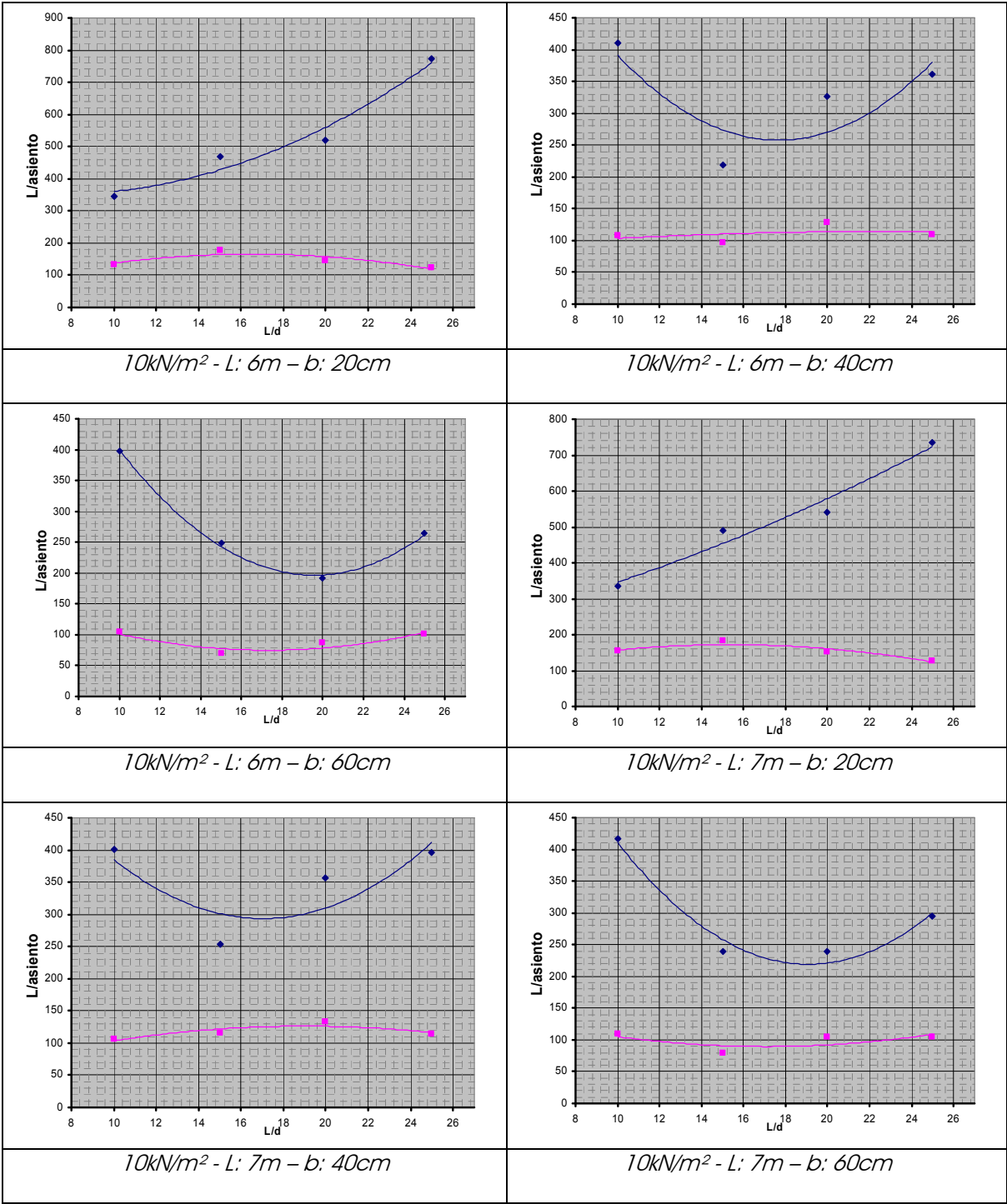


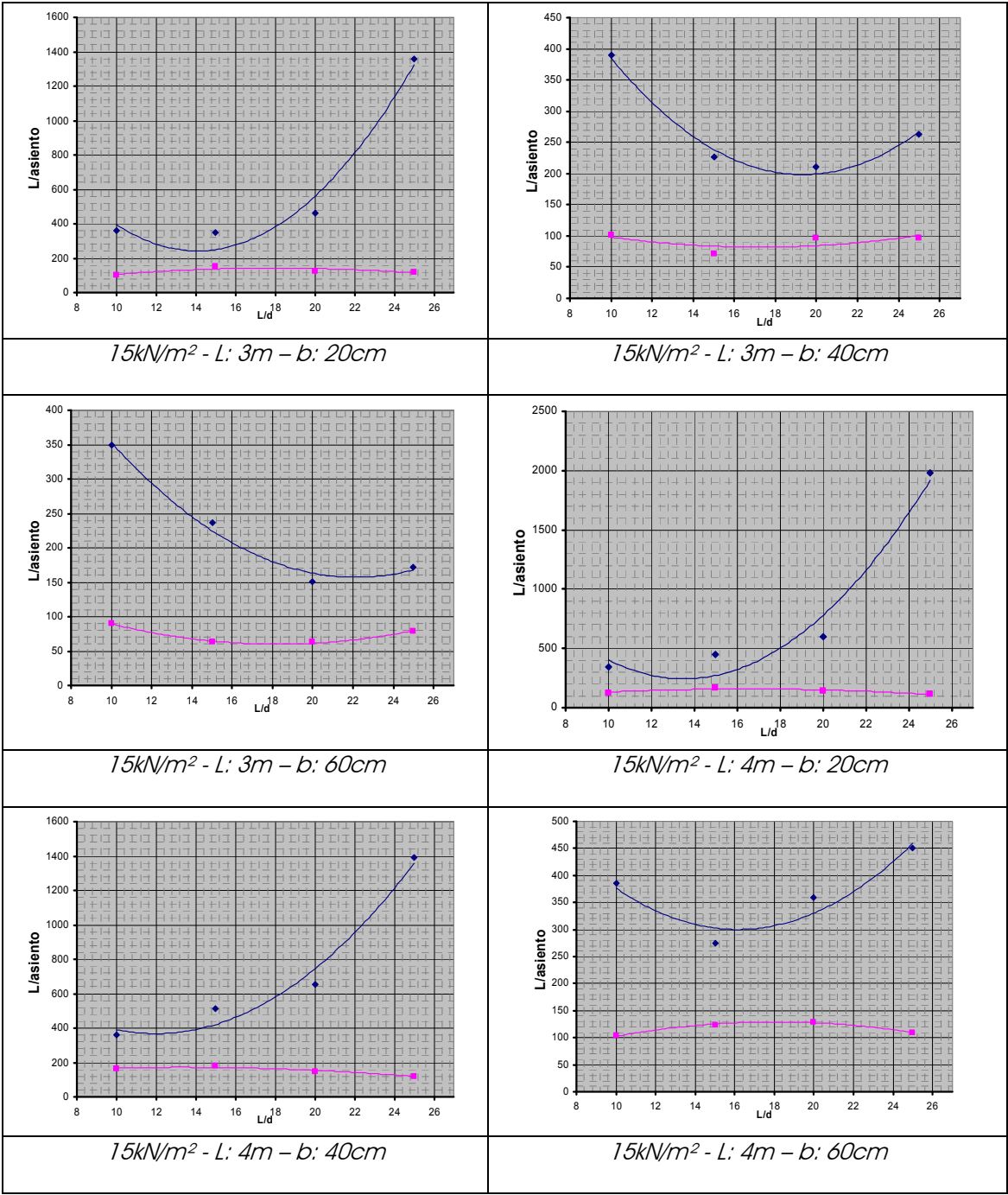


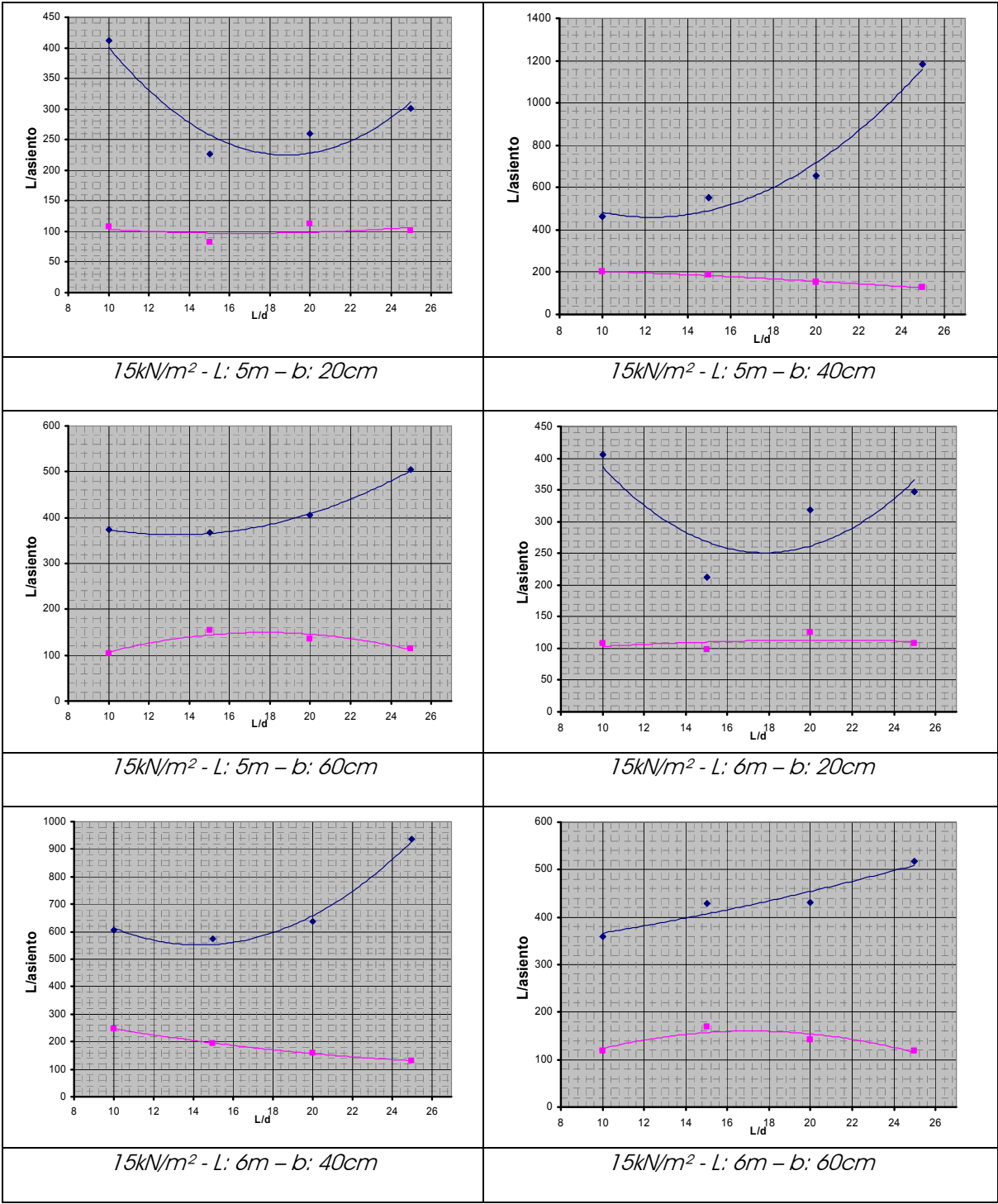














CARGA	GEOMETRÍA			CÁLCULO LINEAL			
kN/m <sup>2</sup>	LUZ (m)	b (cm)	L/d	Md/Ms	xf (d)	EI	distorsión
5	3	20	10	1,410	0,149	1821	789
			15	1,410	0,218	1130	490
			20	1,410	0,286	803	348
			25	1,410	0,358	625	271
		40	10	1,410	0,107	1911	829
			15	1,410	0,157	1202	521
			20	1,410	0,206	859	372
			25	1,410	0,255	657	285
		60	10	1,410	0,088	1955	848
			15	1,410	0,13	1242	538
			20	1,410	0,17	889	385
			25	1,410	0,21	683	296
	4	20	10	1,410	0,17	5619	771
			15	1,410	0,25	3474	477
			20	1,410	0,33	2485	341
			25	1,410	0,4	1898	260
		40	10	1,410	0,123	5928	813
			15	1,410	0,18	3707	509
			20	1,410	0,236	2636	362
			25	1,410	0,292	2023	278
		60	10	1,410	0,101	6082	834
			15	1,410	0,149	3835	526
			20	1,410	0,195	2739	376
			25	1,410	0,241	2100	288
	5	20	10	1,410	0,189	13450	756
			15	1,410	0,278	7862	467
			20	1,410	0,371	6037	339
			25	1,410	0,417	4367	145
		40	10	1,410	0,136	14240	800
			15	1,410	0,2	8389	499
			20	1,410	0,262	6299	354
			25	1,410	0,326	4861	273
		60	10	1,410	0,112	14660	823
			15	1,410	0,165	8703	517
			20	1,410	0,217	6548	368
			25	1,410	0,268	5020	282

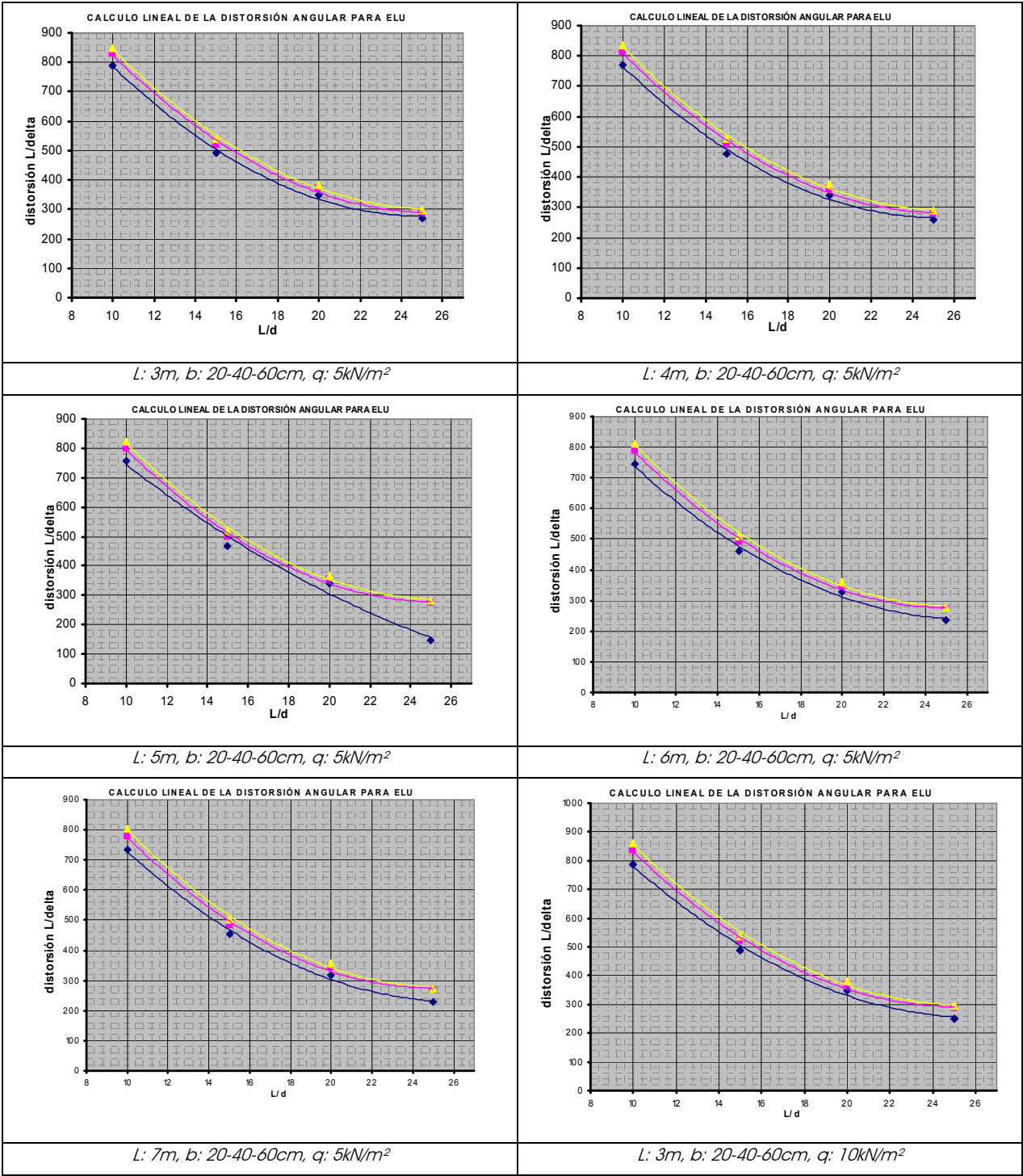
CARGA	GEOMETRÍA			CÁLCULO LINEAL			
kN/m <sup>2</sup>	LUZ (m)	b (cm)	L/d	Md/Ms	xf (d)	EI	distorsión
5	6	20	10	1,410	0,206	27430	743
			15	1,410	0,303	16970	460
			20	1,410	0,392	12130	329
			25	1,410	0,428	8672	235
		40	10	1,410	0,149	29130	789
			15	1,410	0,218	17050	490
			20	1,410	0,286	12850	348
			25	1,410	0,358	10010	271
		60	10	1,410	0,123	30010	813
			15	1,410	0,18	18770	509
			20	1,410	0,236	13340	362
			25	1,410	0,292	10260	278
	7	20	10	1,410	0,222	50310	733
			15	1,410	0,327	30980	455
			20	1,410	0,402	21600	316
			25	1,410	0,436	15560	228
		40	10	1,410	0,16	53300	780
			15	1,410	0,234	32870	483
			20	1,410	0,309	23510	344
			25	1,410	0,386	18450	270
		60	10	1,410	0,132	55000	805
			15	1,410	0,194	34150	502
			20	1,410	0,254	24360	356
			25	1,410	0,315	18750	274
10	3	20	10	1,380	0,204	3362	787
			15	1,380	0,300	2079	486
			20	1,380	0,394	1515	350
			25	1,380	0,451	1071	250
		40	10	1,380	0,147	3570	835
			15	1,380	0,216	2217	519
			20	1,380	0,283	1578	368
			25	1,380	0,354	1225	287
		60	10	1,380	0,121	3677	860
			15	1,380	0,178	2301	538
			20	1,380	0,234	1636	383
			25	1,380	0,289	1255	294

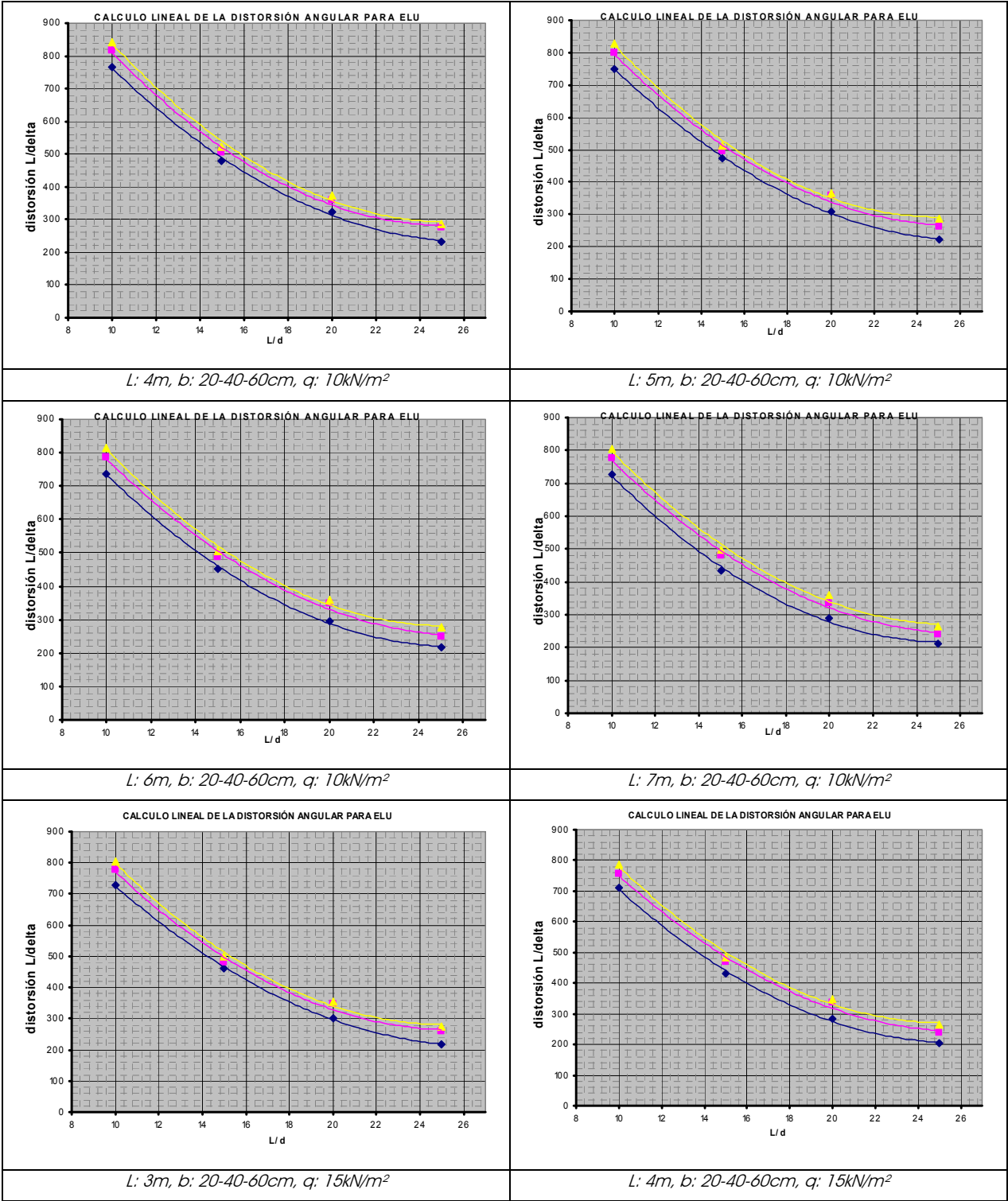


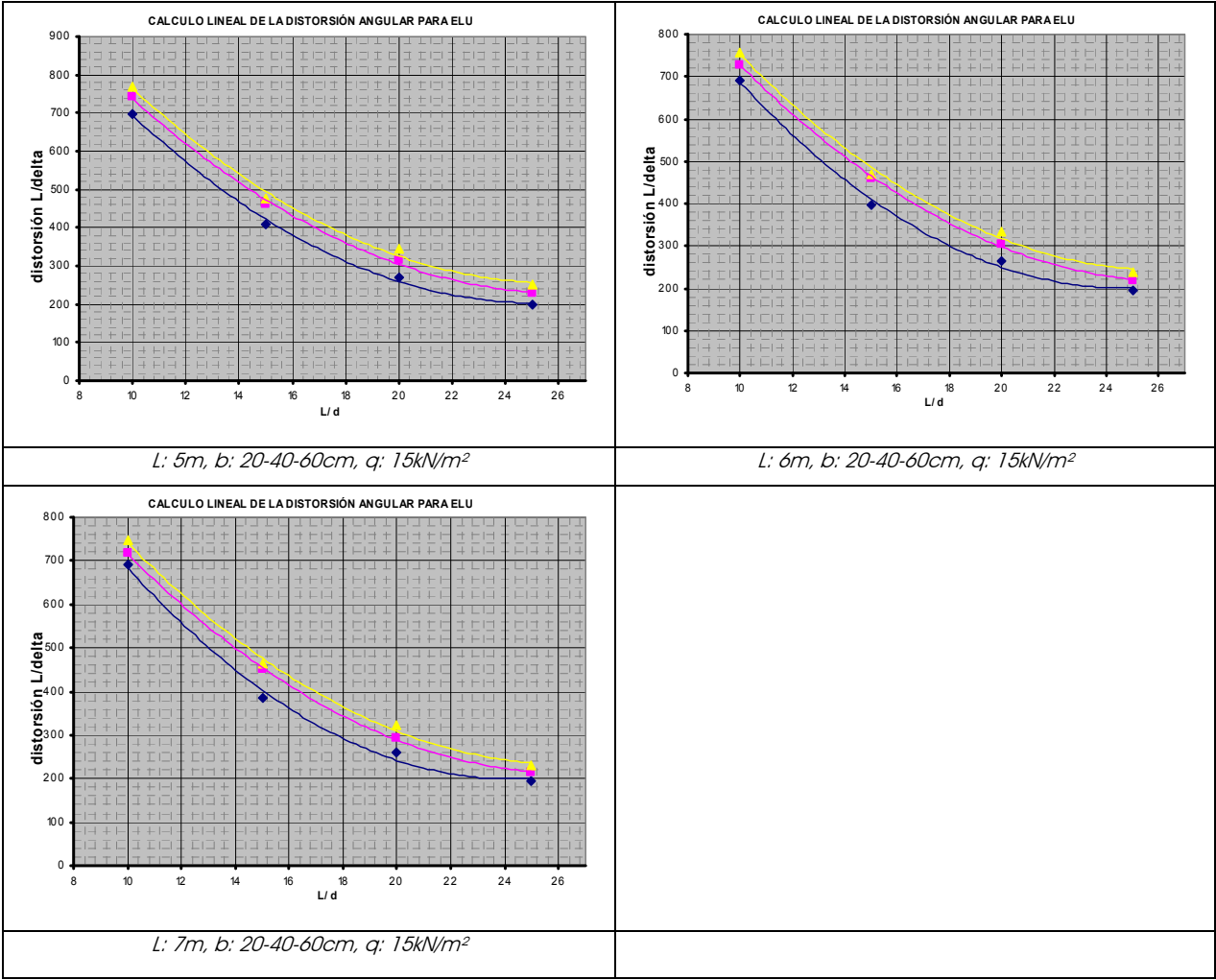
CARGA	GEOMETRÍA			CÁLCULO LINEAL			
kN/m <sup>2</sup>	LUZ (m)	b (cm)	L/d	Md/Ms	xf (d)	EI	distorsión
10	4	20	10	1,380	0,234	10340	765
			15	1,380	0,347	6458	478
			20	1,380	0,417	4374	324
			25	1,380	0,464	3175	232
		40	10	1,380	0,169	11040	816
			15	1,380	0,247	6814	504
			20	1,380	0,326	4871	360
			25	1,380	0,398	3737	277
		60	10	1,380	0,139	11380	843
			15	1,380	0,204	7082	524
			20	1,380	0,268	5038	372
			25	1,380	0,333	3888	288
	5	20	10	1,380	0,26	24710	749
			15	1,380	0,386	15640	474
			20	1,380	0,43	10140	307
			25	1,380	0,471	7417	223
		40	10	1,380	0,187	26380	800
			15	1,380	0,275	16290	494
			20	1,380	0,366	11810	358
			25	1,380	0,415	8594	261
		60	10	1,380	0,155	27310	828
			15	1,380	0,227	16930	513
			20	1,380	0,298	12040	365
			25	1,380	0,375	9458	287
	6	20	10	1,380	0,283	50390	737
			15	1,380	0,397	30890	452
			20	1,380	0,439	20290	297
			25	1,380	0,475	14840	217
		40	10	1,380	0,204	53800	787
			15	1,380	0,3	33330	486
			20	1,380	0,391	23890	349
			25	1,380	0,426	17060	249
		60	10	1,380	0,169	55790	816
			15	1,380	0,247	34500	504
			20	1,380	0,326	24660	360
			25	1,380	0,395	18900	276

CARGA	GEOMETRÍA			CÁLCULO LINEAL			
kN/m <sup>2</sup>	LUZ (m)	b (cm)	L/d	Md/Ms	xf (d)	EI	distorsión
10	7	20	10	1,382	0,305	92190	727
			15	1,382	0,406	55790	435
			20	1,382	0,445	36640	289
			25	1,382	0,478	27040	213
		40	10	1,382	0,219	98230	775
			15	1,382	0,324	60970	481
			20	1,382	0,401	42500	335
			25	1,382	0,434	30610	242
		60	10	1,382	0,181	102000	805
			15	1,382	0,266	63000	497
			20	1,382	0,353	45400	358
			25	1,382	0,405	33620	265
15	3	20	10	1,400	0,249	4916	728
			15	1,400	0,372	3108	460
			20	1,400	0,438	2039	302
			25	1,400	0,495	1462	217
		40	10	1,400	0,179	5246	777
			15	1,400	0,263	3248	480
			20	1,400	0,349	2332	345
			25	1,400	0,418	1770	259
		60	10	1,400	0,148	5426	804
			15	1,400	0,217	3369	499
			20	1,400	0,285	2394	355
			25	1,400	0,357	1864	276
	4	20	10	1,400	0,285	15190	709
			15	1,400	0,401	9239	433
			20	1,400	0,452	6028	283
			25	1,400	0,498	4360	204
		40	10	1,400	0,205	16150	757
			15	1,400	0,302	10030	468
			20	1,400	0,394	7153	335
			25	1,400	0,439	5101	239
		60	10	1,400	0,17	16770	785
			15	1,400	0,249	10360	485
			20	1,400	0,329	7406	347
			25	1,400	0,399	5665	266

CARGA	GEOMETRÍA			CÁLCULO LINEAL			
kN/m <sup>2</sup>	LUZ (m)	b (cm)	L/d	Md/Ms	xf (d)	EI	distorsión
15	5	20	10	1,400	0,318	36300	697
			15	1,400	0,415	21370	410
			20	1,400	0,46	14150	272
			25	1,400	0,499	10450	199
		40	10	1,400	0,228	38600	741
			15	1,400	0,338	24040	461
			20	1,400	0,41	16570	316
			25	1,400	0,45	11900	227
		60	10	1,400	0,189	40100	770
			15	1,400	0,277	24770	475
			20	1,400	0,369	17980	345
			25	1,400	0,417	13080	250
	6	20	10	1,400	0,349	74620	691
			15	1,400	0,424	42680	395
			20	1,400	0,465	28630	265
			25	1,400	0,5	21190	196
		40	10	1,400	0,249	78650	728
			15	1,400	0,372	49720	460
			20	1,400	0,42	32720	303
			25	1,400	0,457	23740	220
		60	10	1,400	0,205	81760	757
			15	1,400	0,302	50570	468
			20	1,400	0,392	36210	335
			25	1,400	0,427	25870	240
	7	20	10	1,400	0,379	138300	691
			15	1,400	0,431	76920	384
			20	1,400	0,47	52170	261
			25	1,400	0,5	38950	195
		40	10	1,400	0,268	143600	718
			15	1,400	0,39	89870	450
			20	1,400	0,428	58750	294
			25	1,400	0,462	42980	215
		60	10	1,400	0,221	149300	746
			15	1,400	0,326	92780	463
			20	1,400	0,401	64440	322
			25	1,400	0,435	46430	232







Anexo 7. Cálculo lineal con redistribución limitada de esfuerzos para la máxima distorsión angular admisible asociada a la rotura

kN/m <sup>2</sup>	LUZ (m)	b (cm)	L/d	$r \cdot M_d / M_s$	coeficiente redistribución	distorsión
5	3	20	10	1,937	1,374	474
			15	1,816	1,288	317
			20	1,695	1,202	247
			25	1,568	1,112	218
		40	10	2,010	1,426	479
			15	1,922	1,363	316
			20	1,836	1,302	237
			25	1,751	1,242	193
		60	10	2,044	1,450	482
			15	1,971	1,398	317
			20	1,899	1,347	237
			25	1,828	1,297	190
	4	20	10	1,900	1,347	474
			15	1,760	1,248	321
			20	1,619	1,148	260
			25	1,495	1,060	237
		40	10	1,984	1,407	477
			15	1,883	1,335	316
			20	1,784	1,265	239
			25	1,685	1,195	199
		60	10	2,022	1,434	480
			15	1,938	1,374	316
			20	1,856	1,316	237
			25	1,776	1,259	192
	5	20	10	1,865	1,323	474
			15	1,710	1,213	327
			20	1,547	1,097	279
			25	1,465	1,039	225
		40	10	1,958	1,389	475
			15	1,847	1,310	316
			20	1,737	1,232	243
			25	1,626	1,153	119
		60	10	2,001	1,419	478
			15	1,908	1,353	316
			20	1,817	1,289	238
			25	1,729	1,226	195

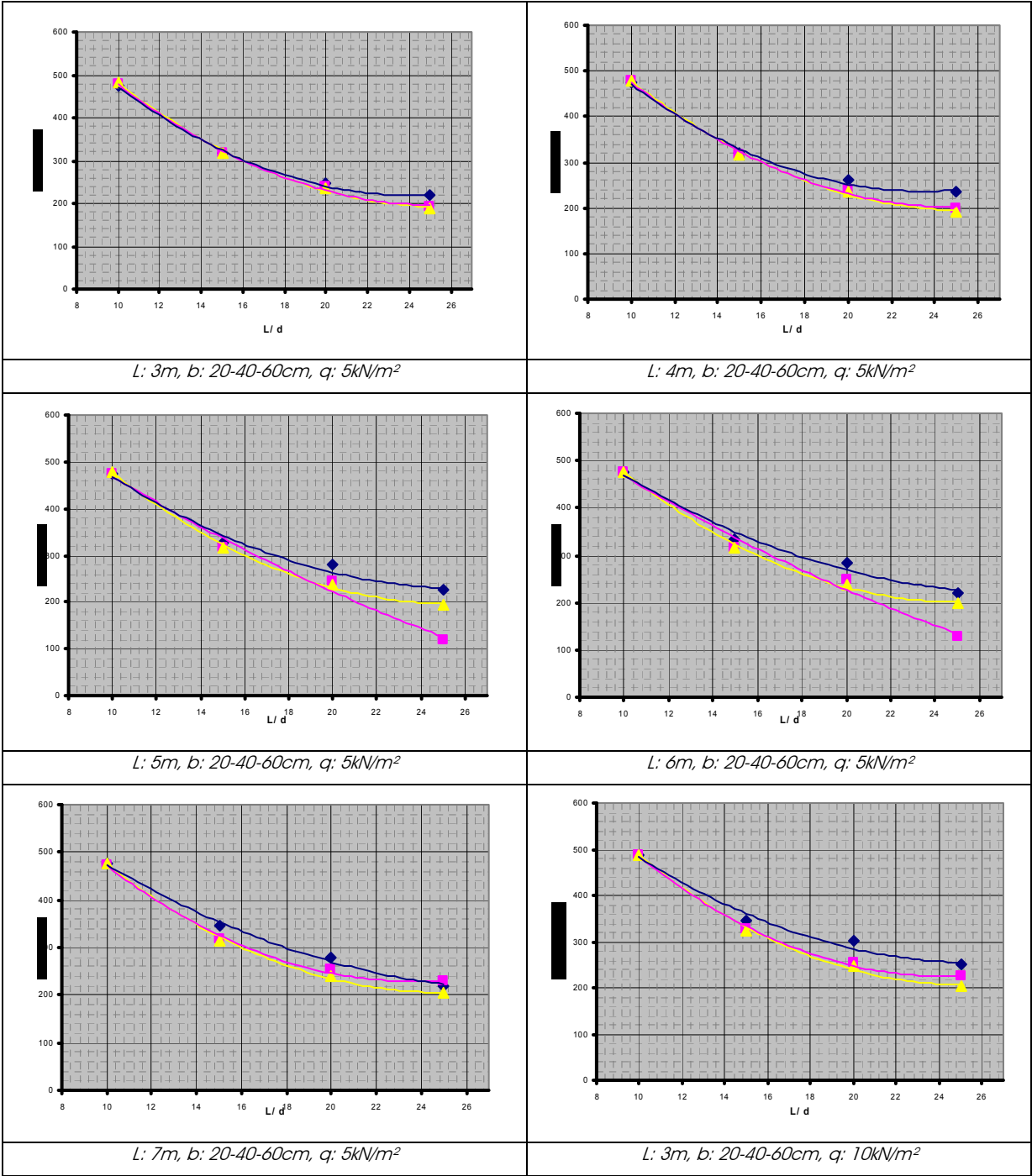


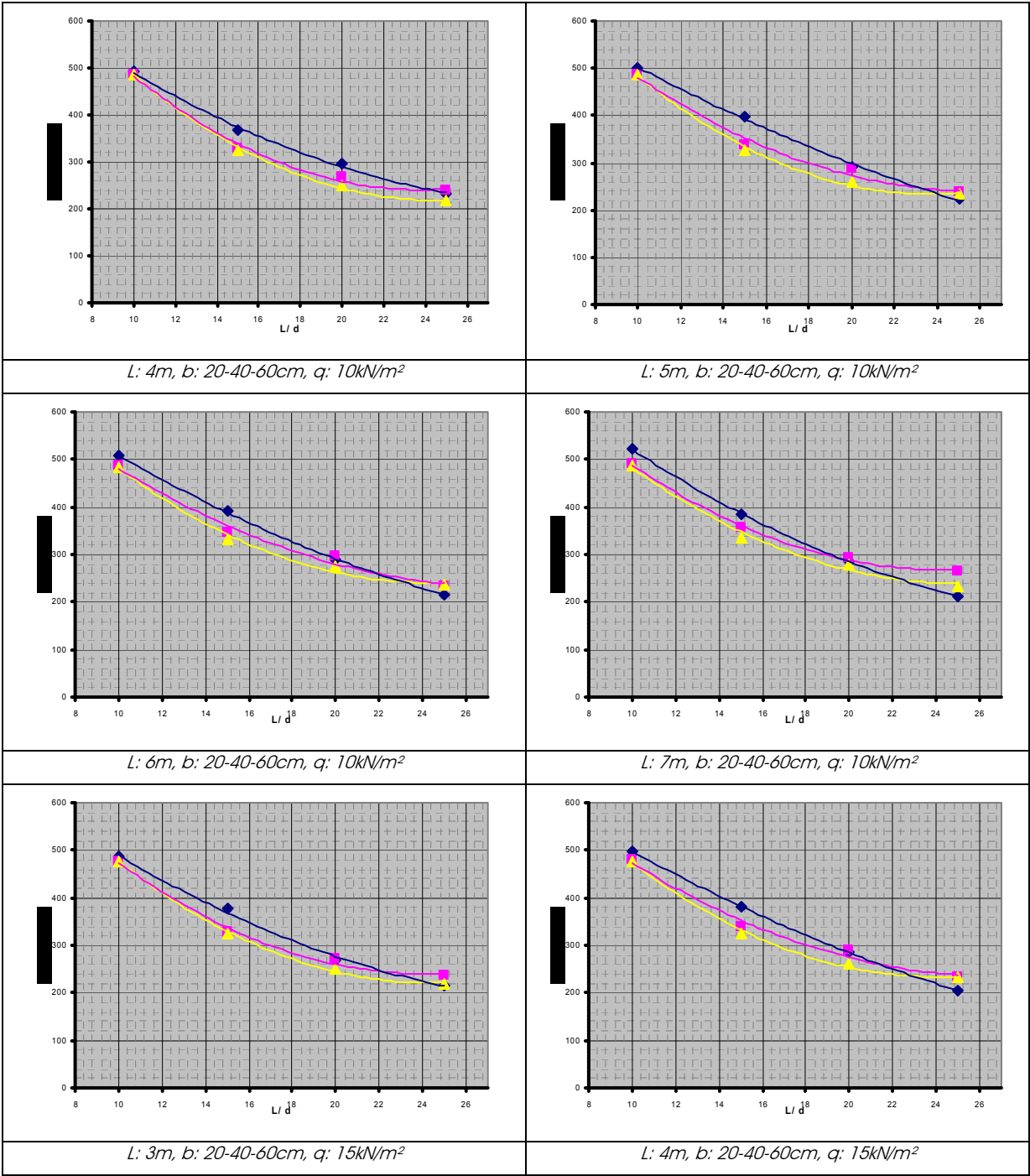
kN/m <sup>2</sup>	LUZ (m)	b (cm)	L/d	$r \cdot M_d / M_s$	coeficiente redistribución	distorsión
5	6	20	10	1,836	1,302	475
			15	1,665	1,181	335
			20	1,509	1,070	284
			25	1,445	1,025	222
		40	10	1,937	1,374	474
			15	1,816	1,288	317
			20	1,695	1,202	247
			25	1,568	1,112	128
		60	10	1,984	1,407	477
			15	1,882	1,335	316
			20	1,784	1,265	239
			25	1,685	1,195	199
	7	20	10	1,809	1,283	476
			15	1,623	1,151	345
			20	1,492	1,058	279
			25	1,431	1,015	220
		40	10	1,918	1,360	474
			15	1,787	1,267	319
			20	1,655	1,174	253
			25	1,520	1,078	229
		60	10	1,967	1,395	476
			15	1,858	1,318	316
			20	1,753	1,243	241
			25	1,644	1,166	204
10	3	20	10	1,801	1,305	487
			15	1,635	1,185	345
			20	1,472	1,067	300
			25	1,380	1,000	250
		40	10	1,899	1,376	486
			15	1,780	1,290	326
			20	1,664	1,206	254
			25	1,543	1,118	224
		60	10	1,943	1,408	488
			15	1,845	1,337	324
			20	1,750	1,268	246
			25	1,655	1,199	204

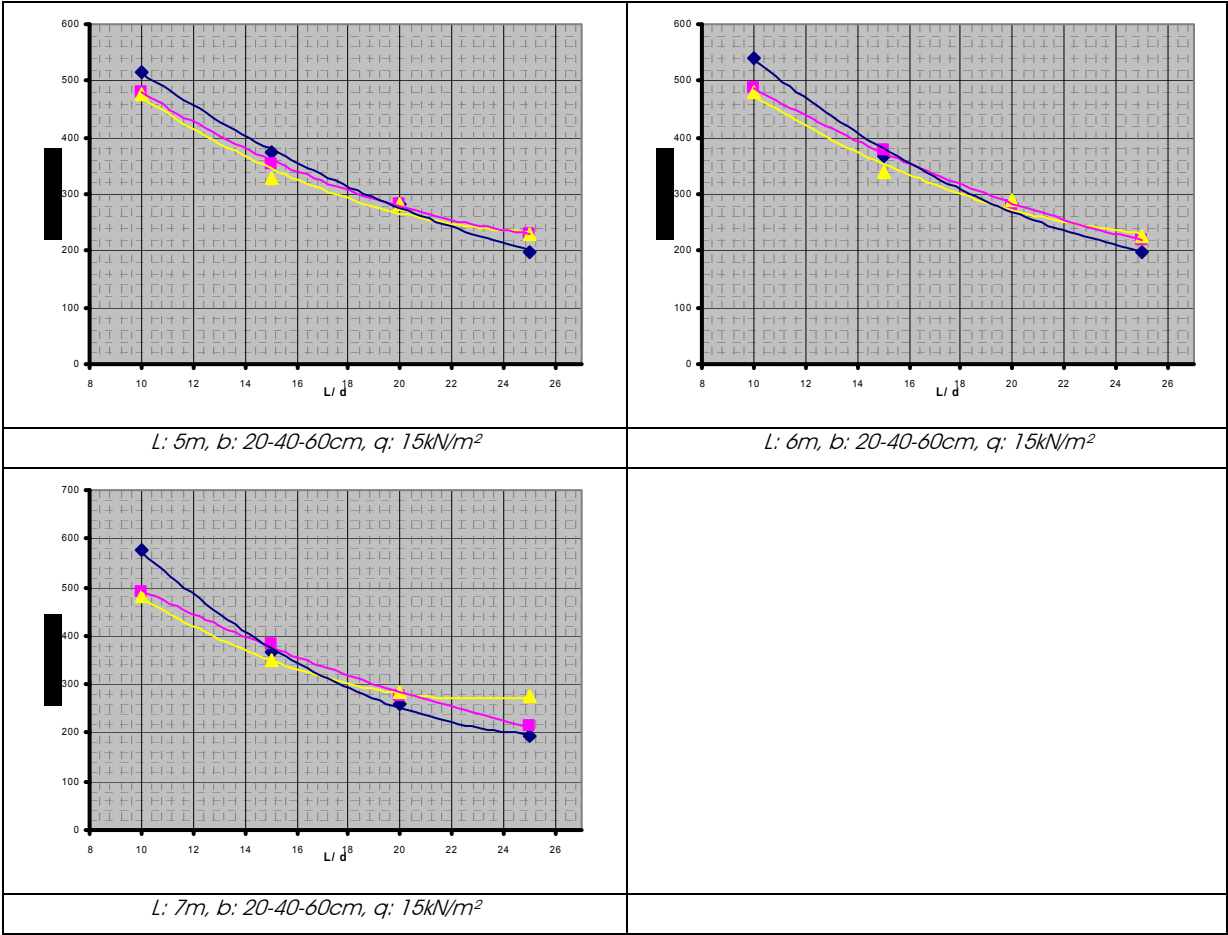
kN/m <sup>2</sup>	LUZ (m)	b (cm)	L/d	$r \cdot M_d / M_s$	coeficiente redistribución	distorsión
10	4	20	10	1,750	1,268	492
			15	1,555	1,127	369
			20	1,433	1,038	295
			25	1,380	1,000	232
		40	10	1,862	1,349	485
			15	1,726	1,251	330
			20	1,590	1,152	268
			25	1,466	1,062	240
		60	10	1,913	1,386	486
			15	1,801	1,305	325
			20	1,691	1,225	251
			25	1,579	1,144	216
	5	20	10	1,704	1,235	499
			15	1,486	1,077	399
			20	1,410	1,022	291
			25	1,380	1,000	223
		40	10	1,830	1,326	486
			15	1,680	1,217	336
			20	1,521	1,102	288
			25	1,437	1,041	236
		60	10	1,887	1,367	485
			15	1,762	1,277	327
			20	1,638	1,187	258
			25	1,507	1,092	235
	6	20	10	1,664	1,206	508
			15	1,467	1,063	391
			20	1,395	1,011	288
			25	1,380	1,000	217
		40	10	1,801	1,305	487
			15	1,635	1,185	345
			20	1,479	1,072	297
			25	1,417	1,027	233
		60	10	1,862	1,349	485
			15	1,726	1,251	330
			20	1,539	1,115	274
			25	1,471	1,066	237

kN/m <sup>2</sup>	LUZ (m)	b (cm)	L/d	$r \cdot M_d / M_s$	coeficiente redistribución	distorsión
10	7	20	10	1,629	1,178	522
			15	1,454	1,052	385
			20	1,387	1,003	287
			25	1,382	1,000	213
		40	10	1,778	1,286	490
			15	1,597	1,155	356
			20	1,464	1,059	293
			25	1,406	1,017	266
		60	10	1,843	1,333	487
			15	1,698	1,228	335
			20	1,547	1,119	280
			25	1,456	1,053	234
15	3	20	10	1,749	1,249	486
			15	1,533	1,095	378
			20	1,542	1,101	267
			25	1,400	1,000	217
		40	10	1,870	1,336	477
			15	1,723	1,231	327
			20	1,574	1,124	271
			25	1,452	1,037	238
		60	10	1,925	1,375	478
			15	1,719	1,228	325
			20	1,684	1,203	249
			25	1,560	1,114	220
	4	20	10	1,684	1,203	499
			15	1,483	1,059	380
			20	1,393	0,995	286
			25	1,400	1,000	204
		40	10	1,824	1,303	479
			15	1,655	1,182	338
			20	1,495	1,068	289
			25	1,415	1,011	233
		60	10	1,887	1,348	477
			15	1,749	1,249	324
			20	1,609	1,149	262
			25	1,485	1,061	232

kN/m <sup>2</sup>	LUZ (m)	b (cm)	L/d	$r \cdot M_d / M_s$	coeficiente redistribución	distorsión
15	5	20	10	1,627	1,162	517
			15	1,459	1,042	372
			20	1,379	0,985	283
			25	1,400	1,000	199
		40	10	1,785	1,275	482
			15	1,592	1,137	354
			20	1,467	1,048	284
			25	1,397	0,998	228
		60	10	1,854	1,324	478
			15	1,700	1,214	330
			20	1,537	1,098	282
			25	1,455	1,039	229
	6	20	10	1,574	1,124	542
			15	1,442	1,030	368
			20	1,369	0,978	281
			25	1,400	1,000	196
		40	10	1,749	1,249	486
			15	1,533	1,095	378
			20	1,449	1,035	279
			25	1,400	1,000	220
		60	10	1,824	1,303	479
			15	1,655	1,182	338
			20	1,498	1,070	288
			25	1,436	1,026	225
	7	20	10	1,520	1,086	577
			15	1,429	1,021	366
			20	1,400	1,000	261
			25	1,400	1,000	195
		40	10	1,715	1,225	492
			15	1,502	1,073	384
			20	1,435	1,025	277
			25	1,400	1,000	215
		60	10	1,798	1,284	480
			15	1,614	1,153	348
			20	1,481	1,058	283
			25	1,422	1,016	274







Anexo 8. Comparación del cálculo lineal, lineal con redistribución limitada de esfuerzos y no lineal, de la máxima distorsión angular admisible asociada a la rotura de la pieza



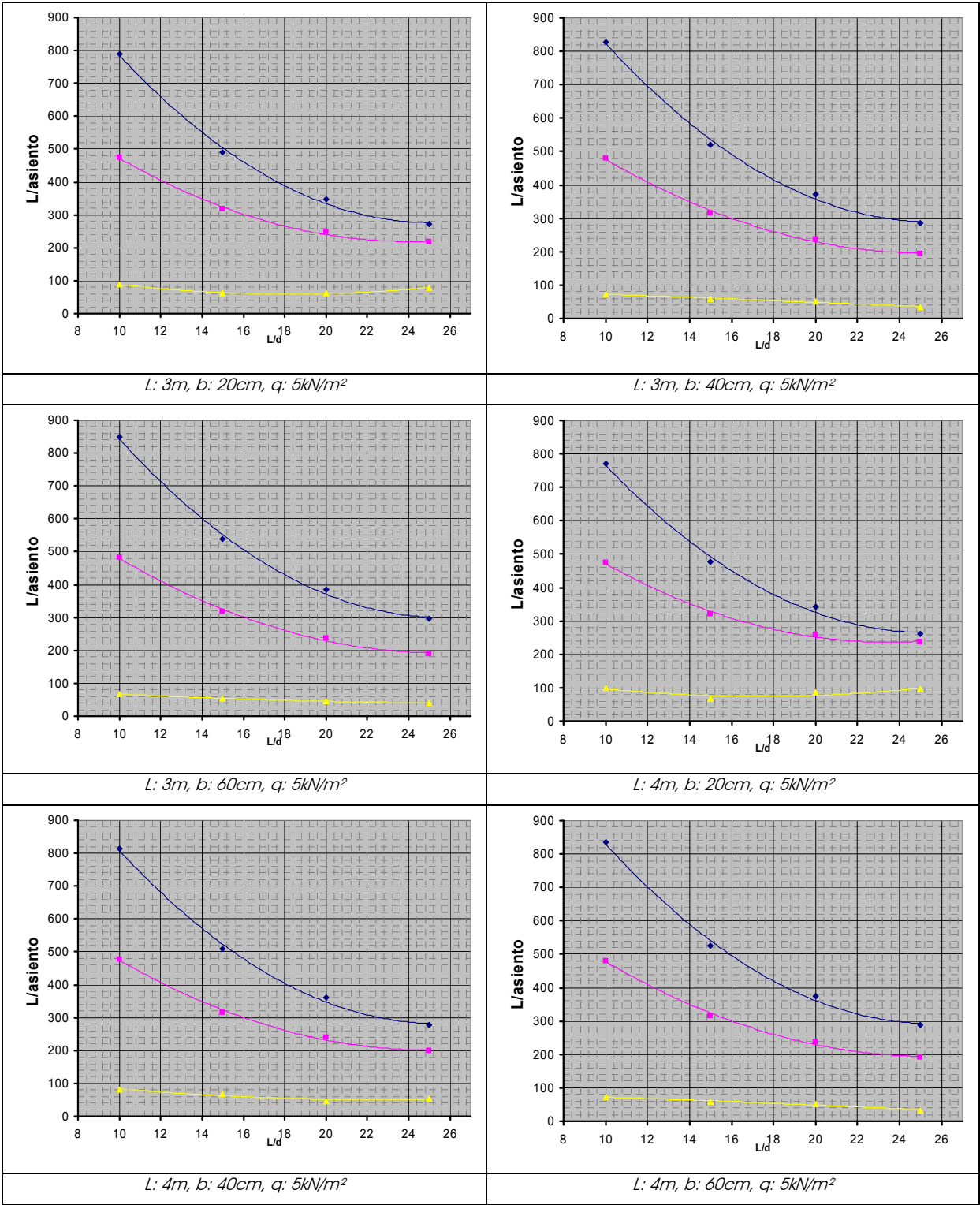
kN/m <sup>2</sup>	LUZ (m)	b (cm)	L/d	distorsión		
				LINEAL	LINEAL CON REDISTRIBUCIÓN	NO LINEAL
5	3	20	10	789	474	89
			15	490	317	62
			20	348	247	62
			25	271	218	79
		40	10	829	479	74
			15	521	316	59
			20	372	237	51
			25	285	193	35
		60	10	848	482	68
			15	538	317	53
			20	385	237	46
			25	296	190	40
	4	20	10	771	474	100
			15	477	321	68
			20	341	260	86
			25	260	237	96
		40	10	813	477	82
			15	509	316	67
			20	362	239	47
			25	278	199	53
		60	10	834	480	73
			15	526	316	59
			20	376	237	51
			25	288	192	33
	5	20	10	756	474	107
			15	467	327	86
			20	339	279	112
			25	145	225	101
		40	10	800	475	88
			15	499	316	65
			20	354	243	55
			25	273	119	67
		60	10	823	478	78
			15	517	316	63
			20	368	238	49
			25	282	195	46

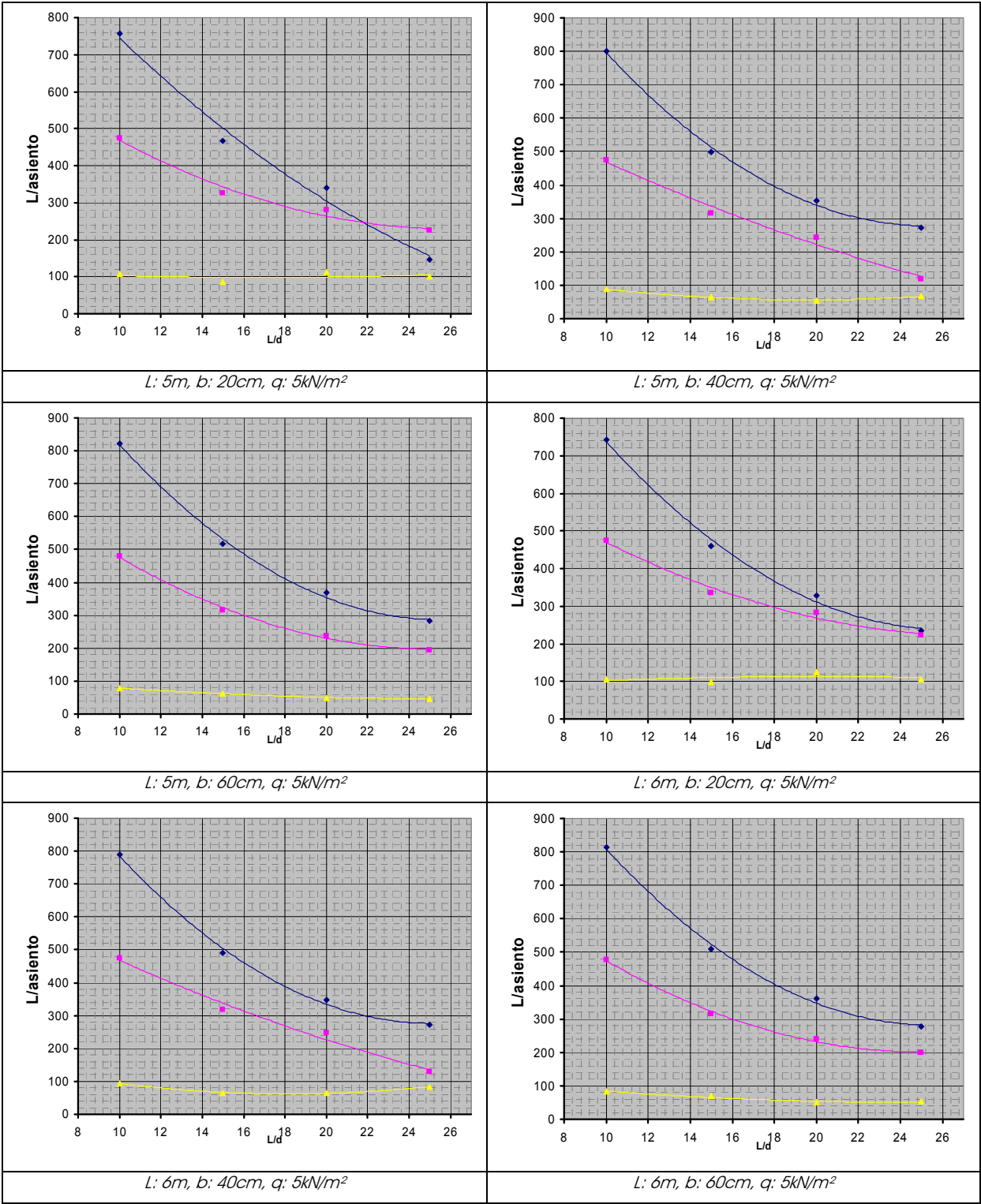
kN/m <sup>2</sup>	LUZ (m)	b (cm)	L/d	distorsión		
				LINEAL	LINEAL CON REDISTRIBUCIÓN	NO LINEAL
5	6	20	10	743	475	106
			15	460	335	98
			20	329	284	125
			25	235	222	106
		40	10	789	474	94
			15	490	317	64
			20	348	247	66
			25	271	128	83
		60	10	813	477	83
			15	509	316	69
			20	362	239	50
			25	278	199	53
	7	20	10	733	476	105
			15	455	345	116
			20	316	279	129
			25	228	220	110
		40	10	780	474	98
			15	483	319	67
			20	344	253	76
			25	270	229	98
		60	10	805	476	87
			15	502	316	72
			20	356	241	53
			25	274	204	63
10	3	20	10	787	487	102
			15	486	345	96
			20	350	300	120
			25	250	250	107
		40	10	835	486	91
			15	519	326	64
			20	368	254	61
			25	287	224	79
		60	10	860	488	81
			15	538	324	66
			20	383	246	43
			25	294	204	42

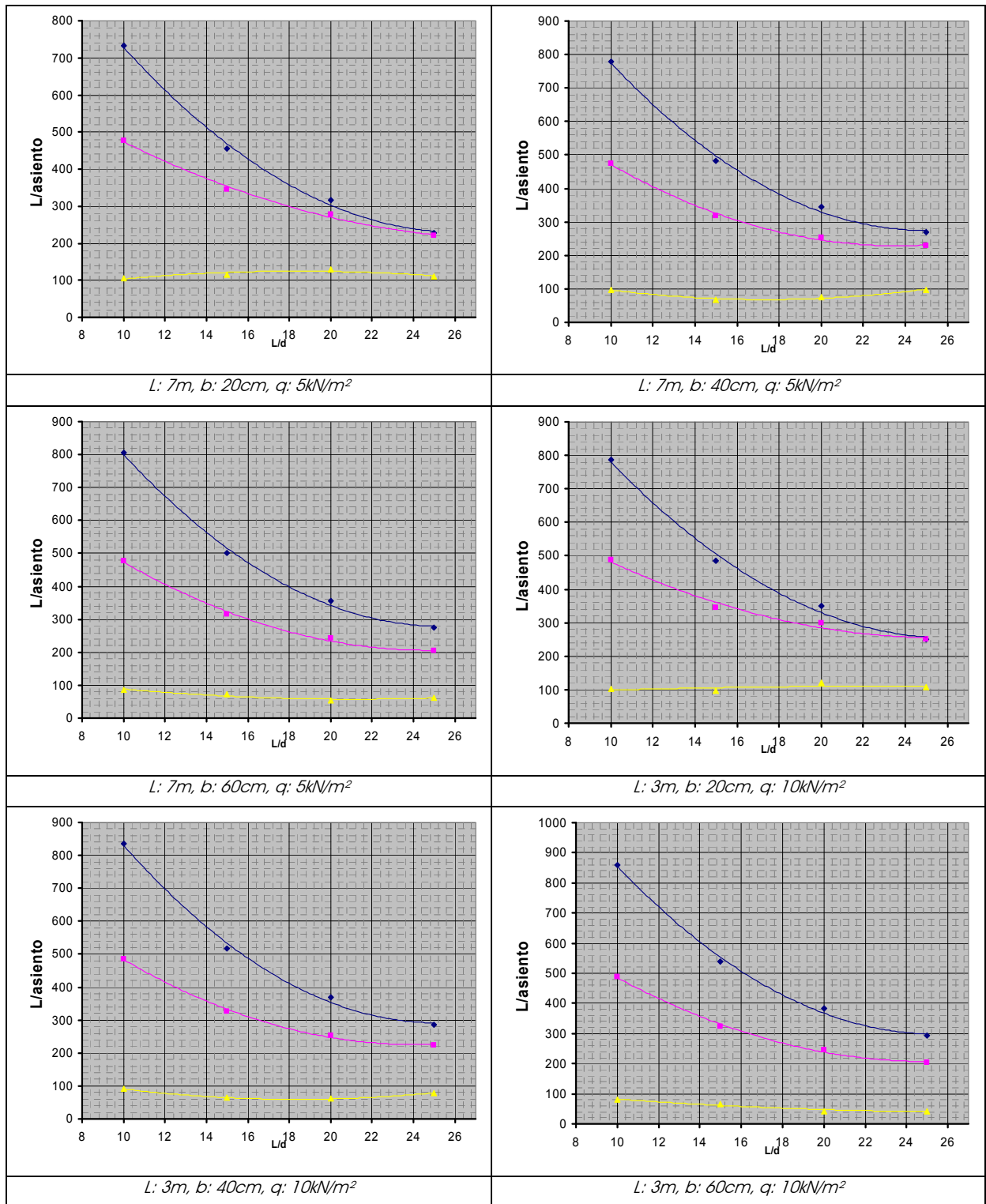
kN/m <sup>2</sup>	LUZ (m)	b (cm)	L/d	distorsión		
				LINEAL	LINEAL CON REDISTRIBUCIÓN	NO LINEAL
10	4	20	10	765	492	102
			15	478	369	131
			20	324	295	130
			25	232	232	108
		40	10	816	485	101
			15	504	330	68
			20	360	268	86
			25	277	240	98
		60	10	843	486	90
			15	524	325	68
			20	372	251	58
			25	288	216	71
	5	20	10	749	499	113
			15	474	399	169
			20	307	291	138
			25	223	223	116
		40	10	800	486	110
			15	494	336	83
			20	358	288	112
			25	261	236	104
		60	10	828	485	97
			15	513	327	68
			20	365	258	72
			25	287	235	93
	6	20	10	737	508	134
			15	452	391	177
			20	297	288	145
			25	217	217	123
		40	10	787	487	108
			15	486	345	96
			20	349	297	128
			25	249	233	109
		60	10	816	485	104
			15	504	330	69
			20	360	274	87
			25	276	237	101

kN/m <sup>2</sup>	LUZ (m)	b (cm)	L/d	distorsión		
				LINEAL	LINEAL CON REDISTRIBUCIÓN	NO LINEAL
10	7	20	10	727	522	154
			15	435	385	182
			20	289	287	151
			25	213	213	127
		40	10	775	490	106
			15	481	356	115
			20	335	293	133
			25	242	266	114
		60	10	805	487	109
			15	497	335	79
			20	358	280	104
			25	265	234	105
15	3	20	10	728	486	102
			15	460	378	151
			20	302	267	126
			25	217	217	119
		40	10	777	477	102
			15	480	327	72
			20	345	271	96
			25	259	238	97
		60	10	804	478	90
			15	499	325	63
			20	355	249	63
			25	276	220	79
	4	20	10	709	499	127
			15	433	380	170
			20	283	286	137
			25	204	204	115
		40	10	757	479	105
			15	468	338	93
			20	335	289	122
			25	239	233	102
		60	10	785	477	100
			15	485	324	68
			20	347	262	86
			25	266	232	96

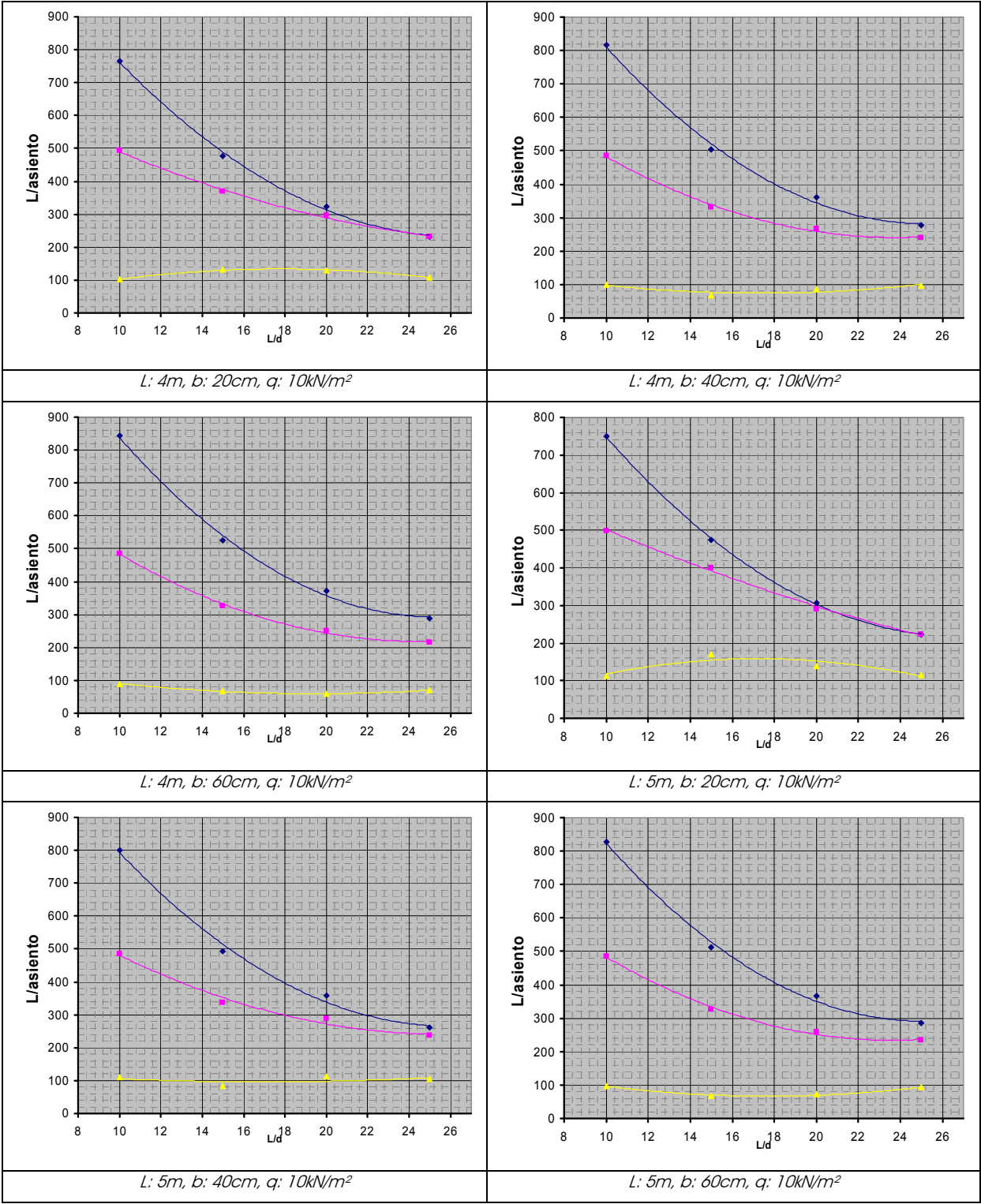
kN/m <sup>2</sup>	LUZ (m)	b (cm)	L/d	distorsión		
				LINEAL	LINEAL CON REDISTRIBUCIÓN	NO LINEAL
15	5	20	10	697	517	165
			15	410	372	179
			20	272	283	146
			25	199	199	121
		40	10	741	482	103
			15	461	354	124
			20	316	284	129
			25	227	228	109
		60	10	770	478	108
			15	475	330	83
			20	345	282	113
			25	250	229	102
	6	20	10	691	542	203
			15	395	368	188
			20	265	281	152
			25	196	196	127
		40	10	728	486	103
			15	460	378	155
			20	303	279	135
			25	220	220	115
		60	10	757	479	107
			15	468	338	98
			20	335	288	125
			25	240	225	107
	7	20	10	691	577	247
			15	384	366	195
			20	261	261	157
			25	195	195	131
		40	10	718	492	119
			15	450	384	170
			20	294	277	141
			25	215	215	119
		60	10	746	480	105
			15	463	348	114
			20	322	283	130
			25	232	274	112

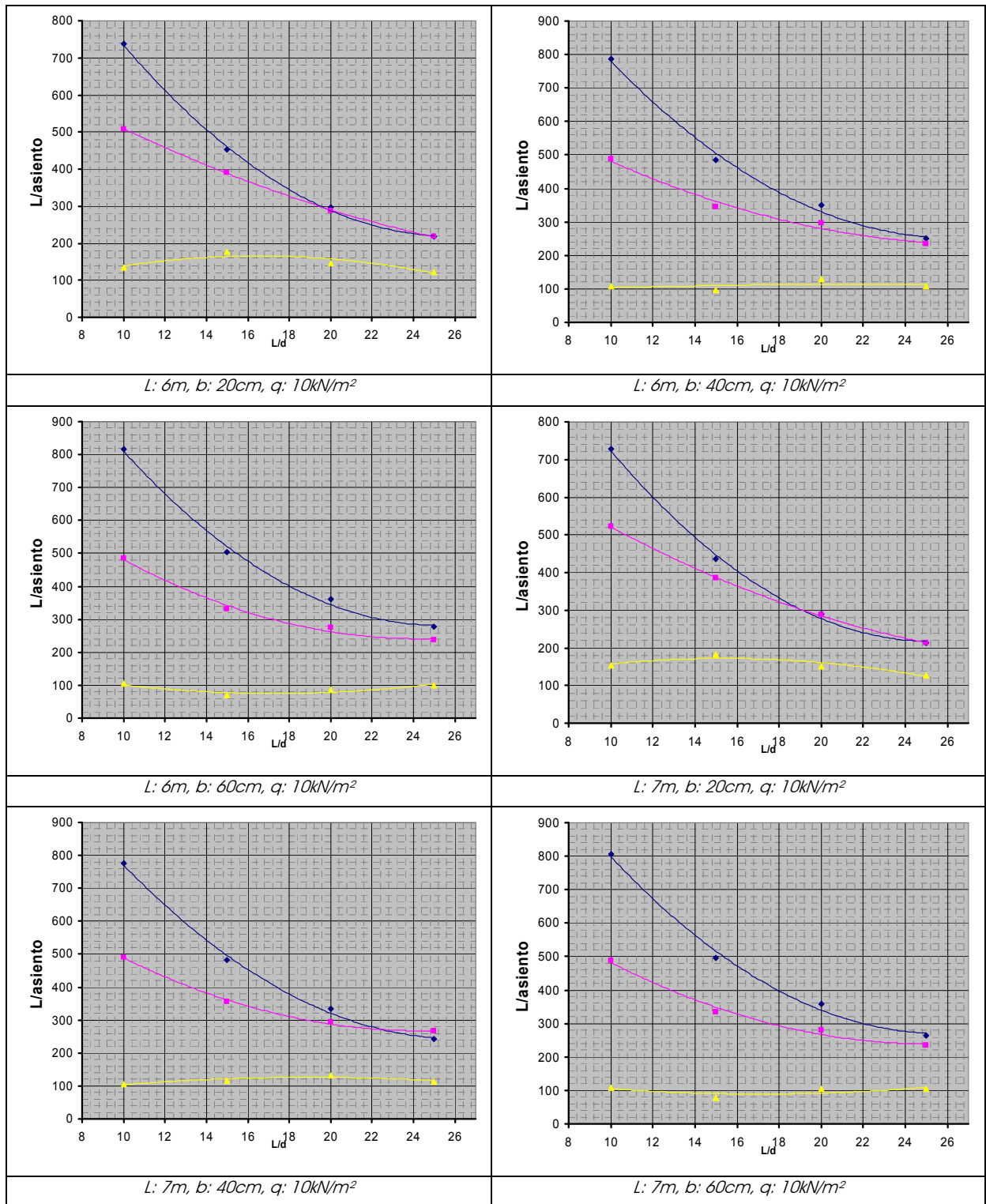


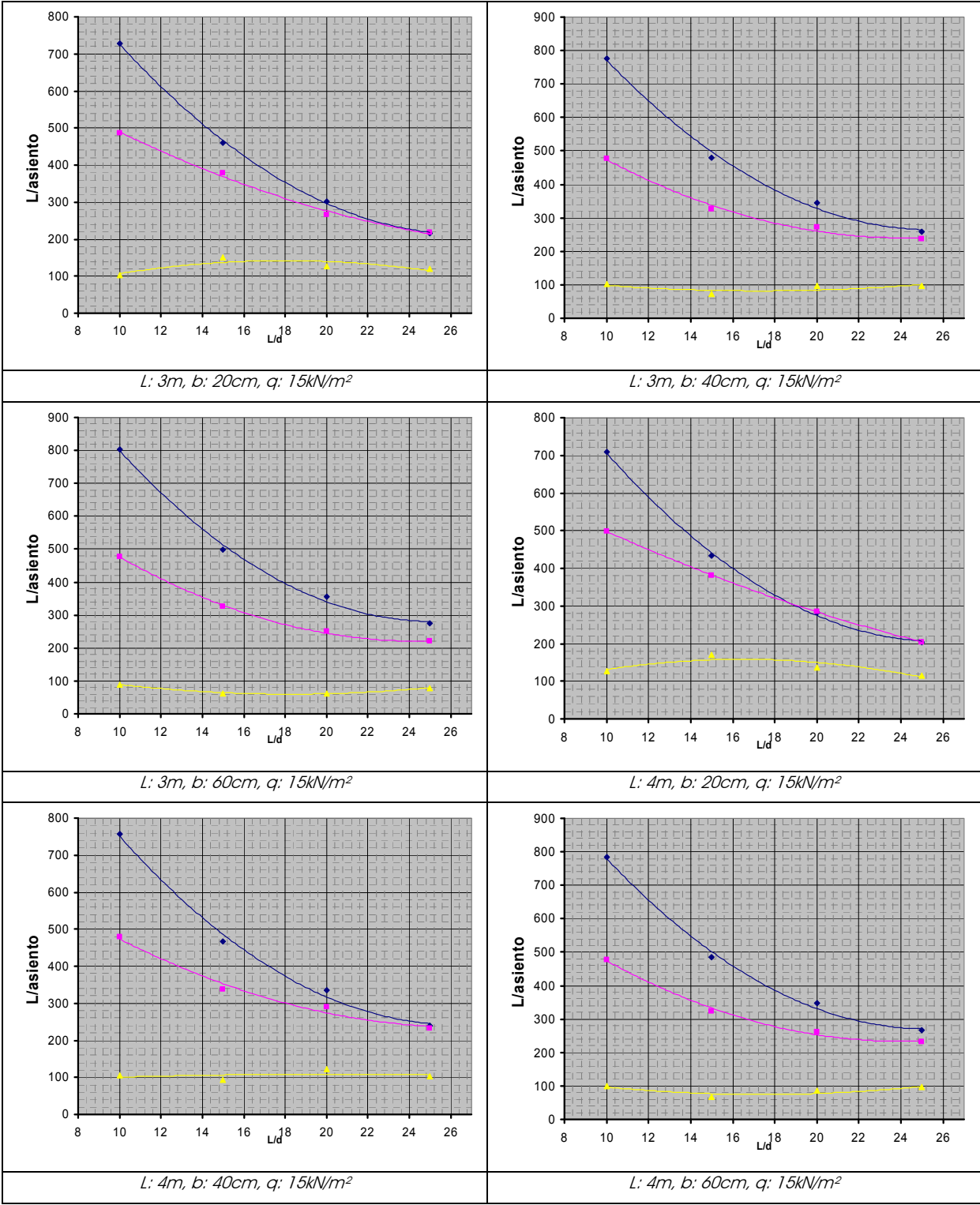


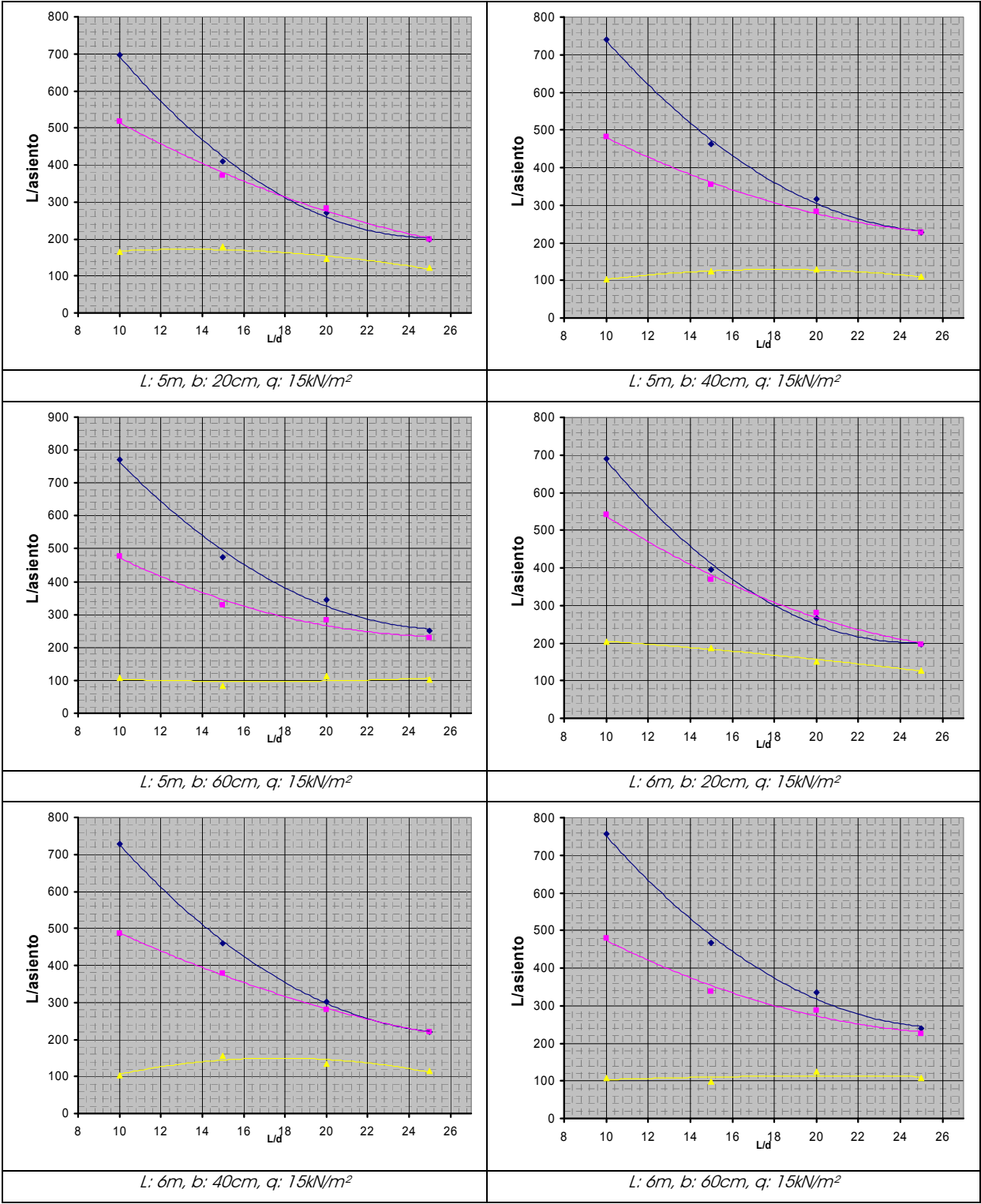


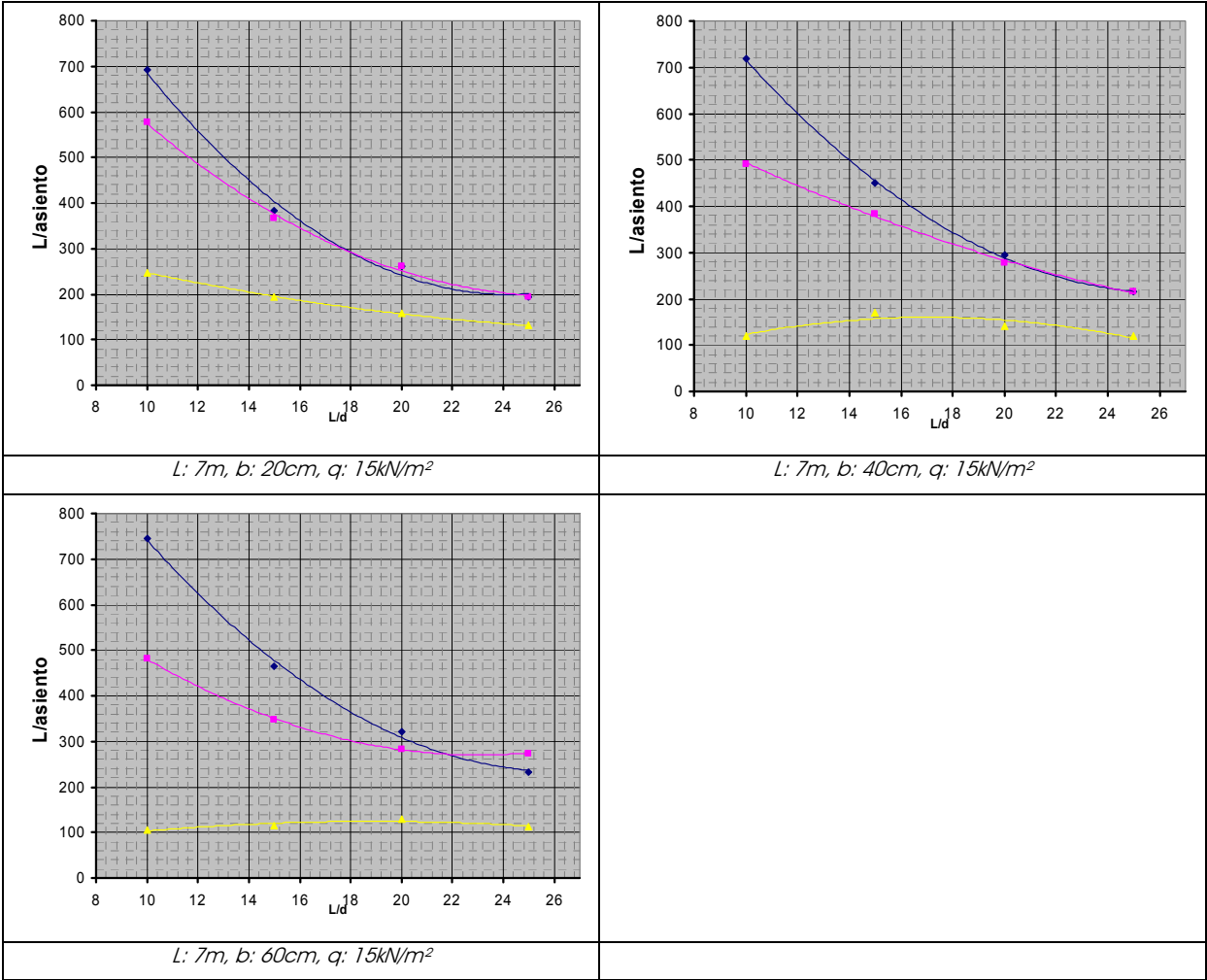












Anexo 9. Cálculo lineal de la máxima distorsión angular admisible para la rotura debido al esfuerzo cortante

kN/m <sup>2</sup>	LUZ (m)	b (cm)	L/d	$M_d$ (kNm)	$M_s$ (kNm)	distorsión
5	3	20	10	15,86	11,25	85
			15	15,86	11,25	42
			20	15,86	11,25	39
			25	15,86	11,25	48
		40	10	15,86	11,25	118
			15	15,86	11,25	55
			20	15,86	11,25	34
			25	15,86	11,25	27
		60	10	15,86	11,25	150
			15	15,86	11,25	66
			20	15,86	11,25	39
			25	15,86	11,25	27
	4	20	10	37,6	26,66	75
			15	37,6	26,66	40
			20	37,6	26,66	50
			25	37,6	26,66	49
		40	10	37,6	26,66	100
			15	37,6	26,66	48
			20	37,6	26,66	30
			25	37,6	26,66	32
		60	10	37,6	26,66	123
			15	37,6	26,66	57
			20	37,6	26,66	35
			25	37,6	26,66	24
	5	20	10	73,43	52,08	69
			15	73,43	52,08	48
			20	73,43	52,08	62
			25	73,43	52,08	49
		40	10	73,43	52,08	89
			15	73,43	52,08	44
			20	73,43	52,08	33
			25	73,43	52,08	39
		60	10	73,43	52,08	108
			15	73,43	52,08	51
			20	73,43	52,08	32
			25	73,43	52,08	27

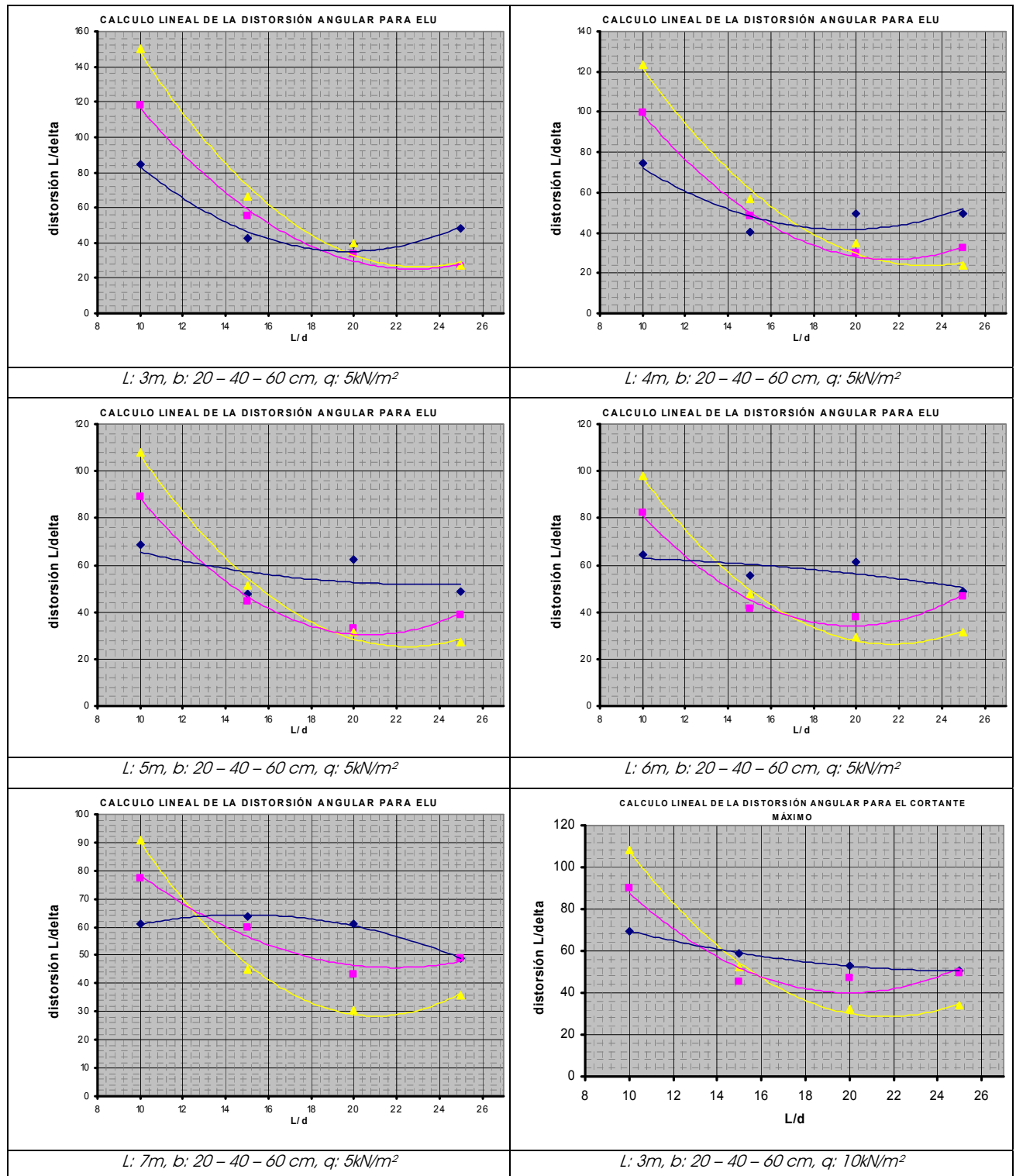
kN/m <sup>2</sup>	LUZ (m)	b (cm)	L/d	$M_d$ (kNm)	$M_s$ (kNm)	distorsión
5	6	20	10	126,9	90	64
			15	126,9	90	55
			20	126,9	90	61
			25	126,9	90	49
		40	10	126,9	90	82
			15	126,9	90	42
			20	126,9	90	38
			25	126,9	90	46
		60	10	126,9	90	98
			15	126,9	90	48
			20	126,9	90	30
			25	126,9	90	32
	7	20	10	201,51	142,91	61
			15	201,51	142,91	64
			20	201,51	142,91	61
			25	201,51	142,91	49
		40	10	201,51	142,91	77
			15	201,51	142,91	60
			20	201,51	142,91	43
			25	201,51	142,91	49
		60	10	201,51	142,91	91
			15	201,51	142,91	45
			20	201,51	142,91	31
			25	201,51	142,91	36
10	3	20	10	31,05	22,5	70
			15	31,05	22,5	59
			20	31,05	22,5	53
			25	31,05	22,5	50
		40	10	31,05	22,5	90
			15	31,05	22,5	45
			20	31,05	22,5	47
			25	31,05	22,5	50
		60	10	31,05	22,5	108
			15	31,05	22,5	52
			20	31,05	22,5	32
			25	31,05	22,5	34

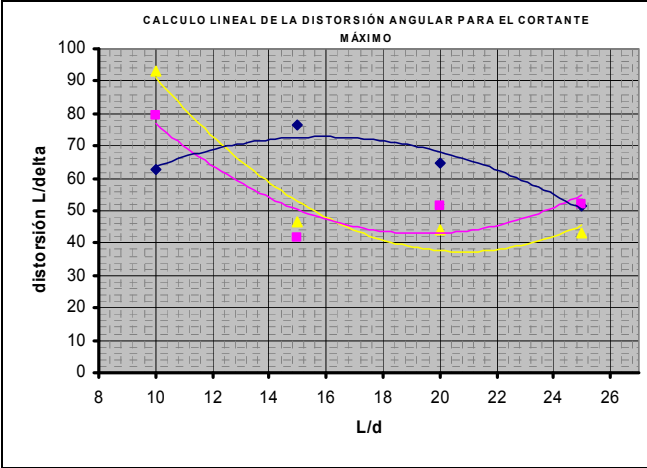


kN/m <sup>2</sup>	LUZ (m)	b (cm)	L/d	$M_d$ (kNm)	$M_s$ (kNm)	distorsión
10	4	20	10	73,6	53,33	63
			15	73,6	53,33	76
			20	73,6	53,33	65
			25	73,6	53,33	52
		40	10	73,6	53,33	80
			15	73,6	53,33	42
			20	73,6	53,33	52
			25	73,6	53,33	52
		60	10	73,6	53,33	93
			15	73,6	53,33	47
			20	73,6	53,33	44
			25	73,6	53,33	43
	5	20	10	143,75	104,16	67
			15	143,75	104,16	86
			20	143,75	104,16	64
			25	143,75	104,16	51
		40	10	143,75	104,16	73
			15	143,75	104,16	49
			20	143,75	104,16	64
			25	143,75	104,16	52
		60	10	143,75	104,16	85
			15	143,75	104,16	43
			20	143,75	104,16	43
			25	143,75	104,16	53
	6	20	10	248,4	180	77
			15	248,4	180	86
			20	248,4	180	64
			25	248,4	180	51
		40	10	248,4	180	69
			15	248,4	180	57
			20	248,4	180	65
			25	248,4	180	52
		60	10	248,4	180	66
			15	248,4	180	56
			20	248,4	180	62
			25	248,4	180	50

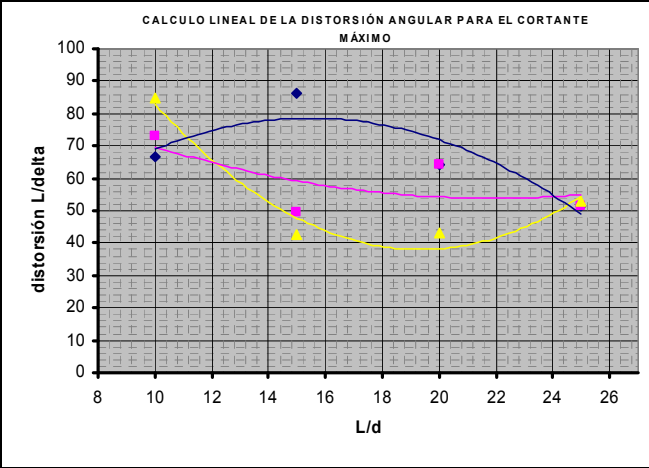
kN/m <sup>2</sup>	LUZ (m)	b (cm)	L/d	$M_d$ (kNm)	$M_s$ (kNm)	distorsión
10	7	20	10	394,45	285,33	125
			15	394,45	285,33	83
			20	394,45	285,33	62
			25	394,45	285,33	49
		40	10	394,45	285,33	67
			15	394,45	285,33	83
			20	394,45	285,33	62
			25	394,45	285,33	50
		60	10	394,45	285,33	62
			15	394,45	285,33	64
			20	394,45	285,33	62
			25	394,45	285,33	50
15	3	20	10	47,25	33,75	61
			15	47,25	33,75	85
			20	47,25	33,75	62
			25	47,25	33,75	48
		40	10	47,25	33,75	74
			15	47,25	33,75	45
			20	47,25	33,75	57
			25	47,25	33,75	70
		60	10	47,25	33,75	86
			15	47,25	33,75	43
			20	47,25	33,75	40
			25	47,25	33,75	49
	4	20	10	112	80	76
			15	112	80	83
			20	112	80	62
			25	112	80	50
		40	10	112	80	66
			15	112	80	57
			20	112	80	62
			25	112	80	50
		60	10	112	80	45
			15	112	80	41
			20	112	80	50
			25	112	80	50

kN/m <sup>2</sup>	LUZ (m)	b (cm)	L/d	$M_d$ (kNm)	$M_s$ (kNm)	distorsión
15	5	20	10	218,75	156,25	92
			15	218,75	156,25	83
			20	218,75	156,25	62
			25	218,75	156,25	49
		40	10	218,75	156,25	61
			15	218,75	156,25	70
			20	218,75	156,25	60
			25	218,75	156,25	50
		60	10	218,75	156,25	70
			15	218,75	156,25	48
			20	218,75	156,25	63
			25	218,75	156,25	50
	6	20	10	378	270	110
			15	378	270	83
			20	378	270	62
			25	378	270	49
		40	10	378	270	59
			15	378	270	84
			20	378	270	62
			25	378	270	50
		60	10	378	270	66
			15	378	270	56
			20	378	270	62
			25	378	270	50
	7	20	10	600,25	428,75	125
			15	600,25	428,75	83
			20	600,25	428,75	62
			25	600,25	428,75	49
		40	10	600,25	428,75	67
			15	600,25	428,75	83
			20	600,25	428,75	62
			25	600,25	428,75	50
		60	10	600,25	428,75	62
			15	600,25	428,75	64
			20	600,25	428,75	62
			25	600,25	428,75	50

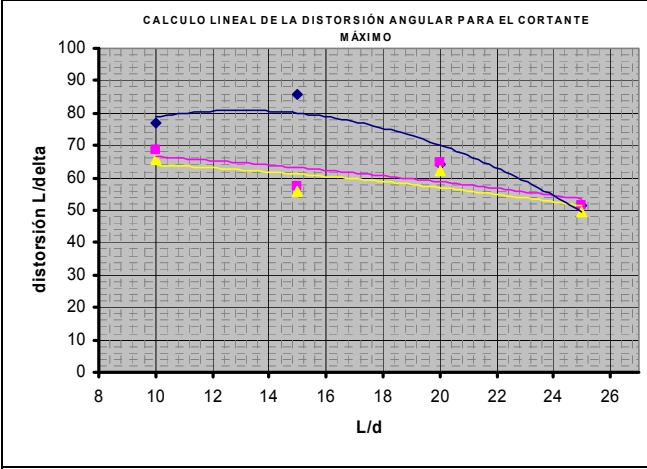




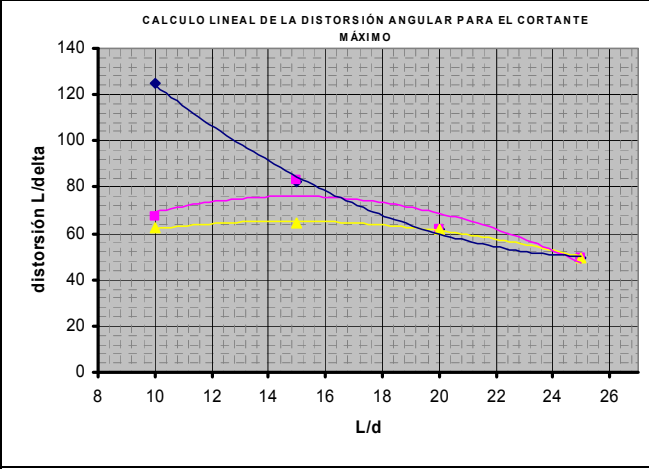
*L: 4m, b: 20 – 40 – 60 cm, q: 10kN/m<sup>2</sup>*



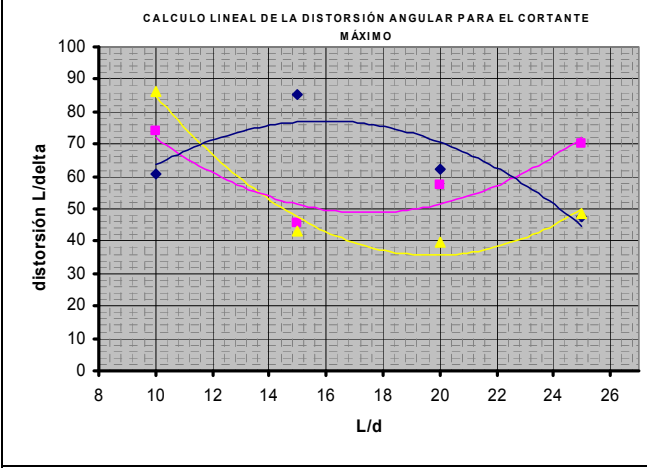
*L: 5m, b: 20 – 40 – 60 cm, q: 10kN/m<sup>2</sup>*



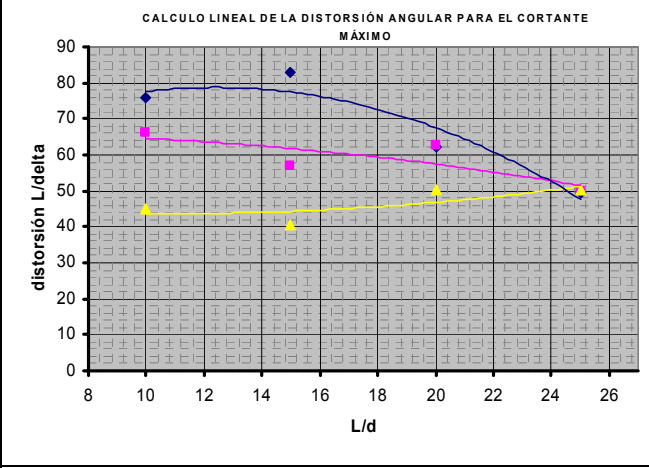
*L: 6m, b: 20 – 40 – 60 cm, q: 10kN/m<sup>2</sup>*



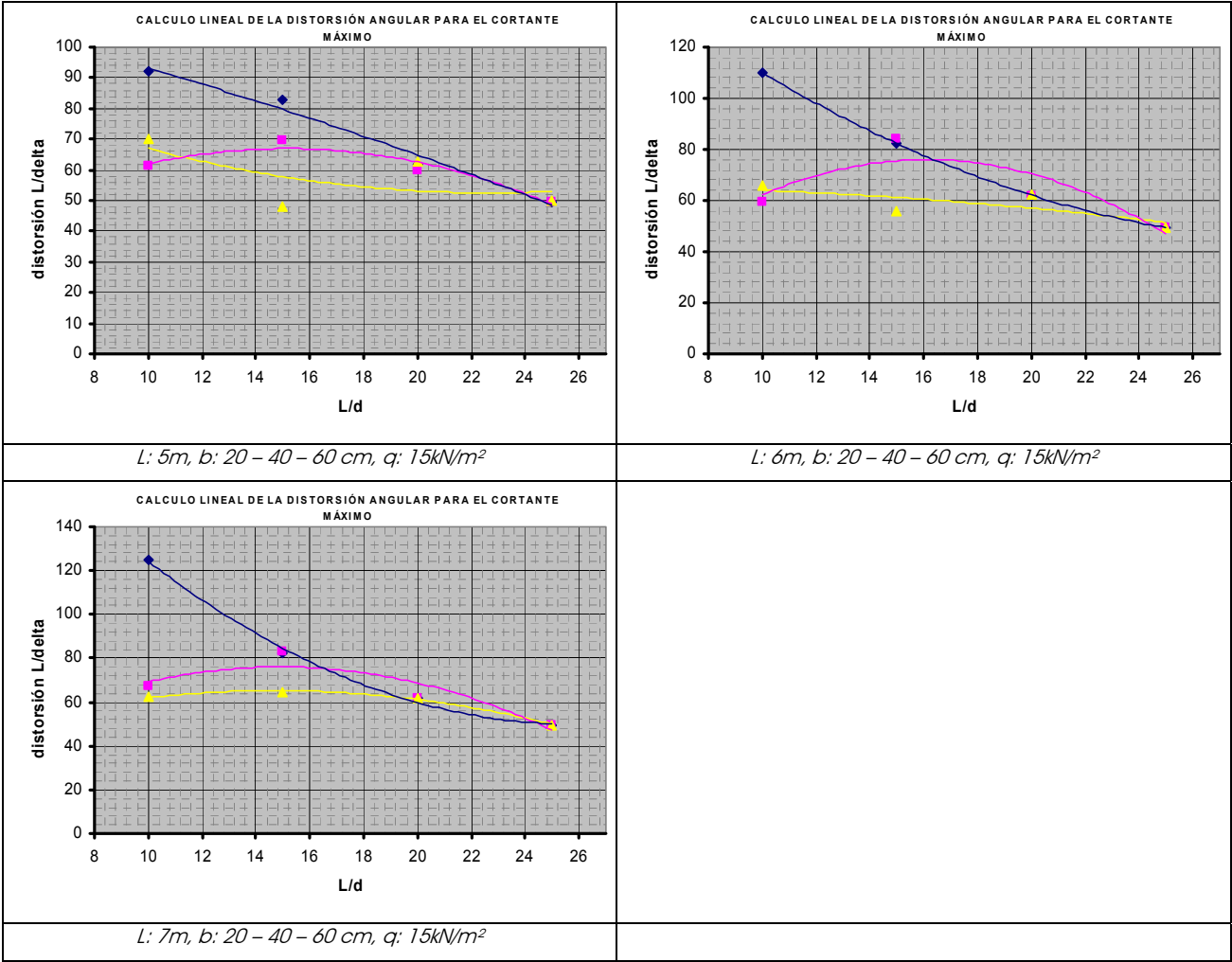
*L: 7m, b: 20 – 40 – 60 cm, q: 10kN/m<sup>2</sup>*



*L: 3m, b: 20 – 40 – 60 cm, q: 15kN/m<sup>2</sup>*



*L: 4m, b: 20 – 40 – 60 cm, q: 15kN/m<sup>2</sup>*





kN/m <sup>2</sup>	LUZ (m)	b (cm)	L/d	$M_d$ (kNm)	$M_s$ (kNm)	$M_{sk} / M_s$	$M_{sk}$
5	3	20	10	15,86	11,25	1,00	11,25
			15	15,86	11,25	0,62	6,92
			20	15,86	11,25	0,71	7,97
			25	15,86	11,25	0,75	8,44
		40	10	15,86	11,25	1,00	11,25
			15	15,86	11,25	1,00	11,25
			20	15,86	11,25	1,00	11,25
			25	15,86	11,25	0,72	8,10
		60	10	15,86	11,25	1,00	11,25
			15	15,86	11,25	1,00	11,25
			20	15,86	11,25	1,00	11,25
			25	15,86	11,25	1,00	11,25
	4	20	10	37,6	26,66	1,00	26,66
			15	37,6	26,66	0,87	23,19
			20	37,6	26,66	0,78	20,79
			25	37,6	26,66	0,77	20,53
		40	10	37,6	26,66	1,00	26,66
			15	37,6	26,66	1,00	26,66
			20	37,6	26,66	0,87	23,14
			25	37,6	26,66	0,80	21,35
		60	10	37,6	26,66	1,00	26,66
			15	37,6	26,66	1,00	26,66
			20	37,6	26,66	1,00	26,66
			25	37,6	26,66	0,79	20,93
	5	20	10	73,43	52,08	1,00	52,08
			15	73,43	52,08	0,82	42,91
			20	73,43	52,08	0,78	40,57
			25	73,43	52,08	0,80	41,87
		40	10	73,43	52,08	1,00	52,08
			15	73,43	52,08	0,94	49,11
			20	73,43	52,08	0,85	44,37
			25	73,43	52,08	0,79	41,04
		60	10	73,43	52,08	1,00	52,08
			15	73,43	52,08	1,00	52,08
			20	73,43	52,08	0,91	47,34
			25	73,43	52,08	0,84	43,80



kN/m <sup>2</sup>	LUZ (m)	b (cm)	L/d	$M_d$ (kNm)	$M_s$ (kNm)	$M_{sk} / M_s$	$M_{sk}$
	6	20	10	126,9	90	0,95	85,77
			15	126,9	90	0,82	73,35
			20	126,9	90	0,79	71,37
			25	126,9	90	0,83	74,97
		40	10	126,9	90	1,00	90,00
			15	126,9	90	0,91	81,90
			20	126,9	90	0,83	74,43
			25	126,9	90	0,78	70,29
		60	10	126,9	90	1,00	90,00
			15	126,9	90	1,00	90,00
			20	126,9	90	0,89	80,28
			25	126,9	90	0,82	73,80
	7	20	10	201,51	142,91	0,93	132,48
			15	201,51	142,91	0,81	115,04
			20	201,51	142,91	0,82	116,61
			25	201,51	142,91	0,86	122,47
		40	10	201,51	142,91	1,00	142,91
			15	201,51	142,91	0,89	127,76
			20	201,51	142,91	0,81	115,76
			25	201,51	142,91	0,78	111,76
		60	10	201,51	142,91	1,00	142,91
			15	201,51	142,91	1,00	142,62
			20	201,51	142,91	0,87	123,76
			25	201,51	142,91	0,80	114,61
10	3	20	10	31,05	22,5	0,93	20,95
			15	31,05	22,5	0,80	17,98
			20	31,05	22,5	0,76	17,01
			25	31,05	22,5	0,78	17,46
		40	10	31,05	22,5	1,00	22,50
			15	31,05	22,5	0,88	19,85
			20	31,05	22,5	0,80	17,91
			25	31,05	22,5	0,75	16,81
		60	10	31,05	22,5	1,00	22,50
			15	31,05	22,5	1,00	22,50
			20	31,05	22,5	0,80	17,96
			25	31,05	22,5	0,61	13,75

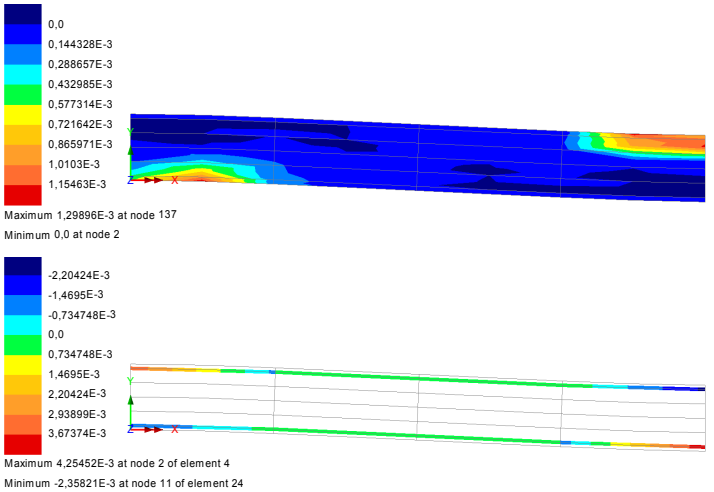
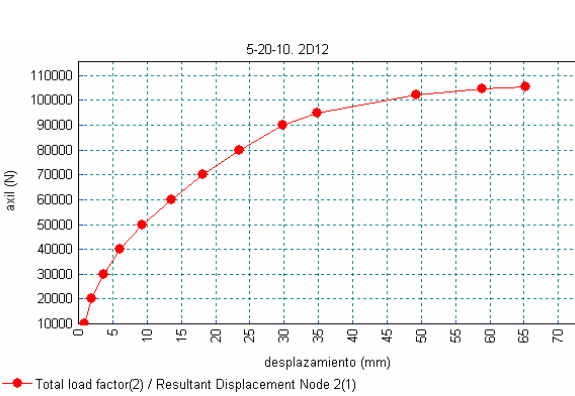
kN/m <sup>2</sup>	LUZ (m)	b (cm)	L/d	$M_d$ (kNm)	$M_s$ (kNm)	$M_{sk} / M_s$	$M_{sk}$
10	4	20	10	73,6	53,33	0,89	47,41
			15	73,6	53,33	0,78	41,81
			20	73,6	53,33	0,80	42,77
			25	73,6	53,33	0,83	44,16
		40	10	73,6	53,33	1,00	53,33
			15	73,6	53,33	0,87	46,24
			20	73,6	53,33	0,78	41,81
			25	73,6	53,33	0,77	40,85
		60	10	73,6	53,33	1,00	53,33
			15	73,6	53,33	0,94	50,02
			20	73,6	53,33	0,84	44,64
			25	73,6	53,33	0,77	41,22
	5	20	10	143,75	104,16	0,86	89,16
			15	143,75	104,16	0,78	81,66
			20	143,75	104,16	0,84	87,29
			25	143,75	104,16	0,87	90,31
		40	10	143,75	104,16	1,00	104,16
			15	143,75	104,16	0,84	87,08
			20	143,75	104,16	0,78	80,83
			25	143,75	104,16	0,80	83,33
		60	10	143,75	104,16	1,00	104,16
			15	143,75	104,16	0,90	93,85
			20	143,75	104,16	0,81	83,95
			25	143,75	104,16	0,77	79,89
	6	20	10	248,4	180	0,83	150,12
			15	248,4	180	0,81	145,80
			20	248,4	180	0,87	155,88
			25	248,4	180	0,90	161,46
		40	10	248,4	180	0,95	170,82
			15	248,4	180	0,82	147,06
			20	248,4	180	0,79	141,84
			25	248,4	180	0,83	149,22
		60	10	248,4	180	1,00	180,00
			15	248,4	180	0,87	156,42
			20	248,4	180	0,79	142,92
			25	248,4	180	0,79	141,30

kN/m <sup>2</sup>	LUZ (m)	b (cm)	L/d	$M_d$ (kNm)	$M_s$ (kNm)	$M_{sk} / M_s$	$M_{sk}$
10	7	20	10	394,45	285,33	0,82	232,83
			15	394,45	285,33	0,83	235,97
			20	394,45	285,33	0,89	252,80
			25	394,45	285,33	0,92	261,36
		40	10	394,45	285,33	0,91	260,79
			15	394,45	285,33	0,80	229,12
			20	394,45	285,33	0,81	231,40
			25	394,45	285,33	0,85	243,39
		60	10	394,45	285,33	1,00	285,33
			15	394,45	285,33	0,85	242,25
			20	394,45	285,33	0,79	224,84
			25	394,45	285,33	0,81	230,55
15	3	20	10	47,25	33,75	0,87	29,36
			15	47,25	33,75	0,77	25,99
			20	47,25	33,75	0,80	26,90
			25	47,25	33,75	0,82	27,61
		40	10	47,25	33,75	1,00	33,75
			15	47,25	33,75	0,85	28,62
			20	47,25	33,75	0,77	25,85
			25	47,25	33,75	0,75	25,45
		60	10	47,25	33,75	1,00	33,75
			15	47,25	33,75	0,89	29,94
			20	47,25	33,75	0,80	26,90
			25	47,25	33,75	0,75	25,28
	4	20	10	112	80	0,84	66,96
			15	112	80	0,80	64,08
			20	112	80	0,85	67,84
			25	112	80	0,88	70,00
		40	10	112	80	0,95	76,24
			15	112	80	0,81	65,12
			20	112	80	0,78	62,16
			25	112	80	0,81	64,48
		60	10	112	80	1,00	80,00
			15	112	80	0,87	69,52
			20	112	80	0,79	62,80
			25	112	80	0,77	61,52

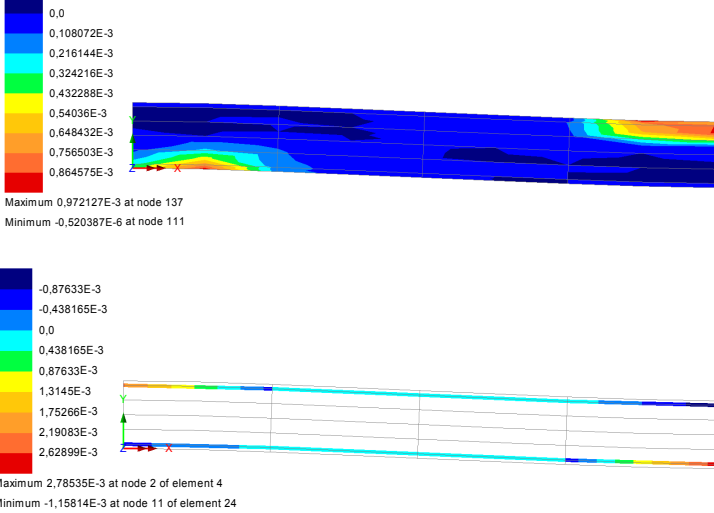
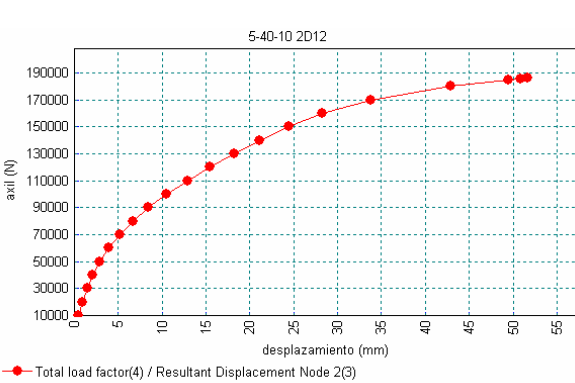
kN/m <sup>2</sup>	LUZ (m)	b (cm)	L/d	$M_d$ (kNm)	$M_s$ (kNm)	$M_{sk} / M_s$	$M_{sk}$
15	5	20	10	218,75	156,25	0,81	126,41
			15	218,75	156,25	0,83	130,31
			20	218,75	156,25	0,88	137,81
			25	218,75	156,25	0,90	141,25
		40	10	218,75	156,25	0,90	140,63
			15	218,75	156,25	0,80	124,22
			20	218,75	156,25	0,81	126,09
			25	218,75	156,25	0,84	131,72
		60	10	218,75	156,25	1,00	156,25
			15	218,75	156,25	0,84	130,78
			20	218,75	156,25	0,78	121,88
			25	218,75	156,25	0,80	125,16
	6	20	10	378	270	0,80	216,00
			15	378	270	0,86	232,20
			20	378	270	0,91	244,35
			25	378	270	0,93	250,56
		40	10	378	270	0,87	235,71
			15	378	270	0,79	212,76
			20	378	270	0,84	226,26
			25	378	270	0,87	235,98
		60	10	378	270	0,95	257,04
			15	378	270	0,81	219,78
			20	378	270	0,79	213,84
			25	378	270	0,83	224,64
	7	20	10	600,25	428,75	0,79	340,43
			15	600,25	428,75	0,88	377,30
			20	600,25	428,75	0,92	394,88
			25	600,25	428,75	0,94	403,88
		40	10	600,25	428,75	0,85	365,72
			15	600,25	428,75	0,80	343,00
			20	600,25	428,75	0,86	368,73
			25	600,25	428,75	0,90	383,73
		60	10	600,25	428,75	0,92	392,74
			15	600,25	428,75	0,81	345,57
			20	600,25	428,75	0,81	349,00
			25	600,25	428,75	0,86	367,01



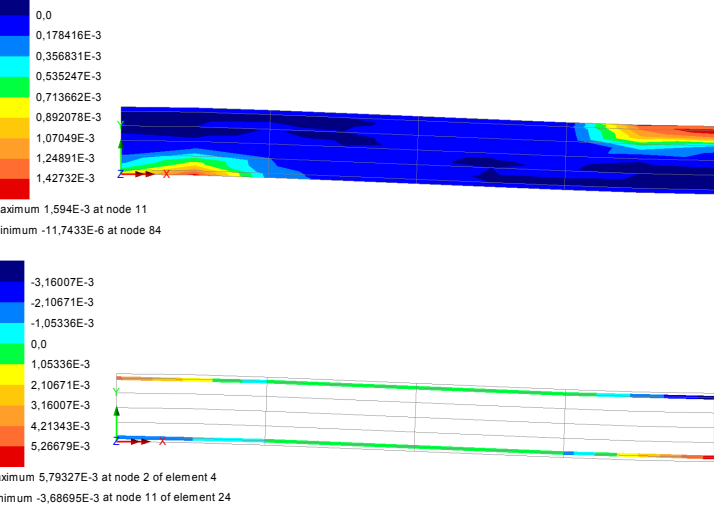
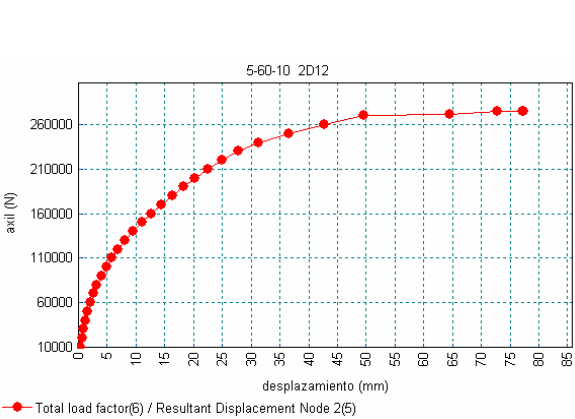
GEOMETRÍA				CARGA	COMPORTAMIENTO			
Luz (mm)	L/d	ARMADO	ANCHO (mm)	AXIL (N)	DESPLAZ (mm)	DISTORSIÓN	$\varepsilon_c$	$\varepsilon_s$
5000	L/10	2 Ø 12	200	105	65	77	0,00129	0,00425
			400	180	53	94	0,00097	0,00278
			600	265	78	64	0,00159	0,00579
		2 Ø 25	200	168	48	104	0,00093	0,00179
			400	260	58	86	0,00121	0,00315
			600	340	58	86	0,00141	0,00341
	L/15	2 Ø 12	200	56	83	60	0,00115	0,00239
			400	95	73	68	0,00097	0,00141
			600	140	92	54	0,00131	0,00269
		2 Ø 25	200	92	75	67	0,00099	0,00168
			400	140	72	69	0,00091	0,00152
			600	180	70	71	0,00088	0,00135
	L/20	2 Ø 12	200	36	105	48	0,00111	0,00127
			400	61	118	42	0,00134	0,00161
			600	85	108	46	0,00118	0,00127
		2 Ø 25	200	58	71	70	0,00064	0
			400	92	100	50	0,00102	0,00147
			600	120	107	47	0,00112	0,00164
	L/25	2 Ø 12	200	26	175	29	0,00169	0,00191
			400	44	168	30	0,00161	0,00169
			600	61	185	27	0,00181	0,00197
		2 Ø 25	200	45	104	48	0,00081	0,00014
			400	70	135	37	0,00121	0,00122
			600	90	155	32	0,00146	0,00158



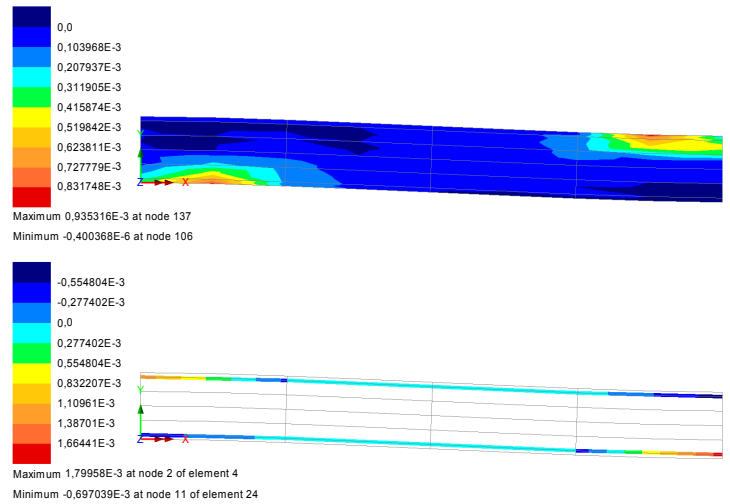
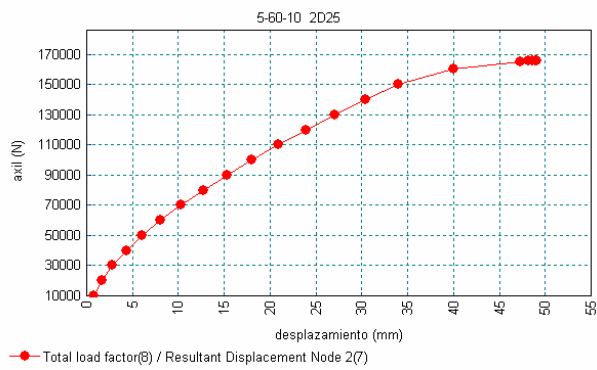
L: 5m, b: 20cm, L/d: 10, As1 y As2: 2ø12



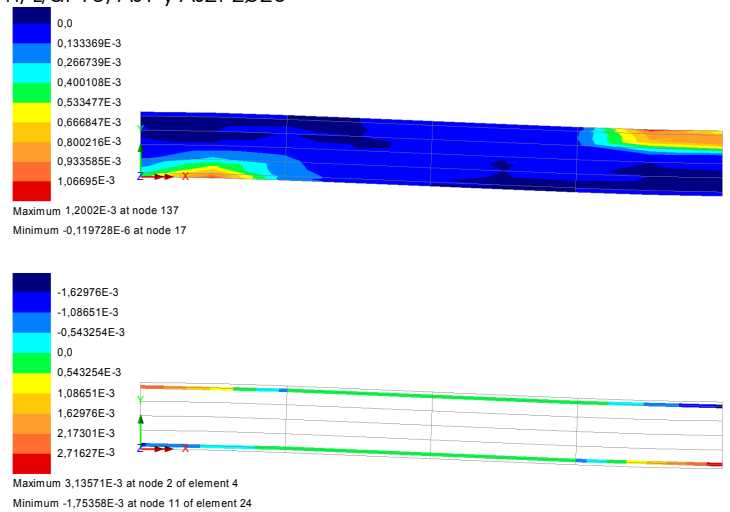
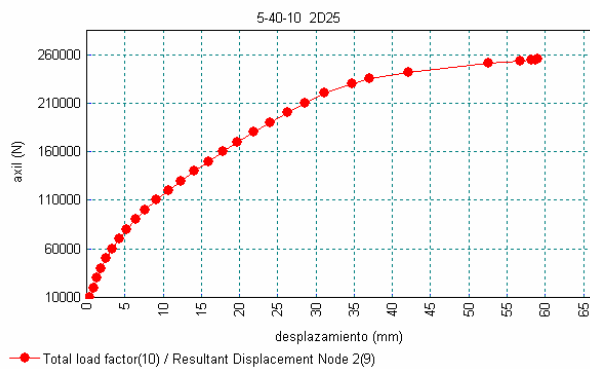
L: 5m, b: 40cm, L/d: 10, As1 y As2: 2ø12



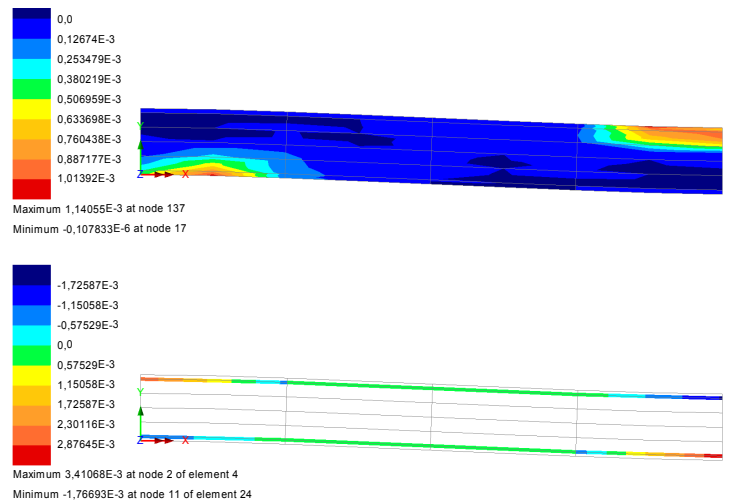
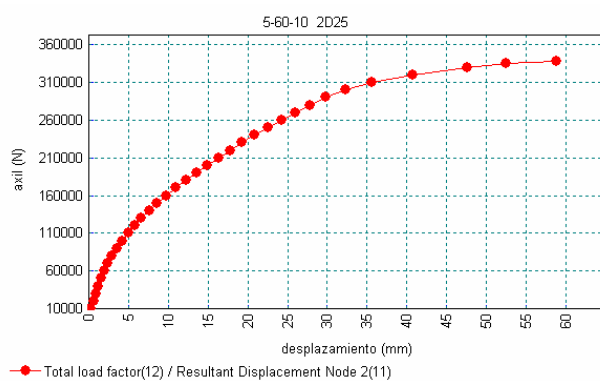
L: 5m, b: 60cm, L/d: 10, As1 y As2: 2ø12



L: 5m, b: 20cm, L/d: 10, As1 y As2: 2ø25

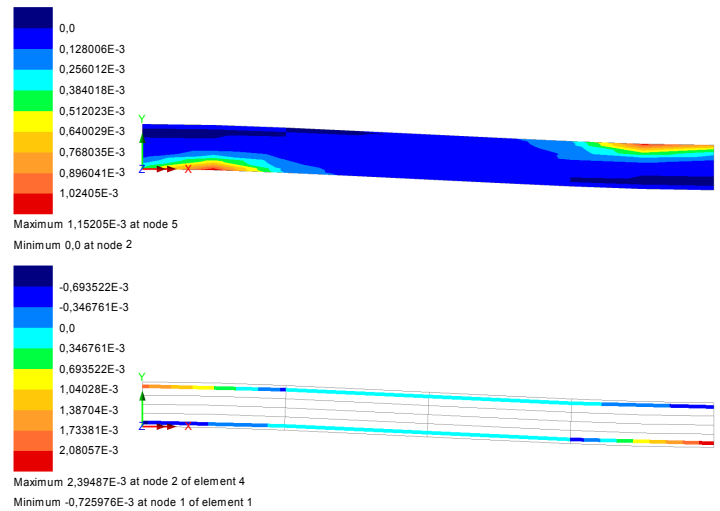
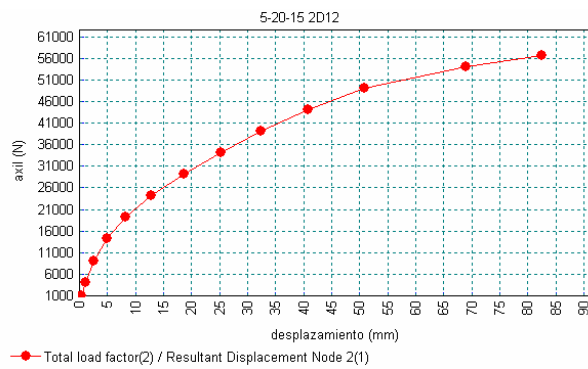


L: 5m, b: 40cm, L/d: 10, As1 y As2: 2ø25

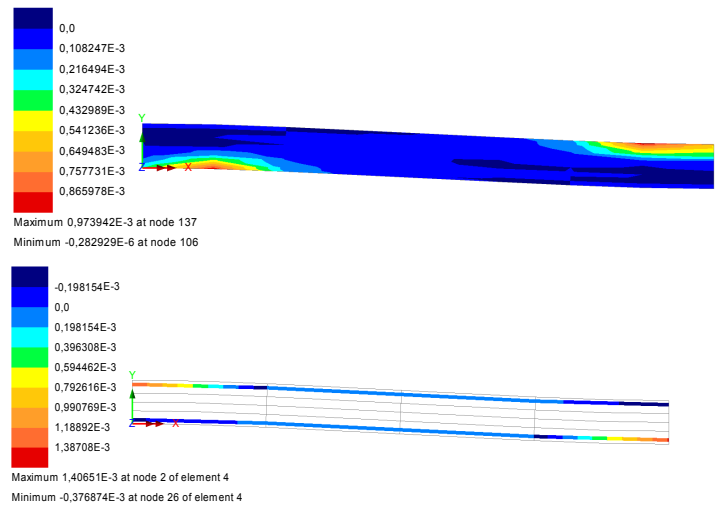
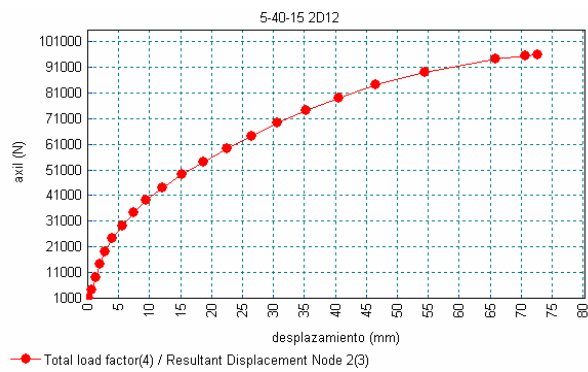


L: 5m, b: 60cm, L/d: 10, As1 y As2: 2ø25

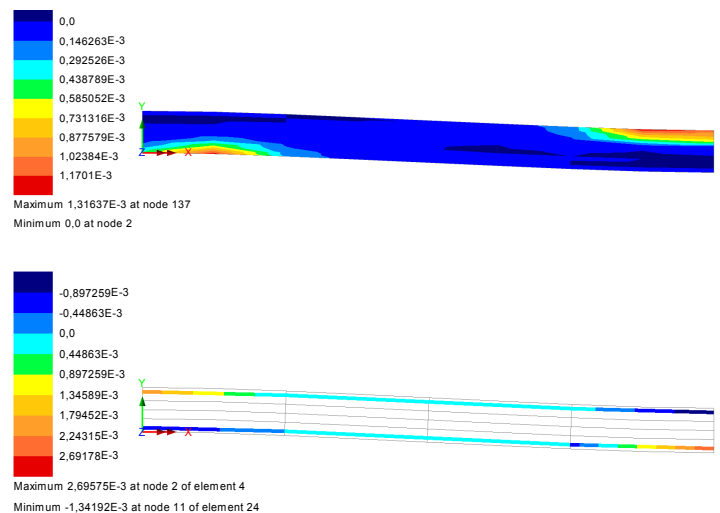
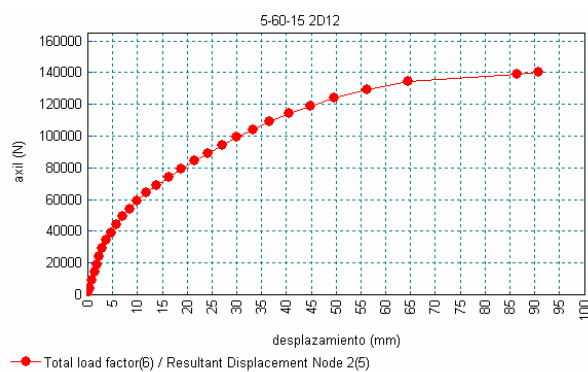




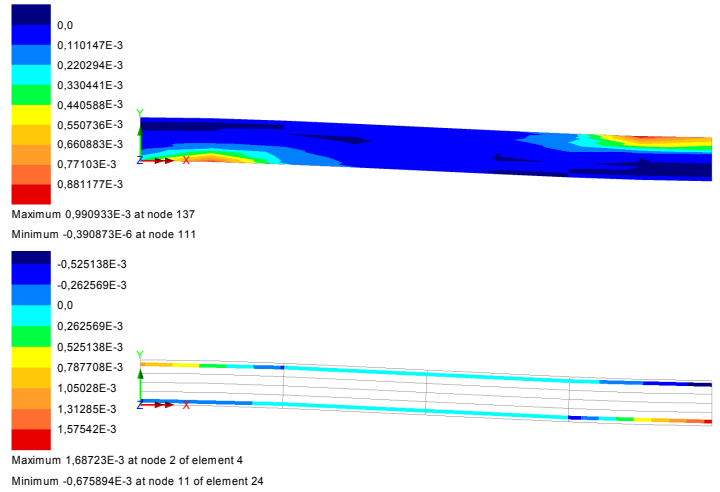
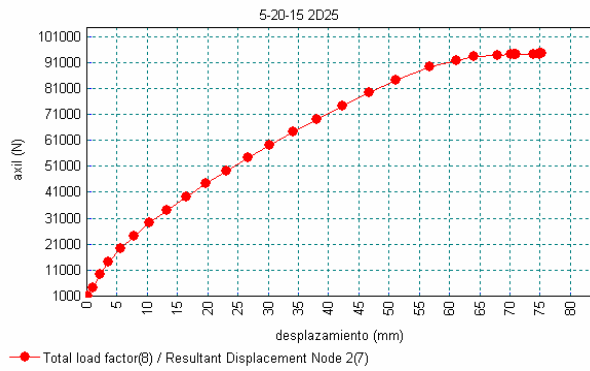
L: 5m, b: 20cm, L/d: 15, As1 y As2: 2ø12



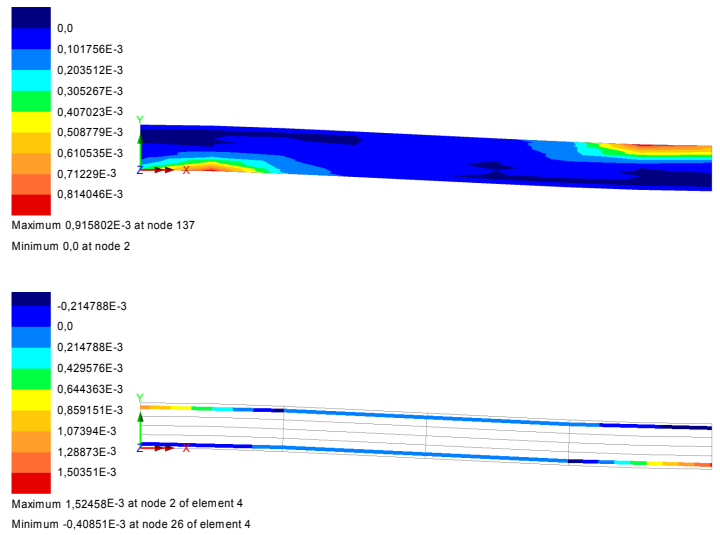
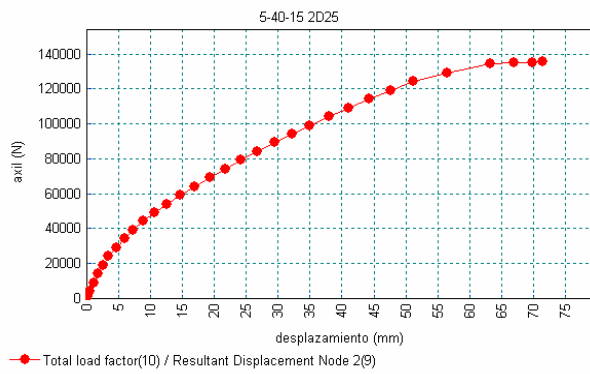
L: 5m, b: 40cm, L/d: 15, As1 y As2: 2ø12



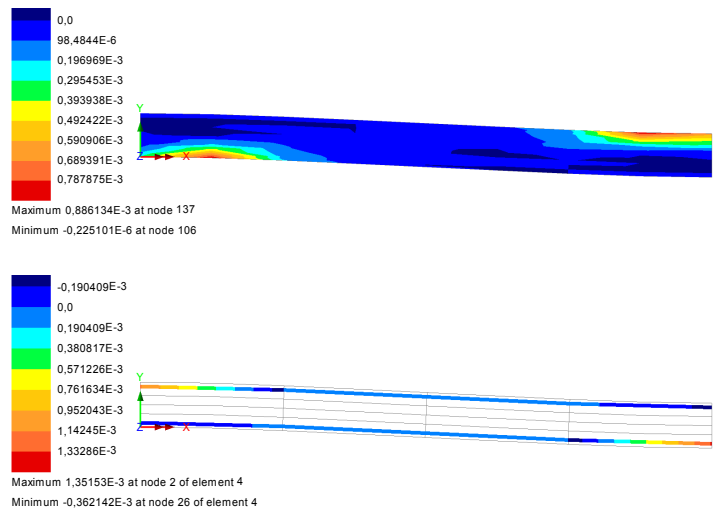
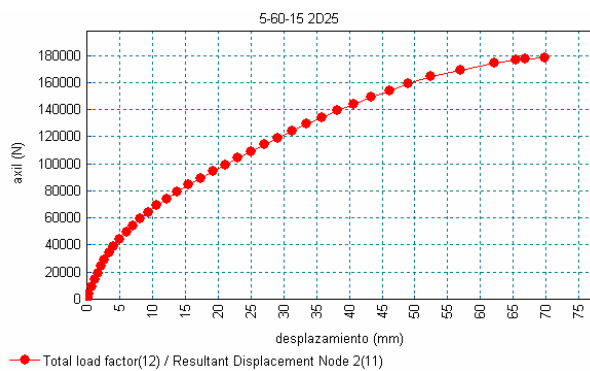
L: 5m, b: 60cm, L/d: 15, As1 y As2: 2ø12



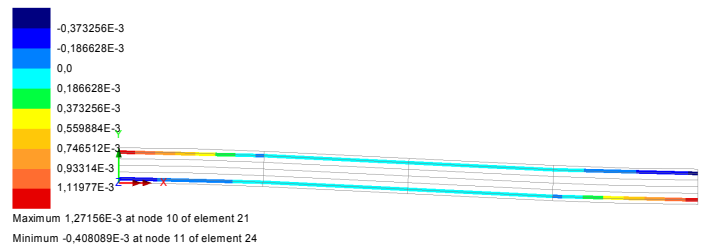
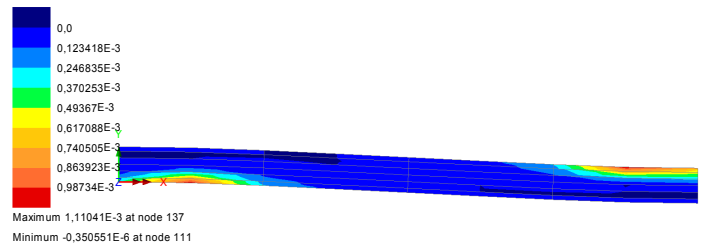
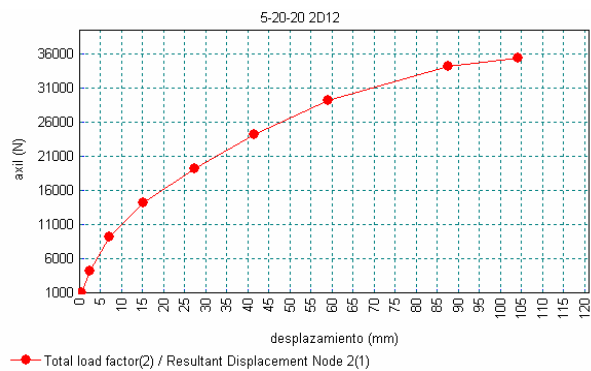
L: 5m, b: 20cm, L/d: 15, As1 y As2: 2Ø25



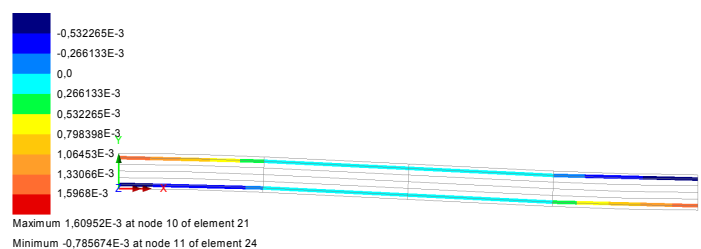
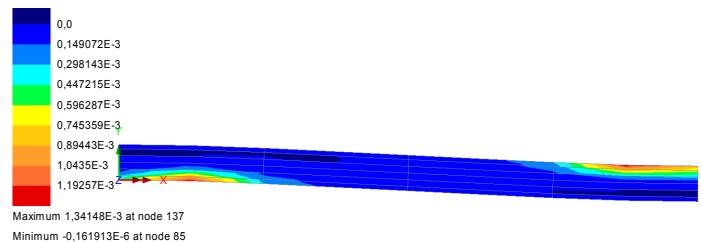
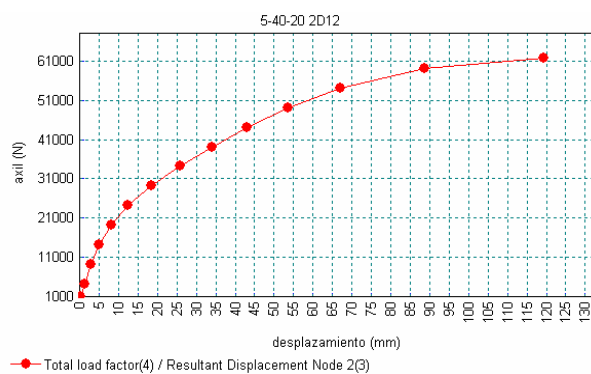
L: 5m, b: 40cm, L/d: 15, As1 y As2: 2Ø25



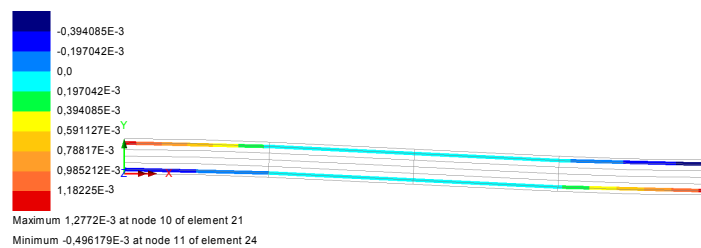
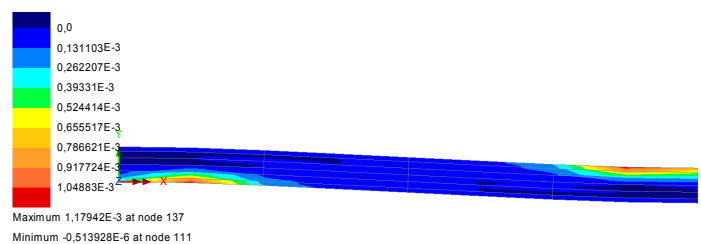
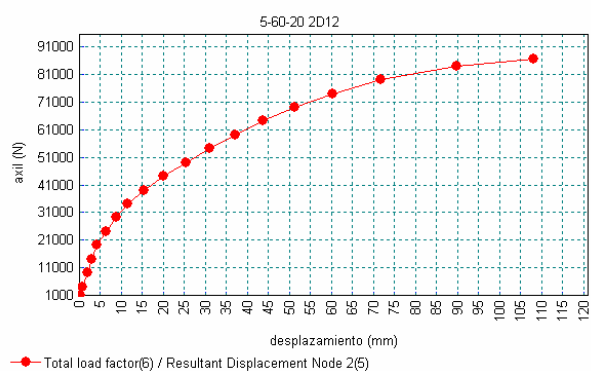
L: 5m, b: 60cm, L/d: 15, As1 y As2: 2Ø25



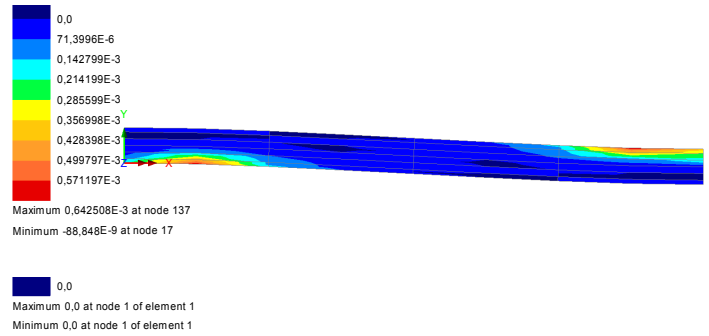
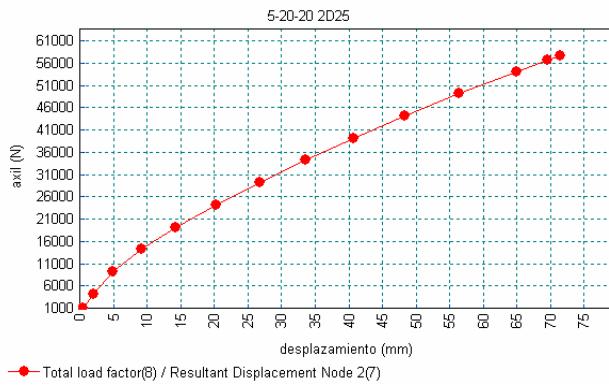
L: 5m, b: 20cm, L/d: 20, As1 y As2: 2ø12



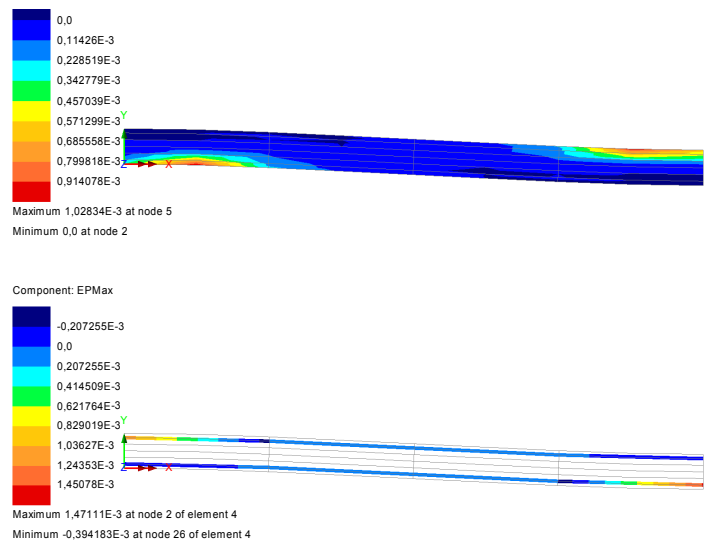
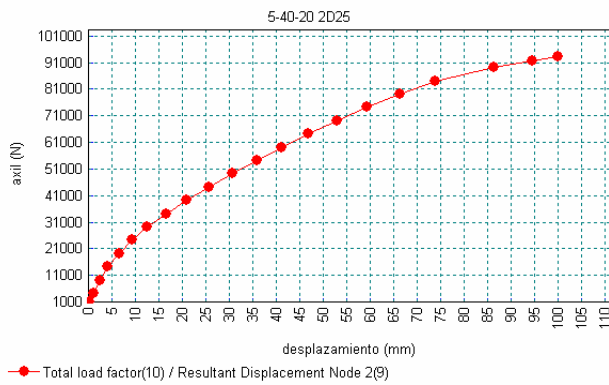
L: 5m, b: 40cm, L/d: 20, As1 y As2: 2ø12



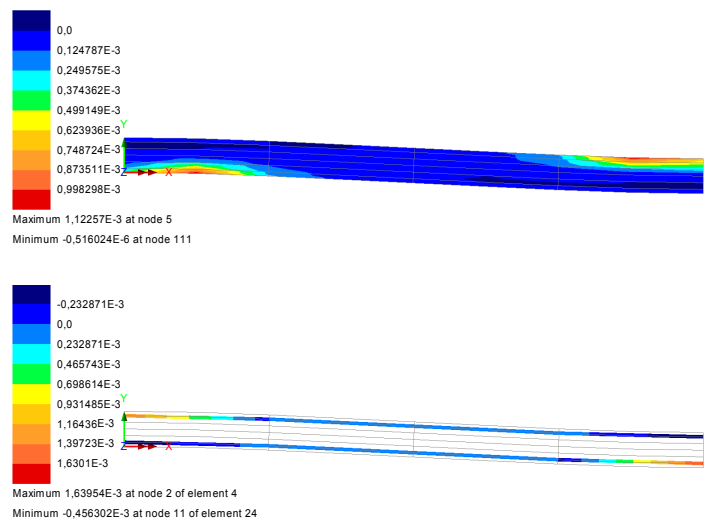
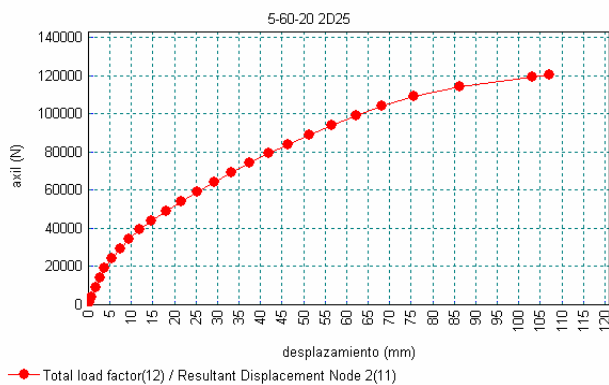
L: 5m, b: 60cm, L/d: 20, As1 y As2: 2ø12



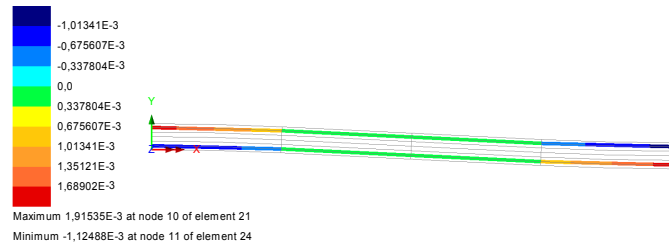
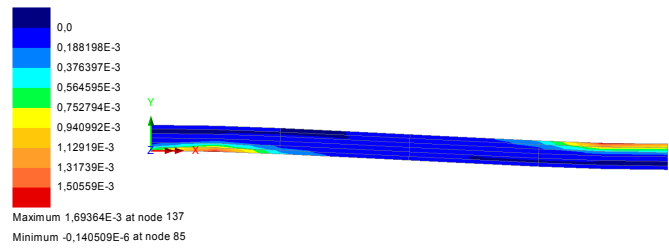
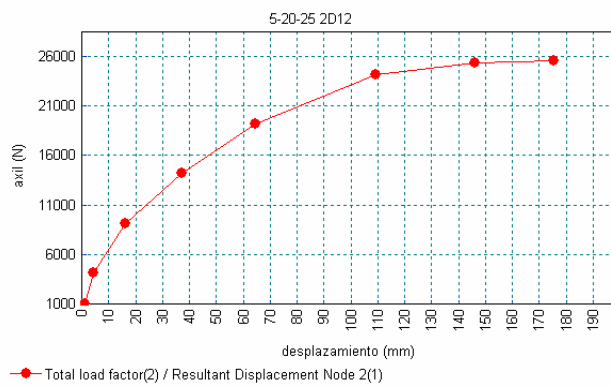
L: 5m, b: 20cm, L/d: 20, As1 y As2: 2ø25



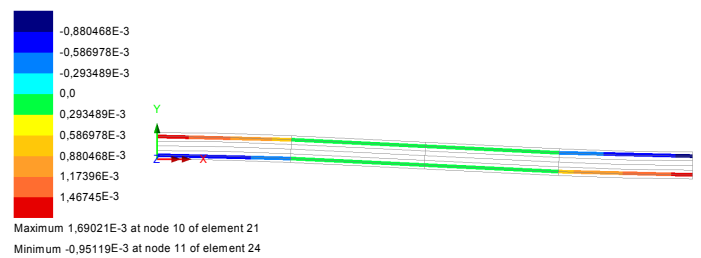
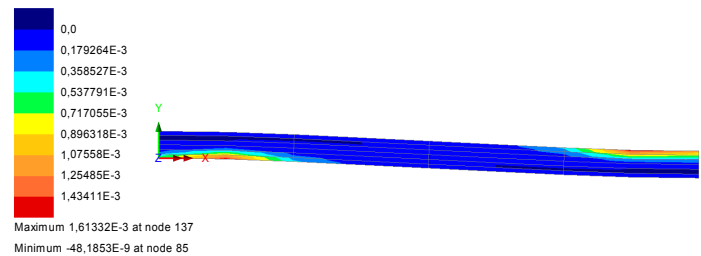
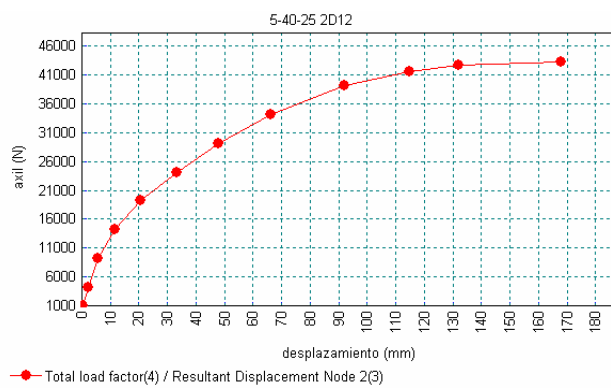
L: 5m, b: 40cm, L/d: 20, As1 y As2: 2ø25



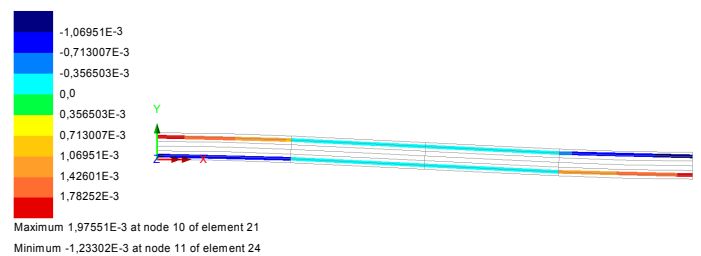
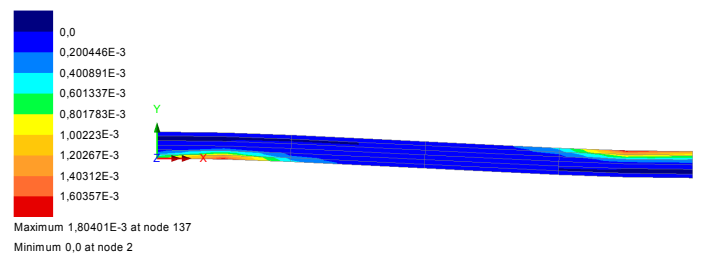
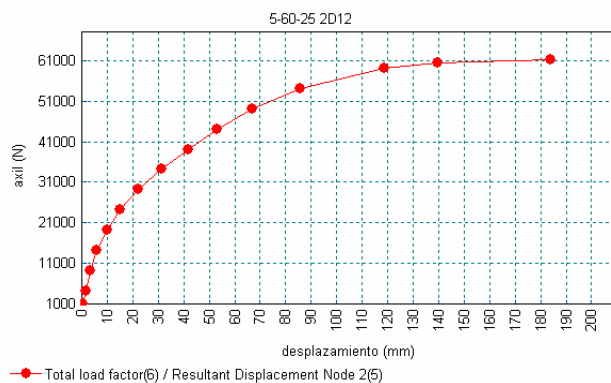
L: 5m, b: 60cm, L/d: 20, As1 y As2: 2ø25



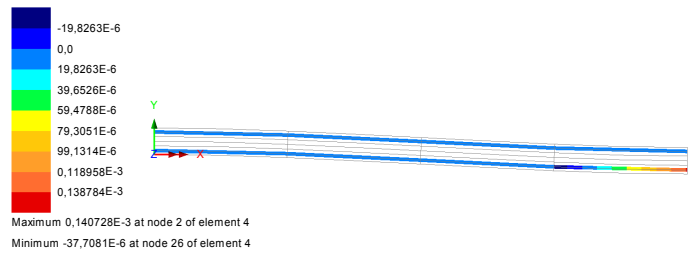
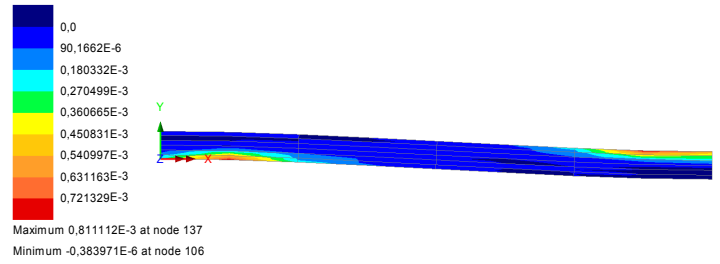
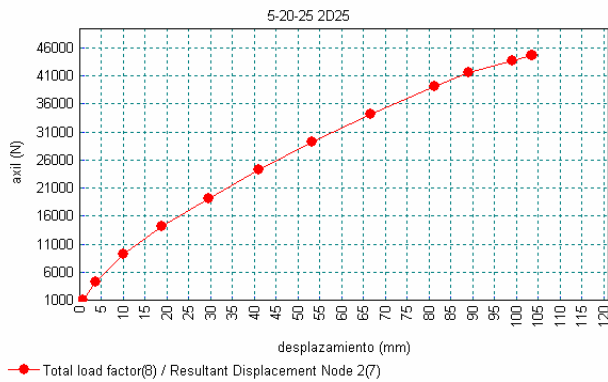
L: 5m, b: 20cm, L/d: 25, As1 y As2: 2Ø12



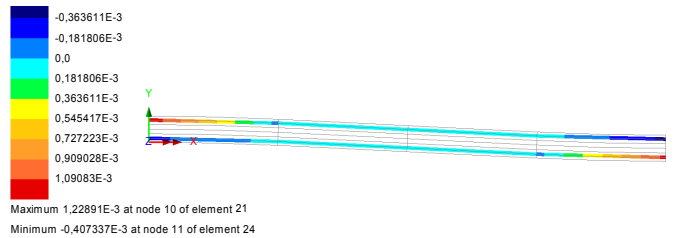
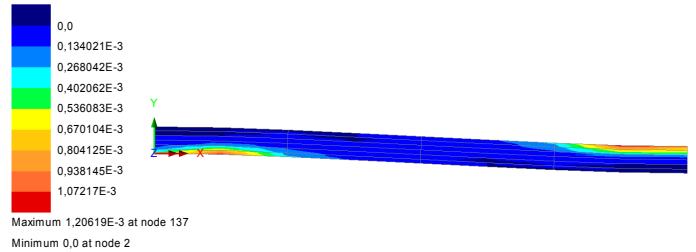
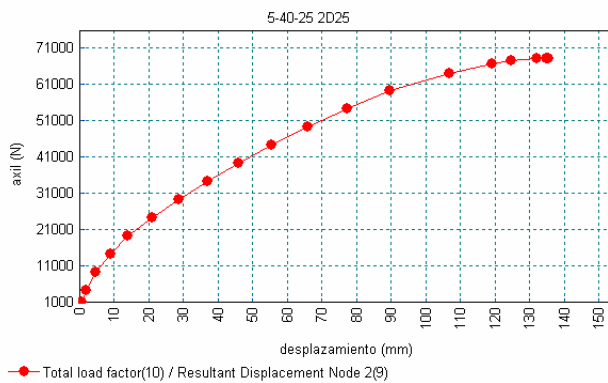
L: 5m, b: 40cm, L/d: 25, As1 y As2: 2Ø12



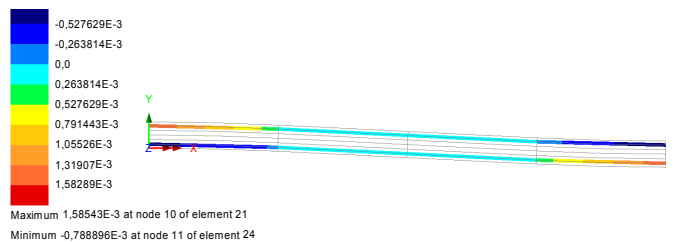
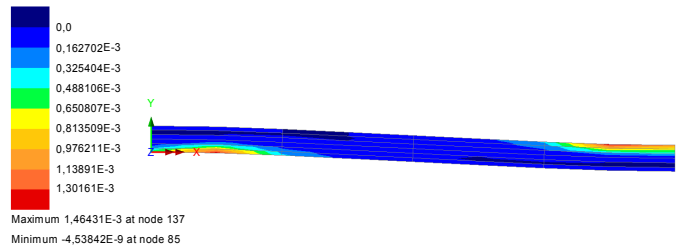
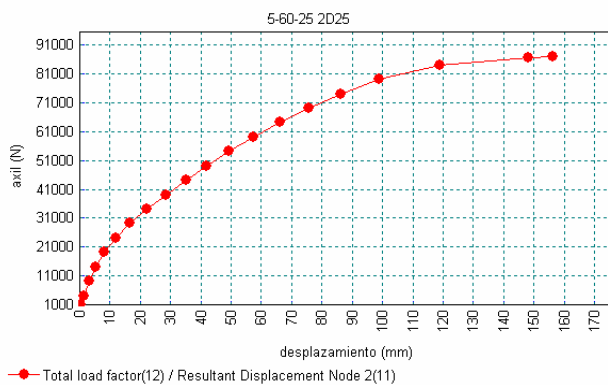
L: 5m, b: 60cm, L/d: 25, As1 y As2: 2Ø12



L: 5m, b: 20cm, L/d: 25, As1 y As2: 2ø25



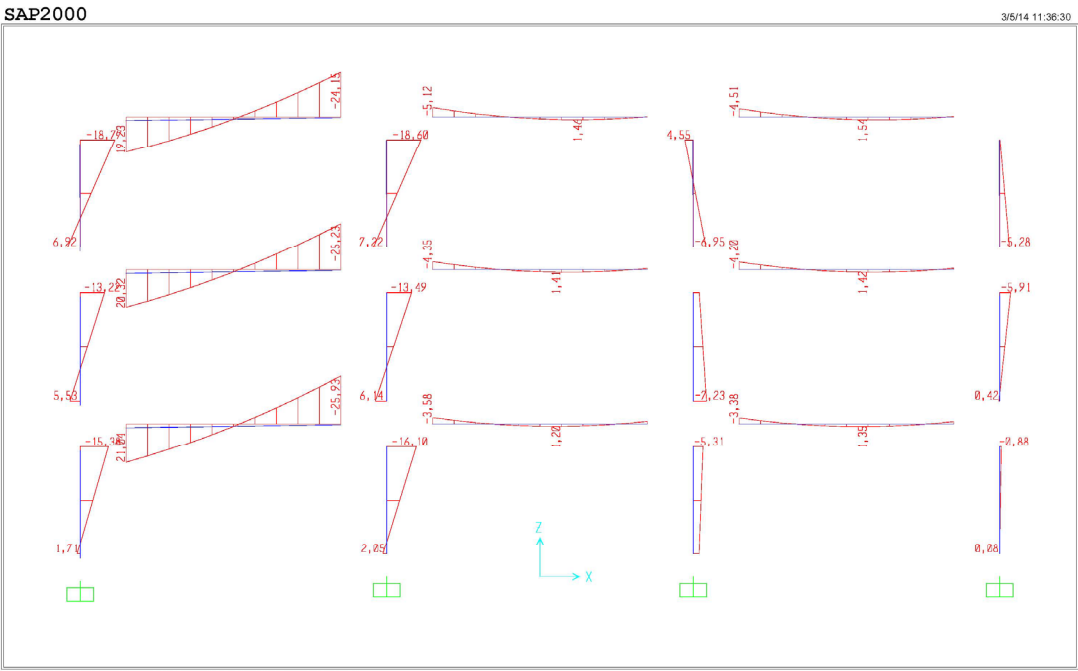
L: 5m, b: 20cm, L/d: 25, As1 y As2: 2ø25



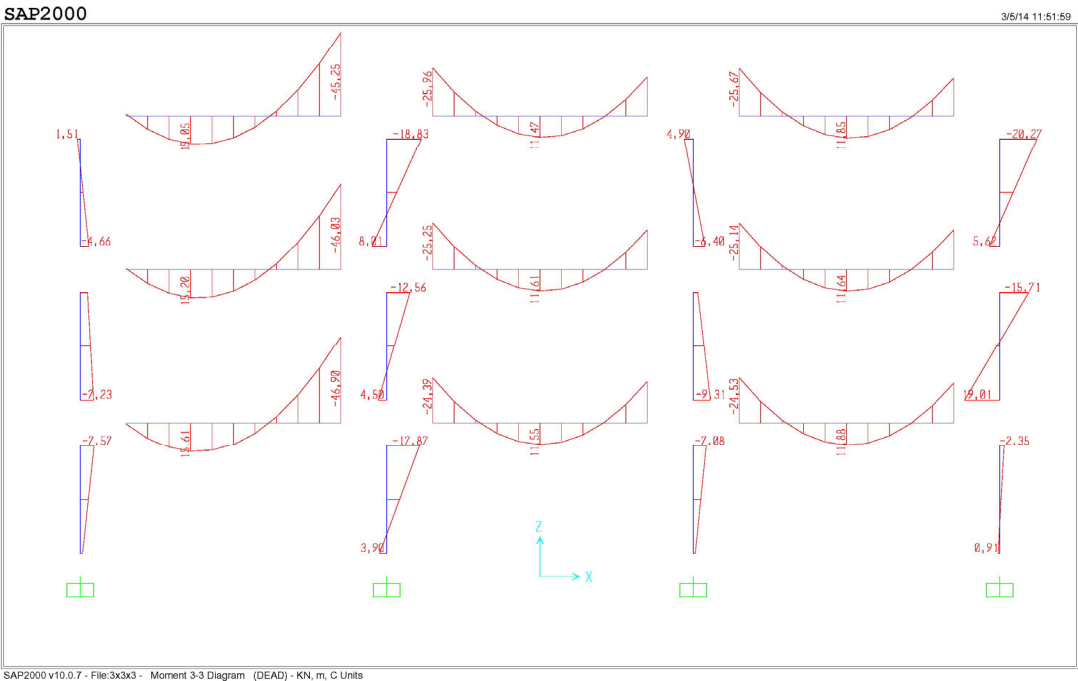
L: 5m, b: 20cm, L/d: 25, As1 y As2: 2ø25



10X50 ESQUINA SIN CARGA

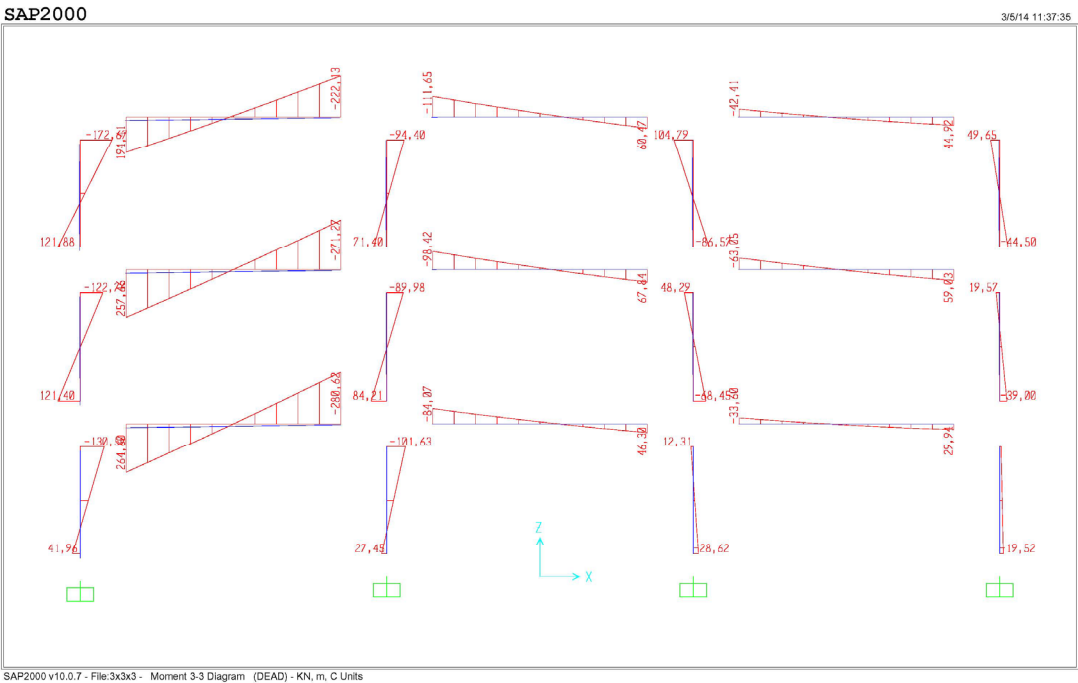


10X50 ESQUINA 10KN

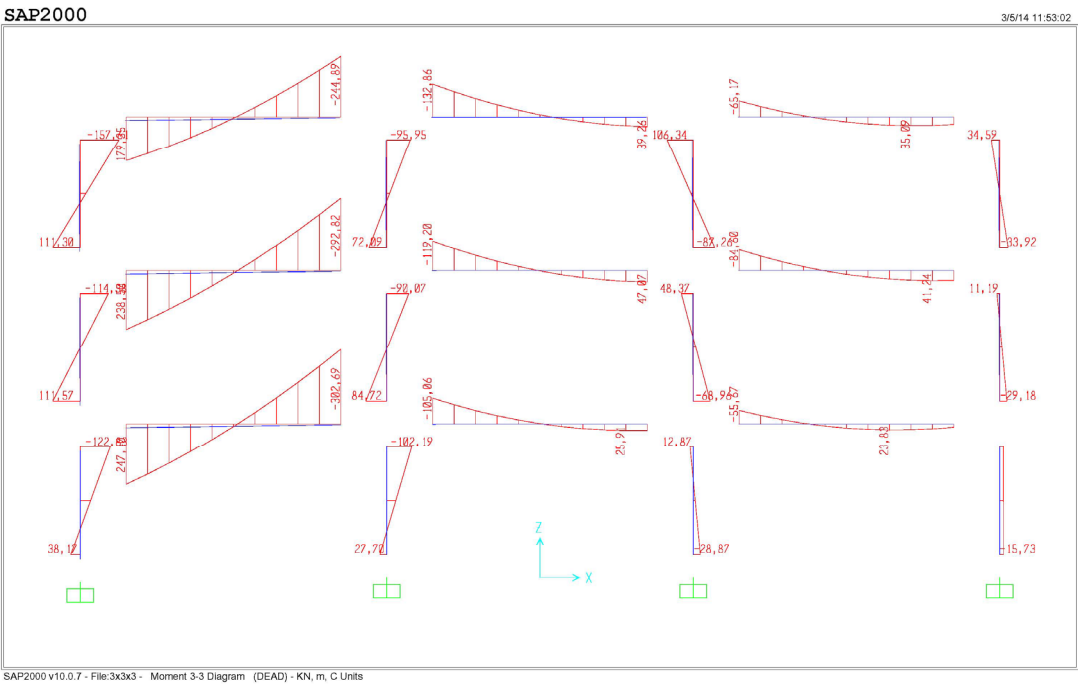




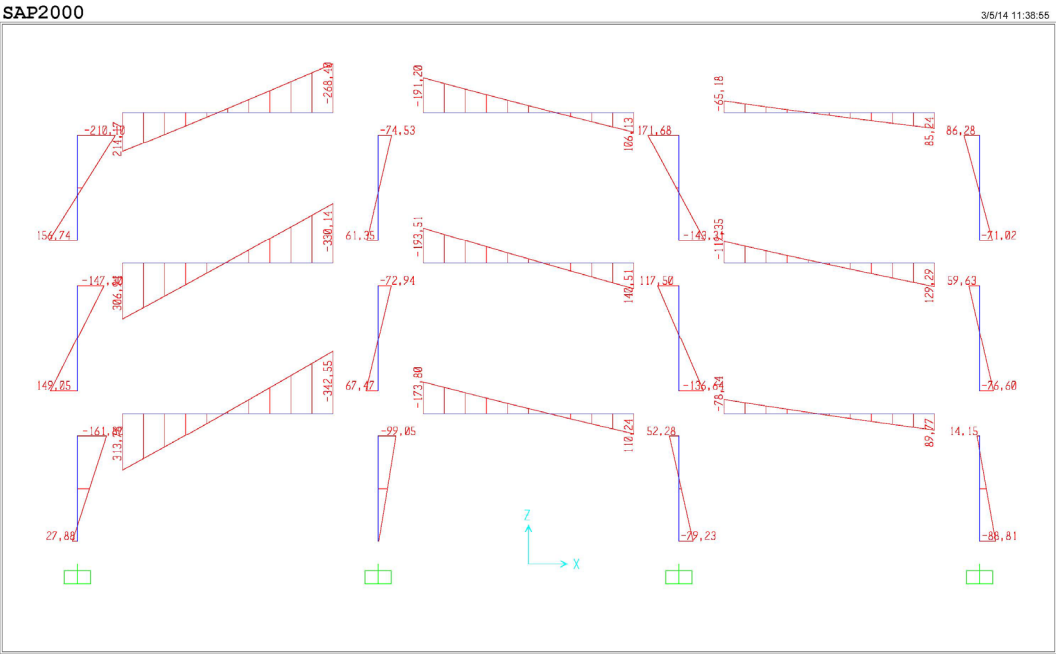
30X30. ESQUINA SIN CARGA



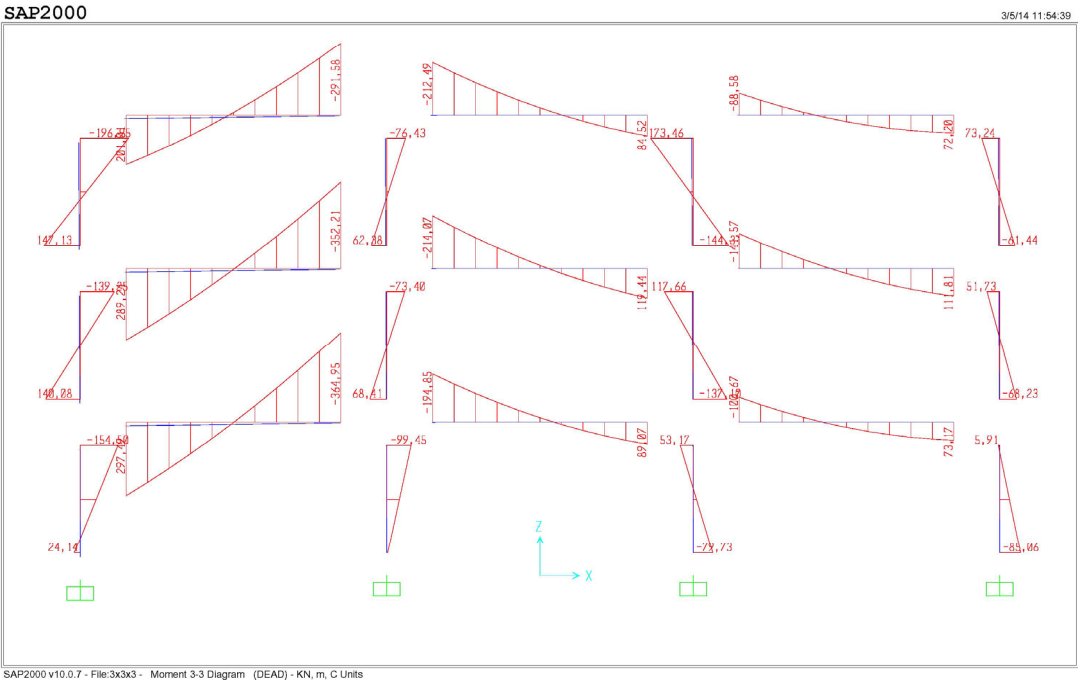
30X30 ESQUINA 10KN



50X10. ESQUINA SIN CARGA

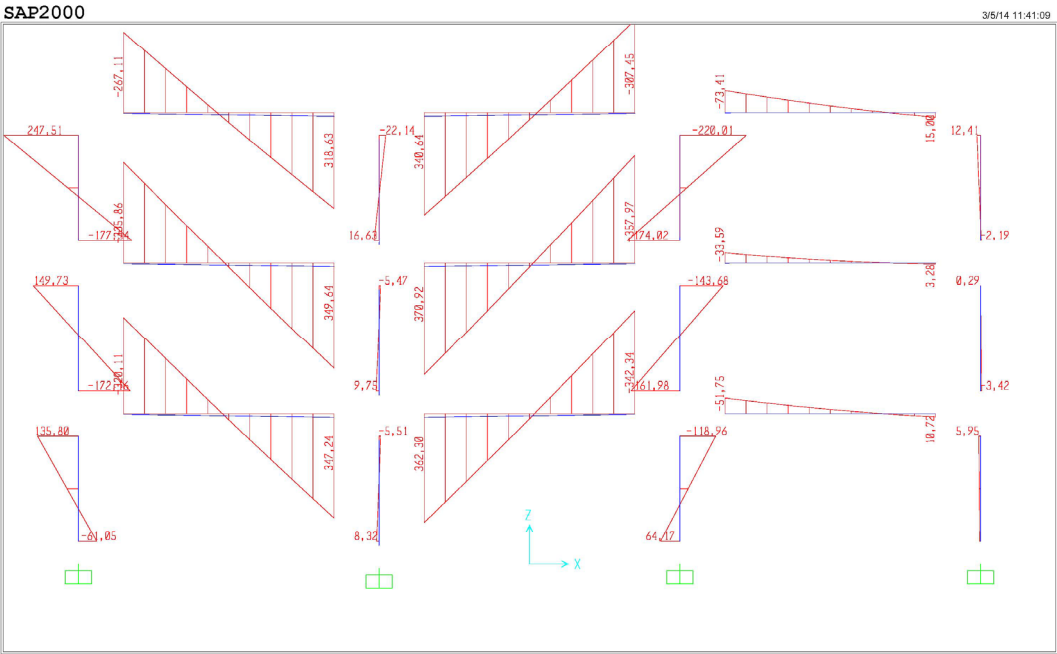


50X10 ESQUINA 10KN

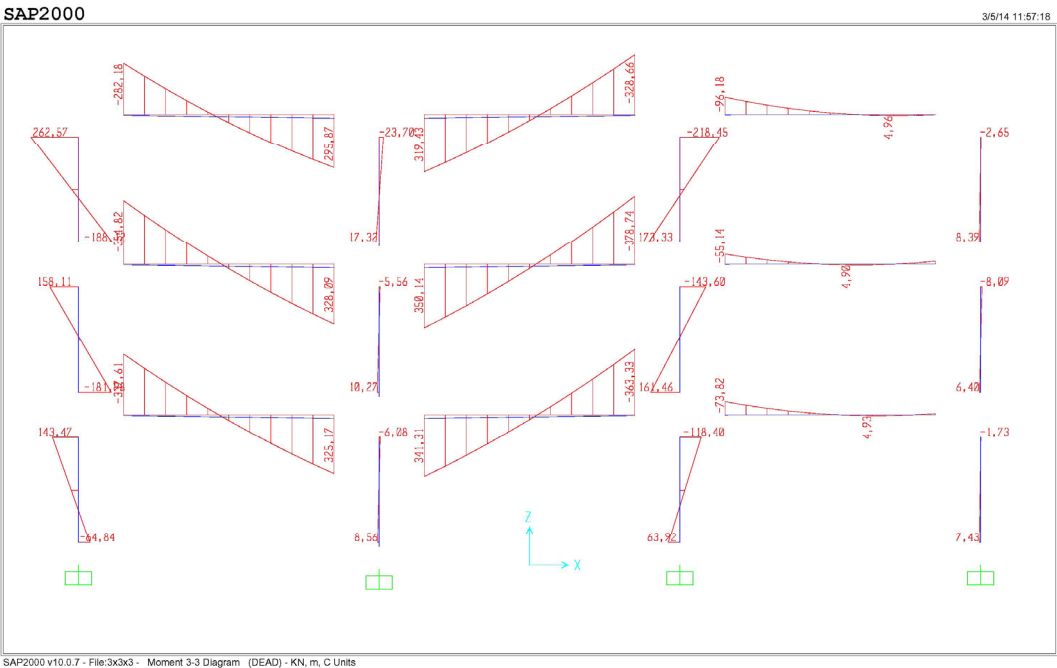


[illegible]

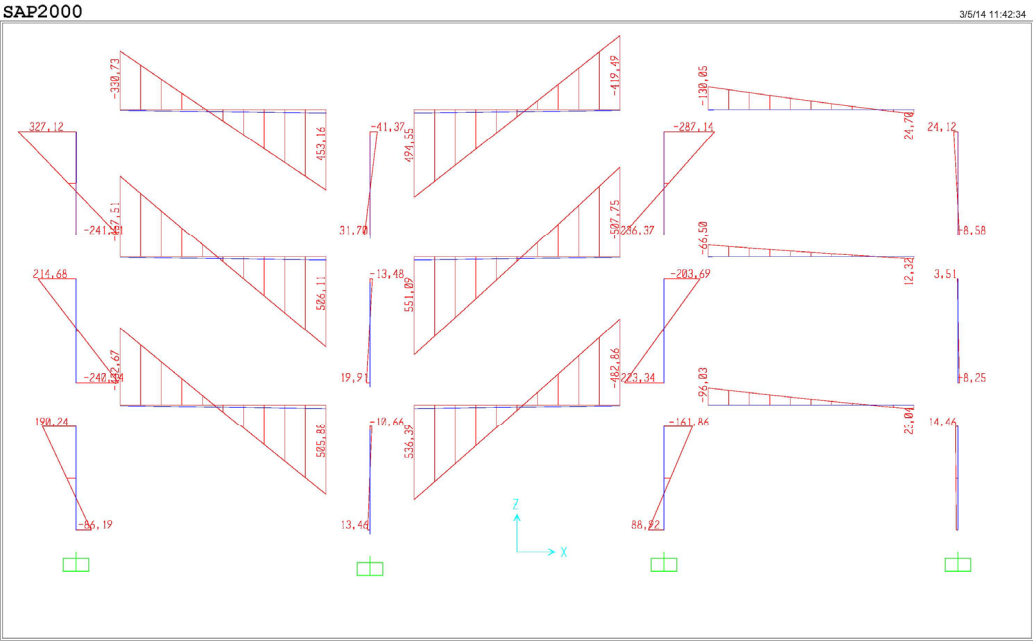
30X30 CENTRAL EXTERIOR SIN CARGA



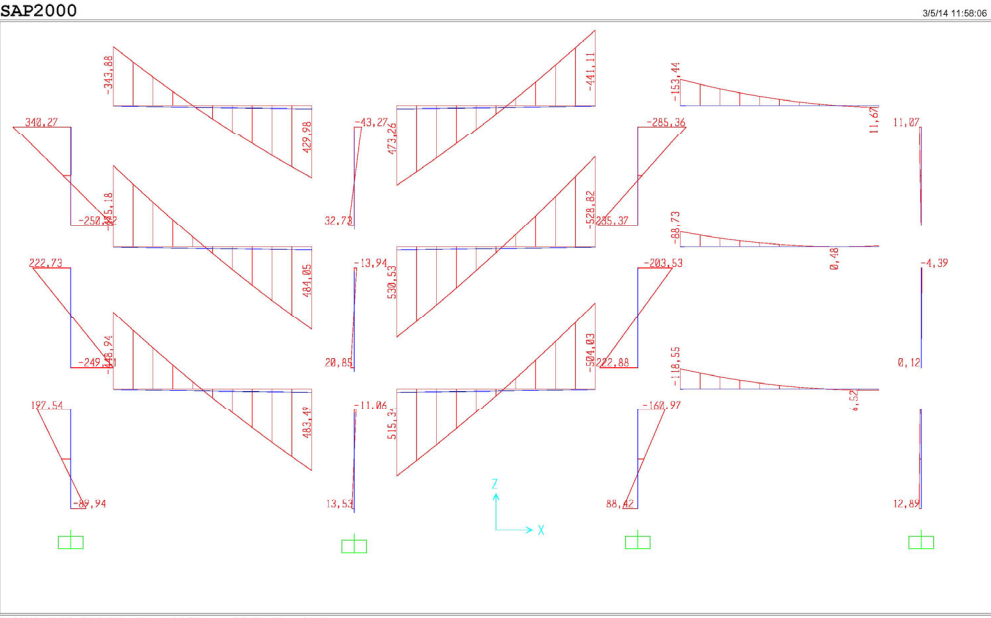
30X30 CENTRAL EXTERIOR 10KN



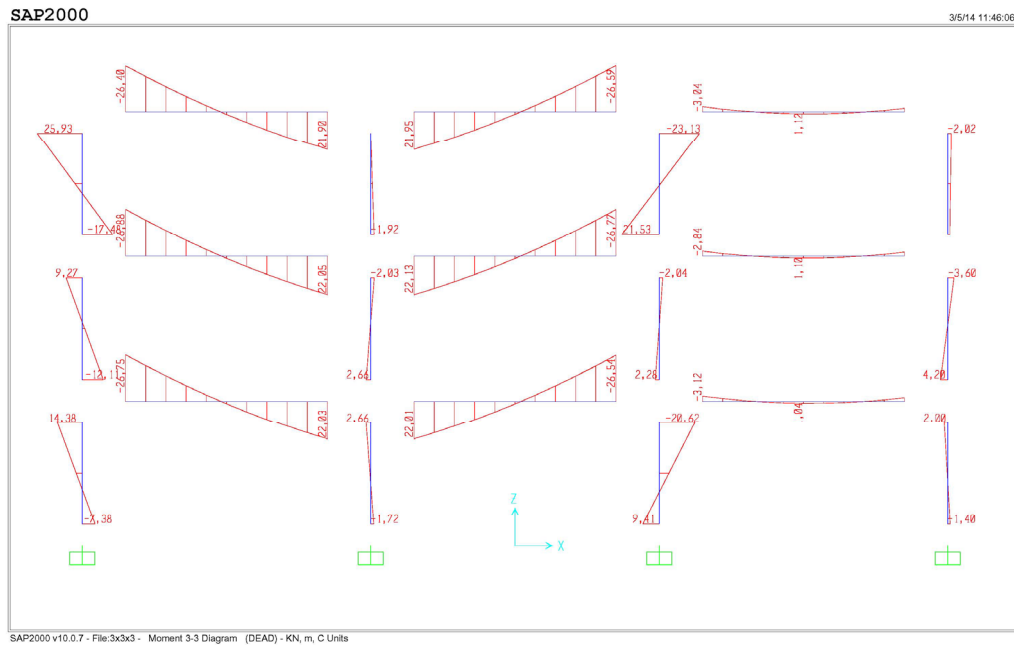
50X10 CENTRAL EXTERIOR SIN CARGA



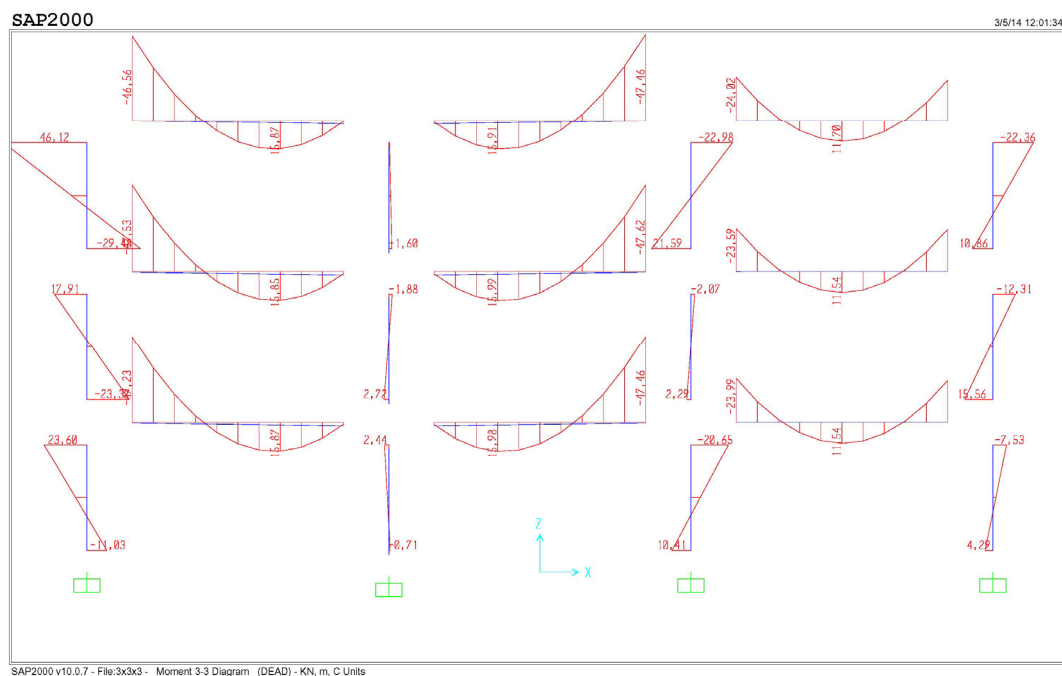
50X10 CENTRAL EXTERIOR 10KN



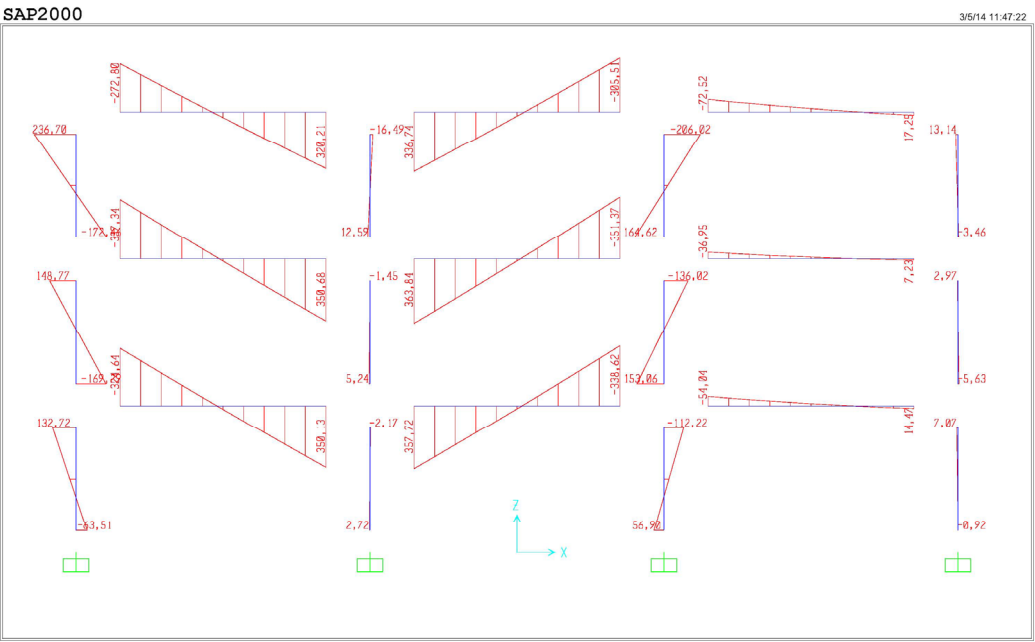
## 10X50 CENTRAL INTERIOR SIN CARGAS



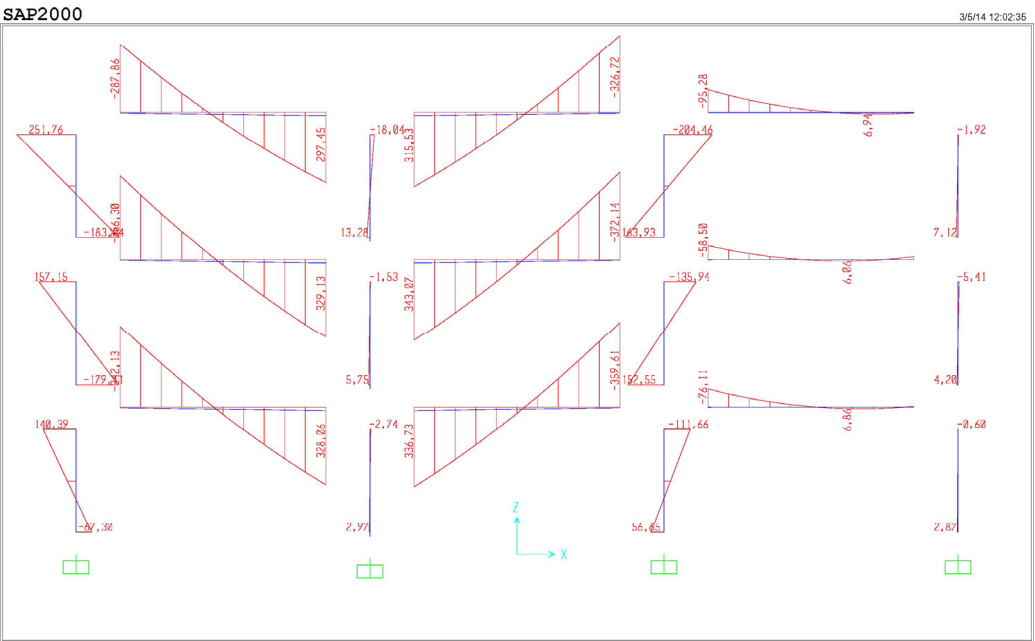
## 10X50 CENTRAL INTERIOR 10KN



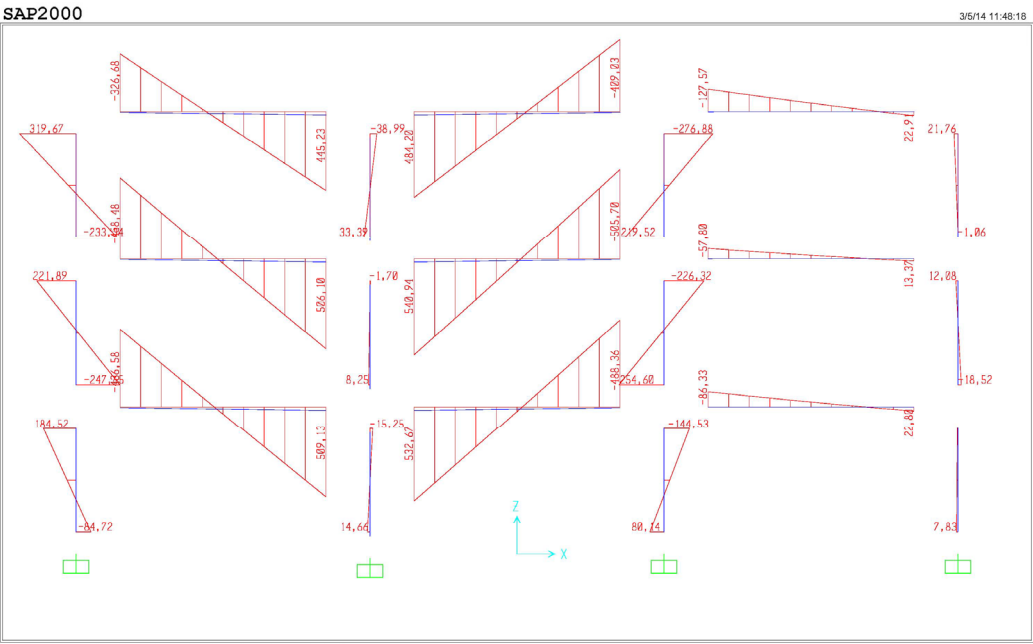
30X30 CENTRAL INTERIOR SIN CARGAS



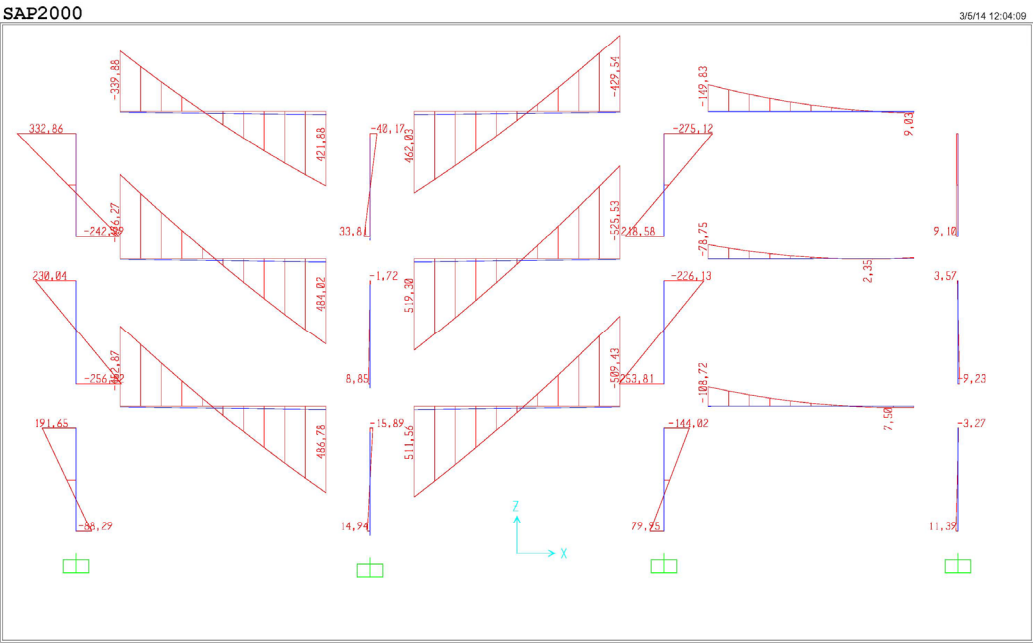
30X30 CENTRAL INTERIOR 10KN



50X10 CENTRAL INTERIOR SIN CARGAS



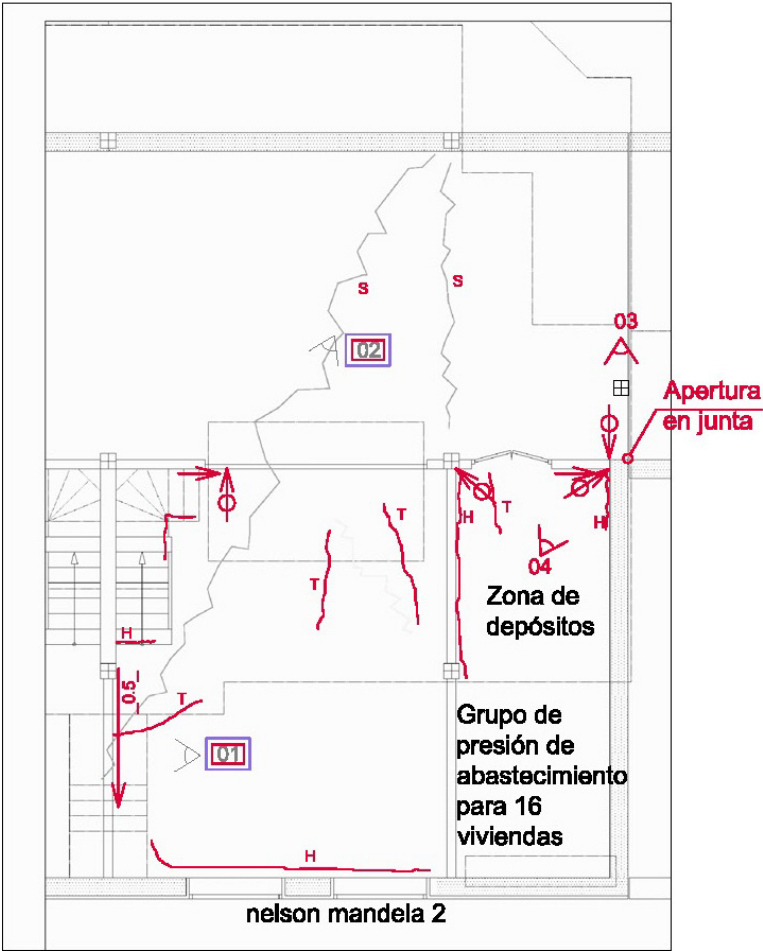
50x10 CENTRAL INTERIOR 10KN







Calle Nelson Mandela 2.



PLANTA SÓTANO



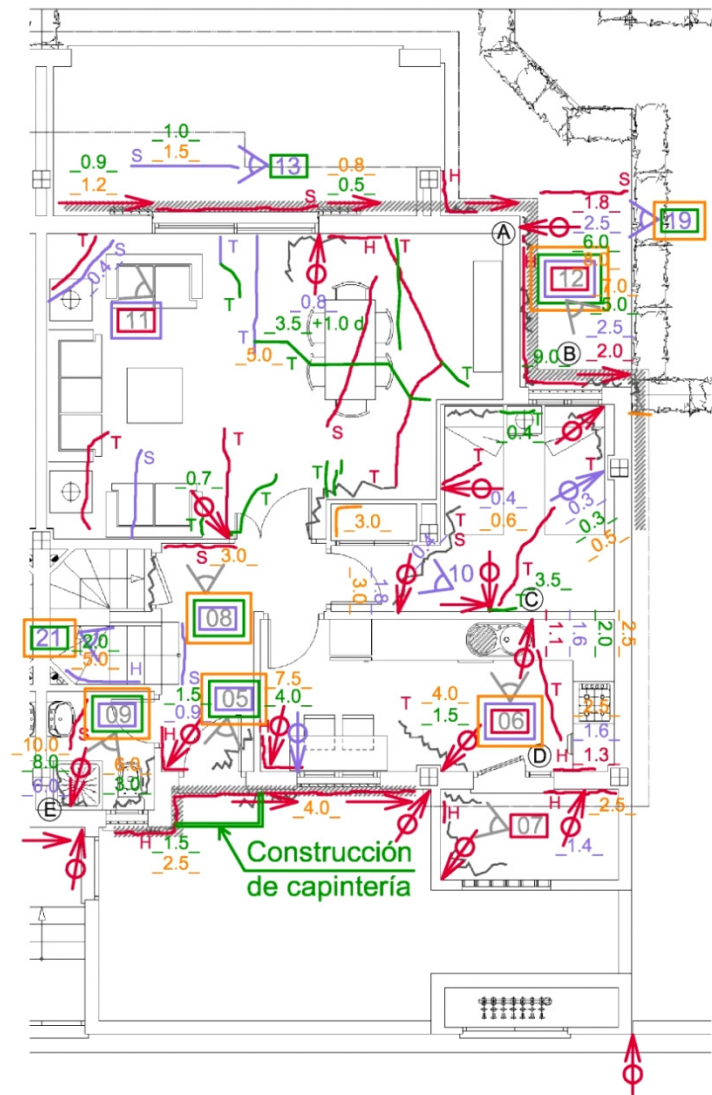
LEYENDA GENERAL

	Grietas y fisuras inclinadas		Separación del muro
	Grietas y fisuras verticales		Desprendimiento pintura
	H Grietas y fisuras horizontales		Humedad
	T Grietas y fisuras en techo		Rozamiento de puerta
	S Grietas y fisuras en suelo		Orientación y número de fotografía
			Apertura de fisura o grieta (mm)

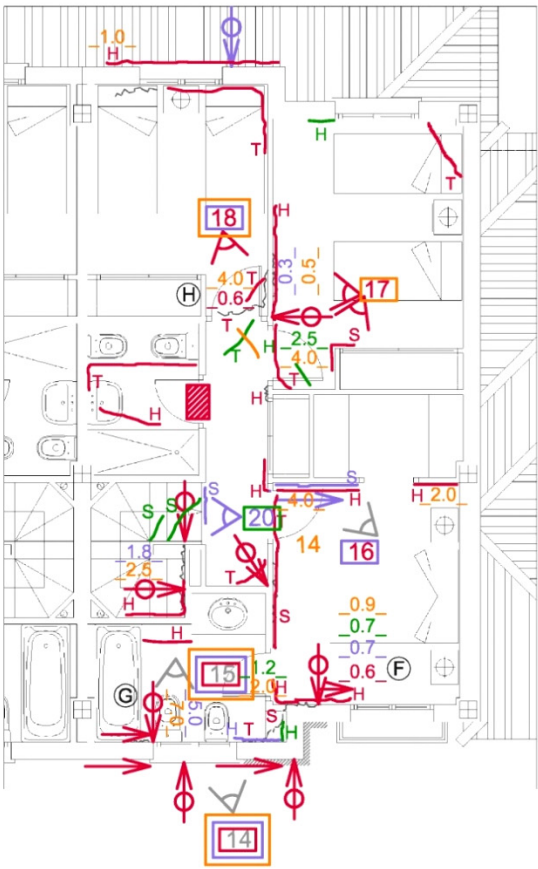
Datos Informe Dña. Ruth Martínez
Datos registrados visita 20-07-10
Datos registrados visita 23-11-10
Datos registrados visita 03-02-12
Datos registrados visita 12-12-12

PLANTA DE LESIONES EN MM





PLANTA BAJA



PLANTA ALTA

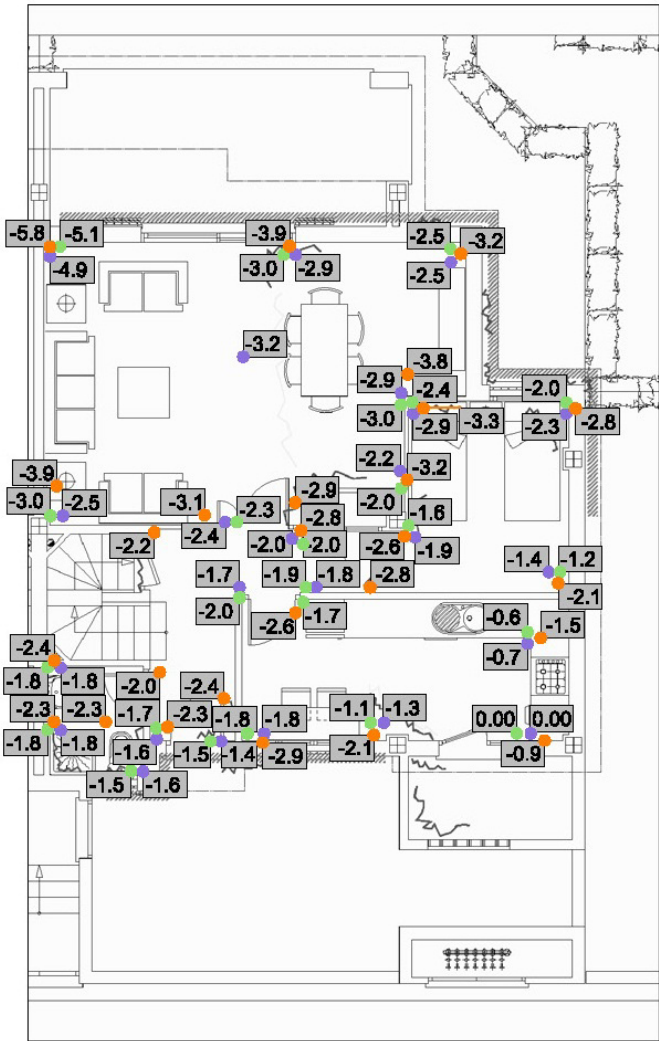
LEYENDA GENERAL

	Grietas y fisuras inclinadas		Separación del muro
	Grietas y fisuras verticales		Desprendimiento pintura
	H Grietas y fisuras horizontales		Humedad
	T Grietas y fisuras en techo		Rozamiento de puerta
	S Grietas y fisuras en suelo		Orientación y número de fotografía
			Apertura de fisura o grieta (mm)

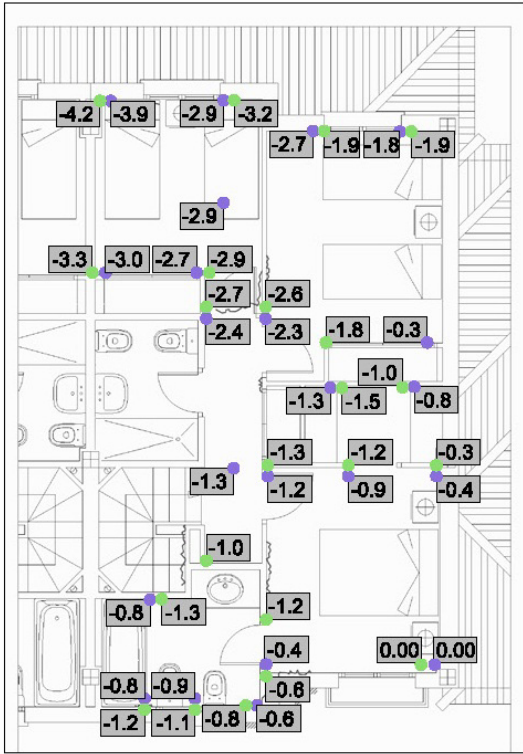
Datos Informe Dña. Ruth Martínez
Datos registrados visita 20-07-10
Datos registrados visita 23-11-10
Datos registrados visita 03-02-12
Datos registrados visita 12-12-12

PLANTA DE LESIONES EN MM





PLANTA BAJA



PLANTA ALTA

- x

Mediciones de nivel en la cara superior del suelo (cm)
- x

Mediciones de nivel en la cara inferior del techo (cm)
- x

Origen del sistema de referencia de nivelaciones (cm)

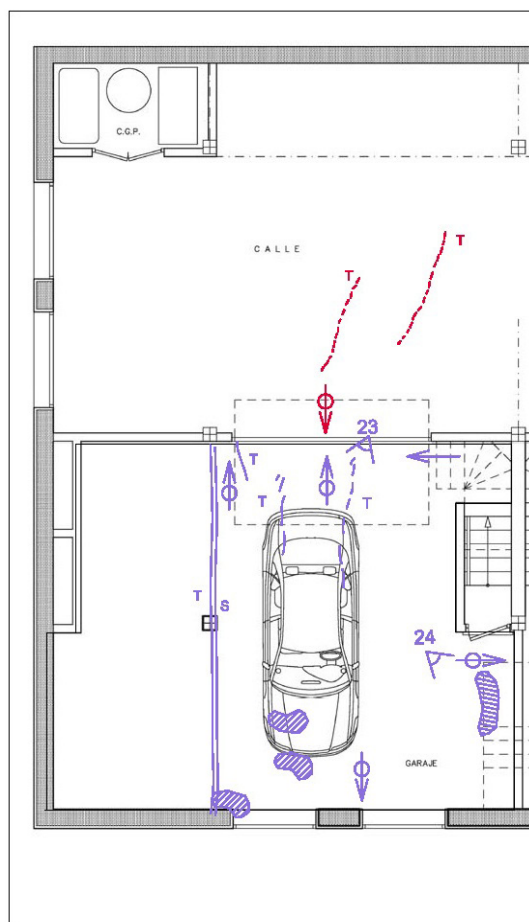


- Datos registrados visita 23-11-10
- Datos registrados visita 27-10-11
- Datos registrados visita 03-02-12
- Datos registrados visita 12-12-12

PLANTA DE NIVELACIONES EN CM







## Calle Nelson Mandela 8



### PLANTA SÓTANO



## LEYENDA GENERAL

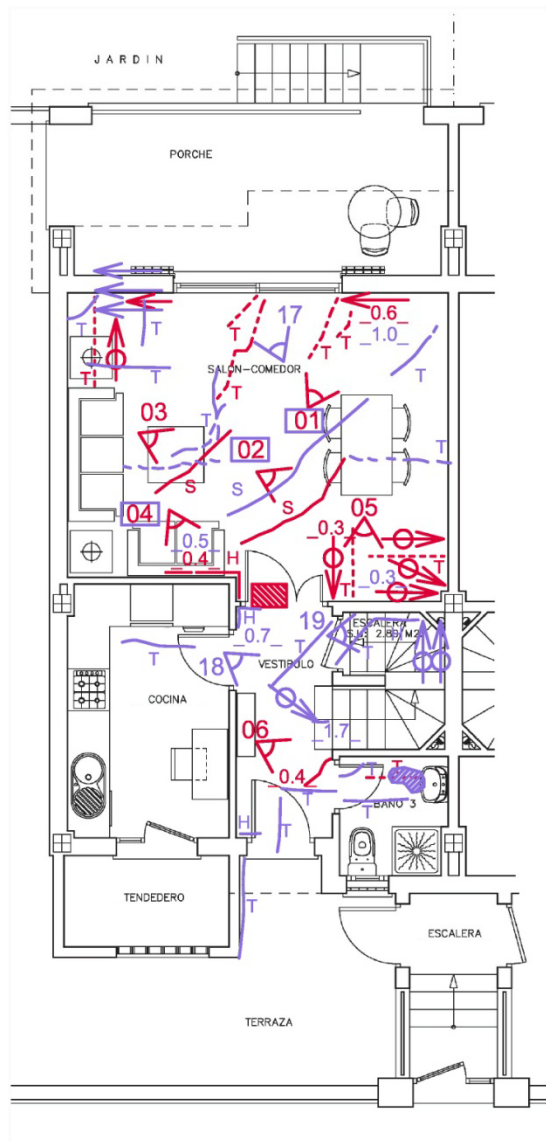
→	Grietas y fisuras inclinadas		Separación del muro
→⊖	Grietas y fisuras verticales		Desprendimiento pintura
—H	Grietas y fisuras horizontales		Humedad
—T	Grietas y fisuras en techo		Rozamiento de puerta
—S	Grietas y fisuras en suelo	➤ 00	Orientación y número de fotografía
		_1.5_	Apertura de fisura o grieta (mm)

**Datos registrados visita 27-10-11**

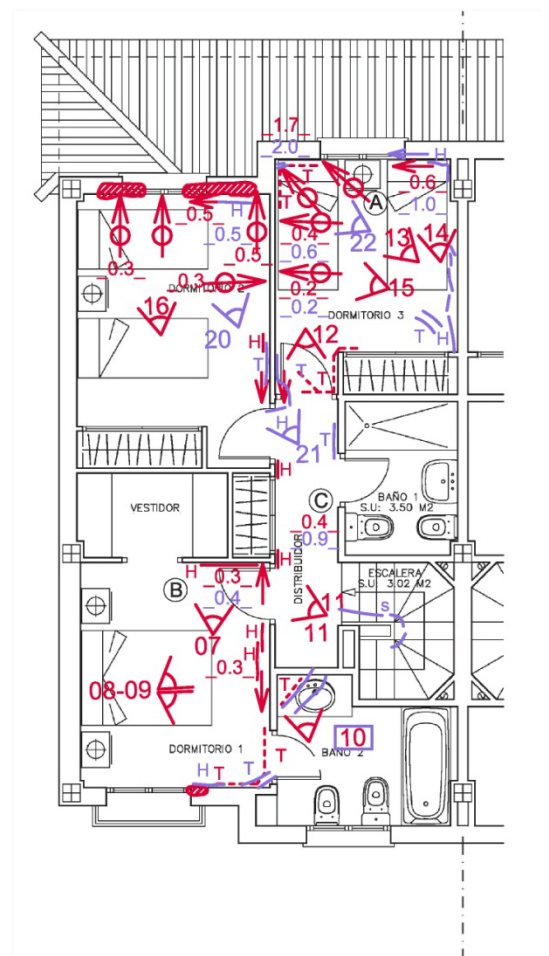
Datos registrados visita 12-12-12

**VIVIENDA C/ NELSON MANDELA 8**

**PLANTA DE LESIONES EN MM**



PLANTA BAJA



PLANTA ALTA

## LEYENDA GENERAL

	Grietas y fisuras inclinadas		Separación del muro
	Grietas y fisuras verticales		Desprendimiento pintura
	H Grietas y fisuras horizontales		Humedad
	T Grietas y fisuras en techo		Rozamiento de puerta
	S Grietas y fisuras en suelo		Orientación y número de fotografía
			Apertura de fisura o grieta (mm)



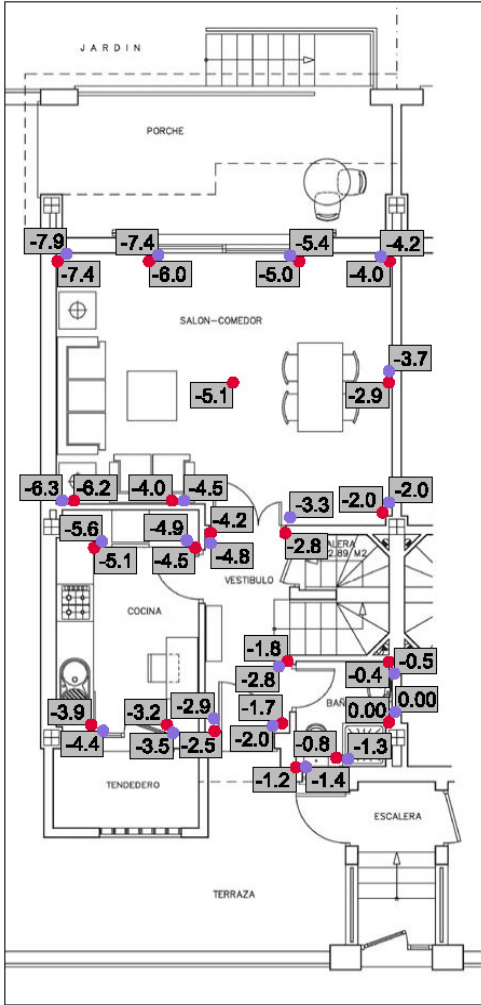
Datos registrados visita 27-10-11  
 Datos registrados visita 12-12-12

VIVIENDA C/ NELSON MANDELA 8

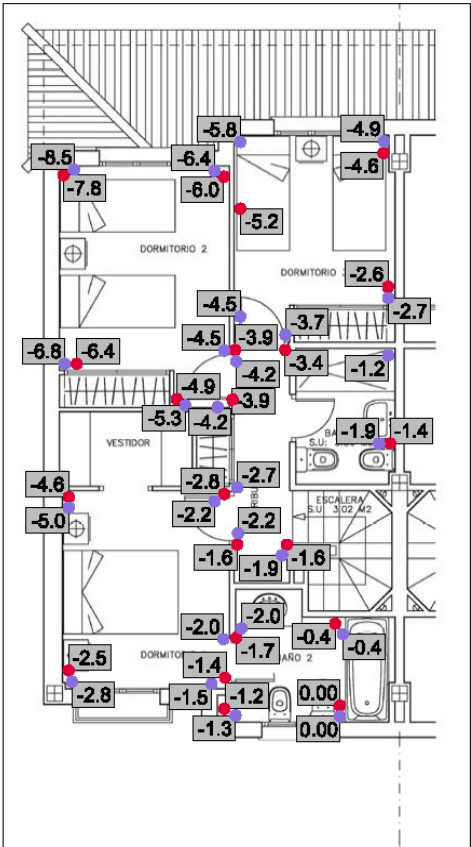
PLANTA DE LESIONES EN MM







PLANTA BAJA



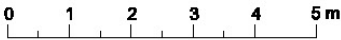
PLANTA ALTA



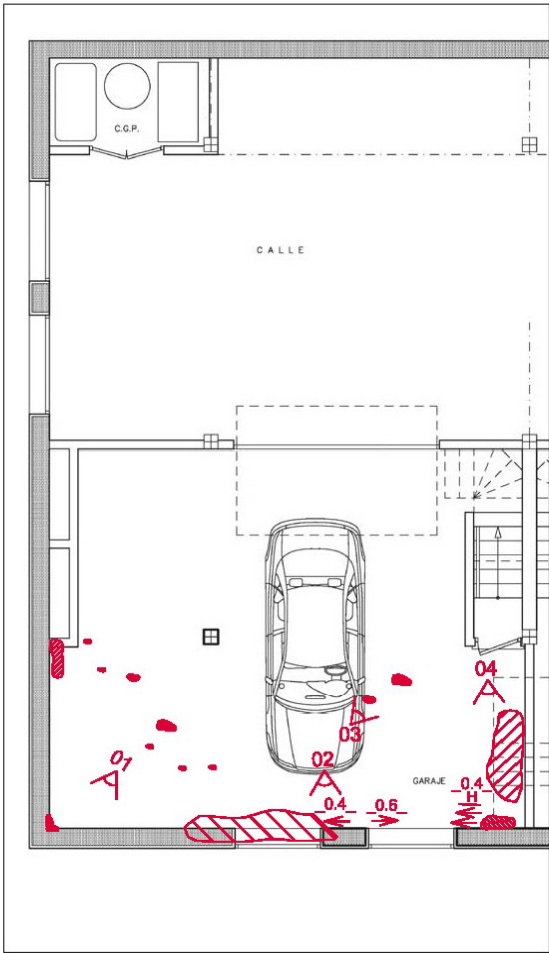
	Mediciones de nivel en la cara superior del suelo (cm)
	Mediciones de nivel en la cara inferior del techo (cm)
	Origen del sistema de referencia de nivelaciones (cm)

Datos registrados visita 27-10-11  
Datos registrados visita 12-12-12

VIVIENDA C/ NELSON MANDELA 8  
PLANTA DE NIVELACIONES EN CM



Calle Nelson Mandela 12



PLANTA SÓTANO



LEYENDA GENERAL

	Grietas y fisuras inclinadas		Separación del muro
	Grietas y fisuras verticales		Desprendimiento pintura
	Grietas y fisuras horizontales		Humedad
	Grietas y fisuras en techo		Rozamiento de puerta
	Grietas y fisuras en suelo		Orientación y número de fotografía
			Apertura de fisura o grieta (mm)

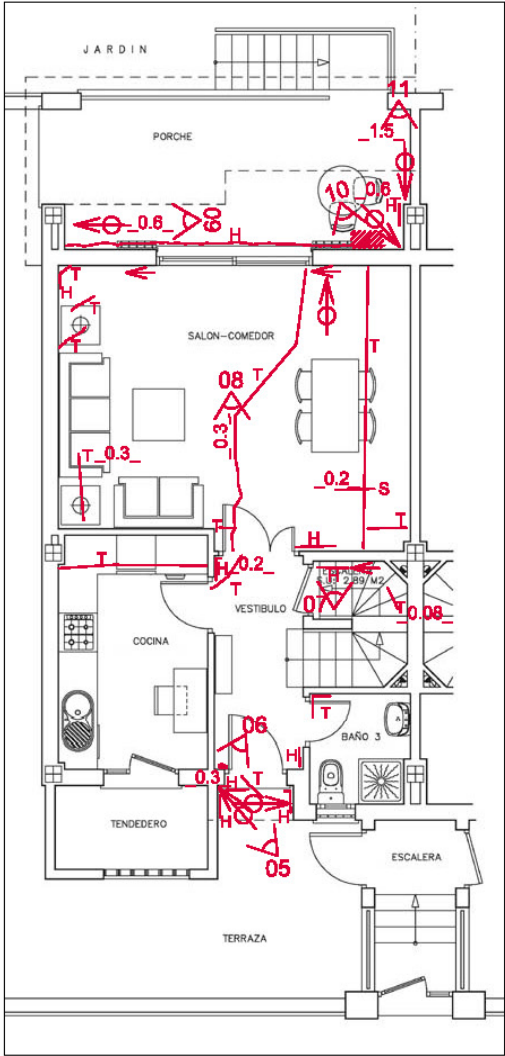
Datos registrados visita 12-12-12

VIVIENDA C/ NELSON MANDELA 12

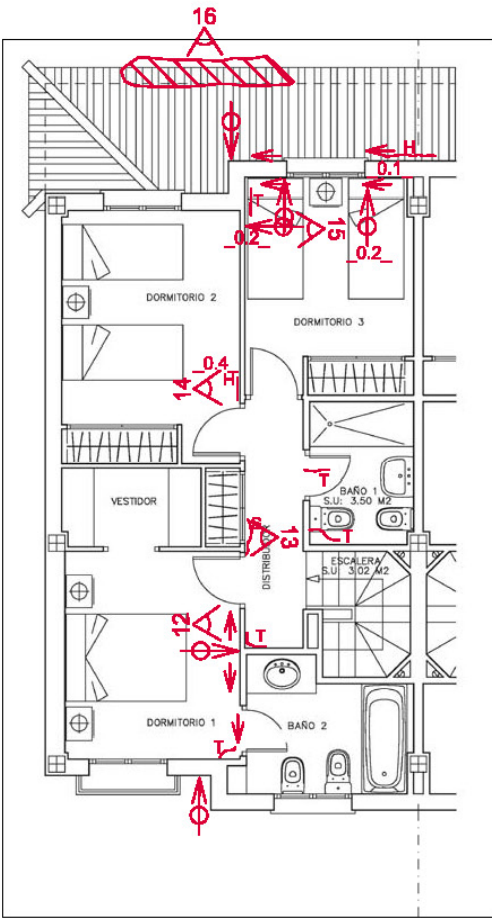
PLANTA DE LESIONES EN MM







PLANTA BAJA



PLANTA ALTA



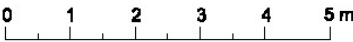
LEYENDA GENERAL

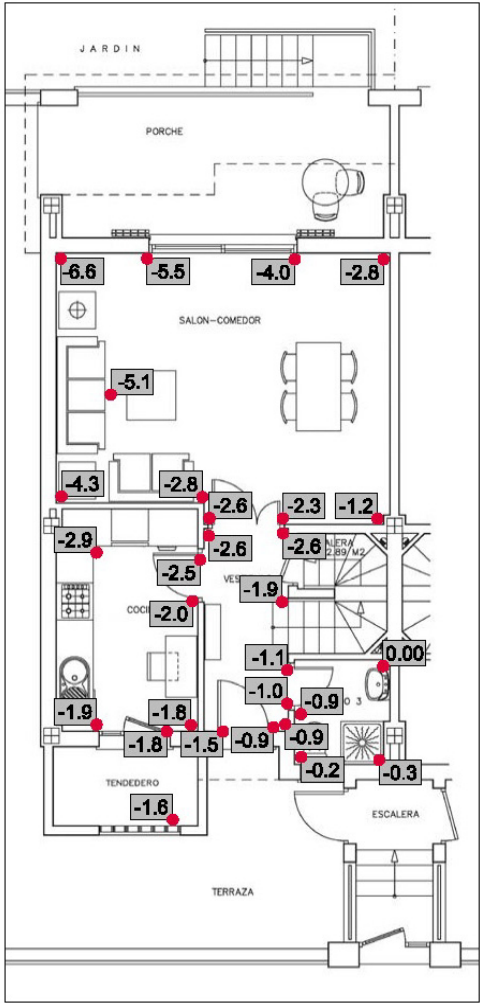
	Grietas y fisuras inclinadas		Separación del muro
	Grietas y fisuras verticales		Desprendimiento pintura
	H Grietas y fisuras horizontales		Humedad
	T Grietas y fisuras en techo		Rozamiento de puerta
	S Grietas y fisuras en suelo		Orientación y número de fotografía
			_1.5_ Apertura de fisura o grieta (mm)

Datos registrados visita 12-12-12

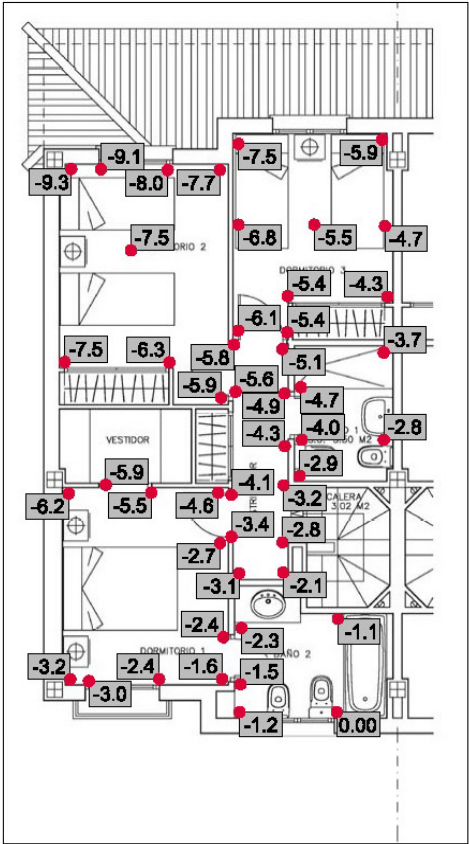
VIVIENDA C/ NELSON MANDELA 12

PLANTA DE LESIONES EN MM





PLANTA BAJA



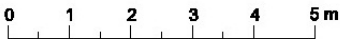
PLANTA ALTA



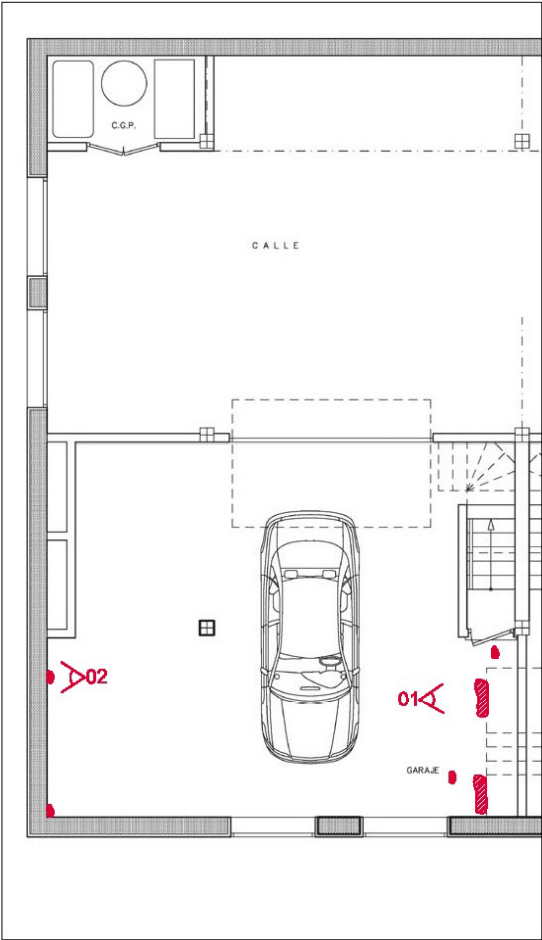
- x Mediciones de nivel en la cara superior del suelo (cm)
- x Mediciones de nivel en la cara inferior del techo (cm)
- x Origen del sistema de referencia de nivelaciones (cm)

Datos registrados 12-12-12

VIVIENDA C/ NELSON MANDELA 12  
PLANTA DE NIVELACIONES EN CM



Calle Teresa de Calcuta 1



PLANTA SÓTANO

LEYENDA GENERAL

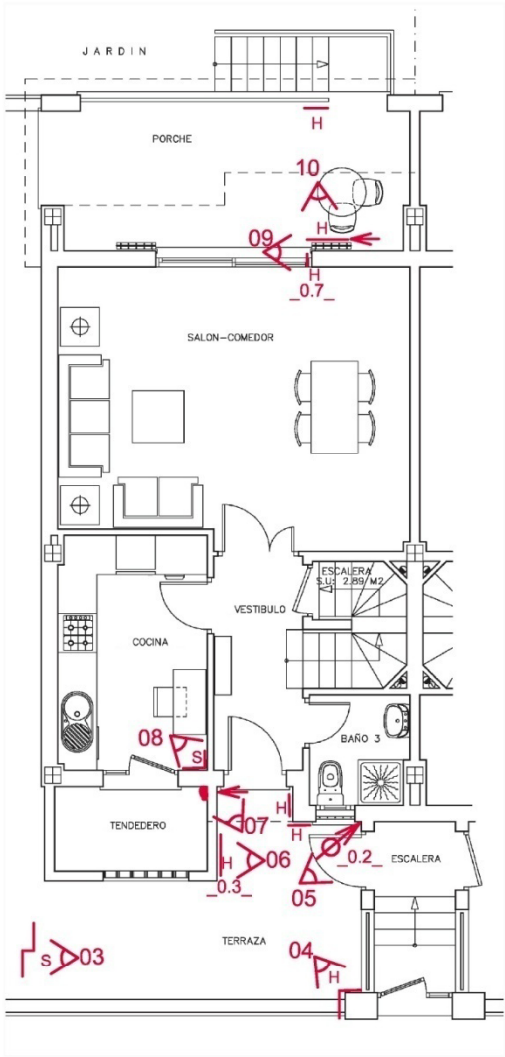
	Grietas y fisuras inclinadas		Separación del muro
	Grietas y fisuras verticales		Desprendimiento pintura
	Grietas y fisuras horizontales		Humedad
	Grietas y fisuras en techo		Rozamiento de puerta
	Grietas y fisuras en suelo		Orientación y número de fotografía
			Apertura de fisura o grieta (mm)

Datos registrados visita 12-12-12

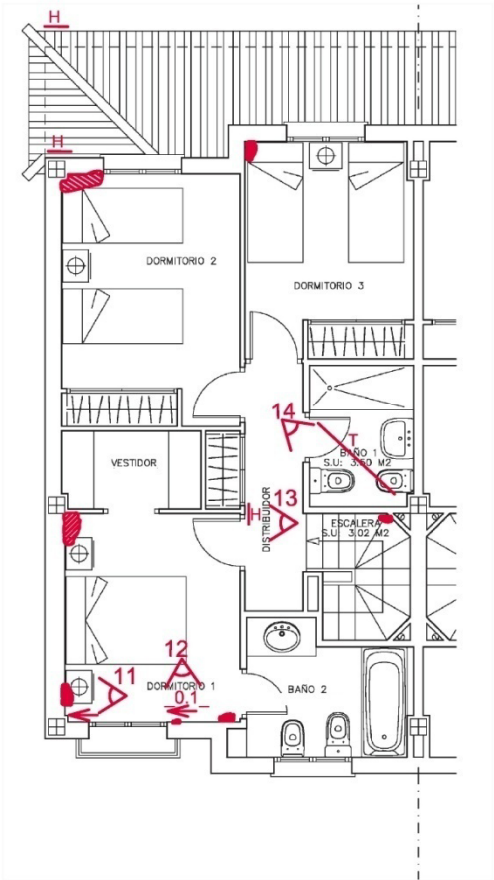
VIVIENDA C/ TERESA CALCUTA 01

PLANTA DE LESIONES EN MM

0 1 2 3 4 5 m



PLANTA BAJA



PLANTA ALTA

LEYENDA GENERAL

	Grietas y fisuras inclinadas		Separación del muro
	Grietas y fisuras verticales		Desprendimiento pintura
	Grietas y fisuras horizontales		Humedad
	Grietas y fisuras en techo		Rozamiento de puerta
	Grietas y fisuras en suelo		Orientación y número de fotografía
			Apertura de fisura o grieta (mm)

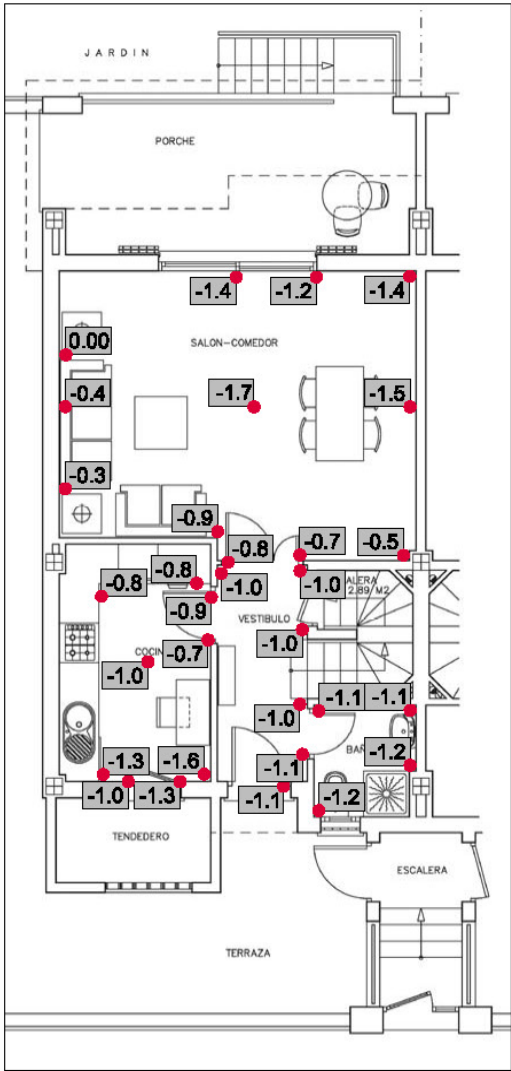


Datos registrados visita 12-12-12

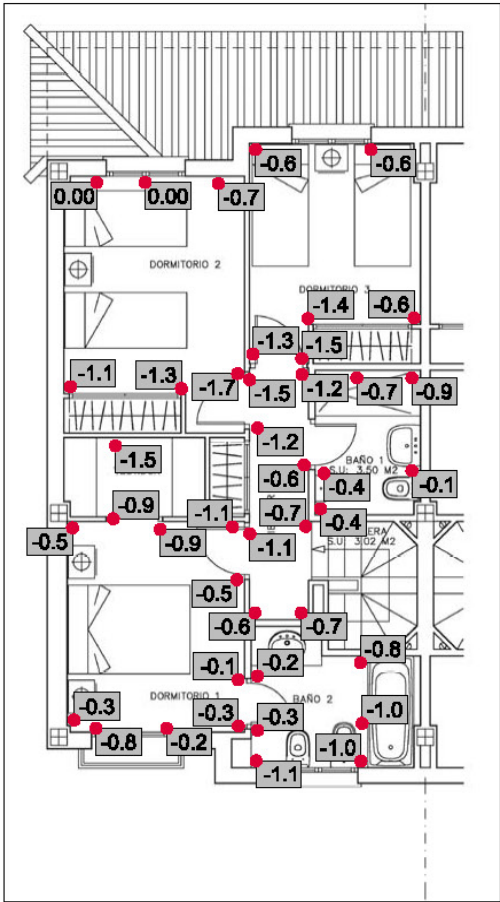
VIVIENDA C/ TERESA CALCUTA 01

PLANTA DE LESIONES EN MM








PLANTA BAJA



PLANTA ALTA



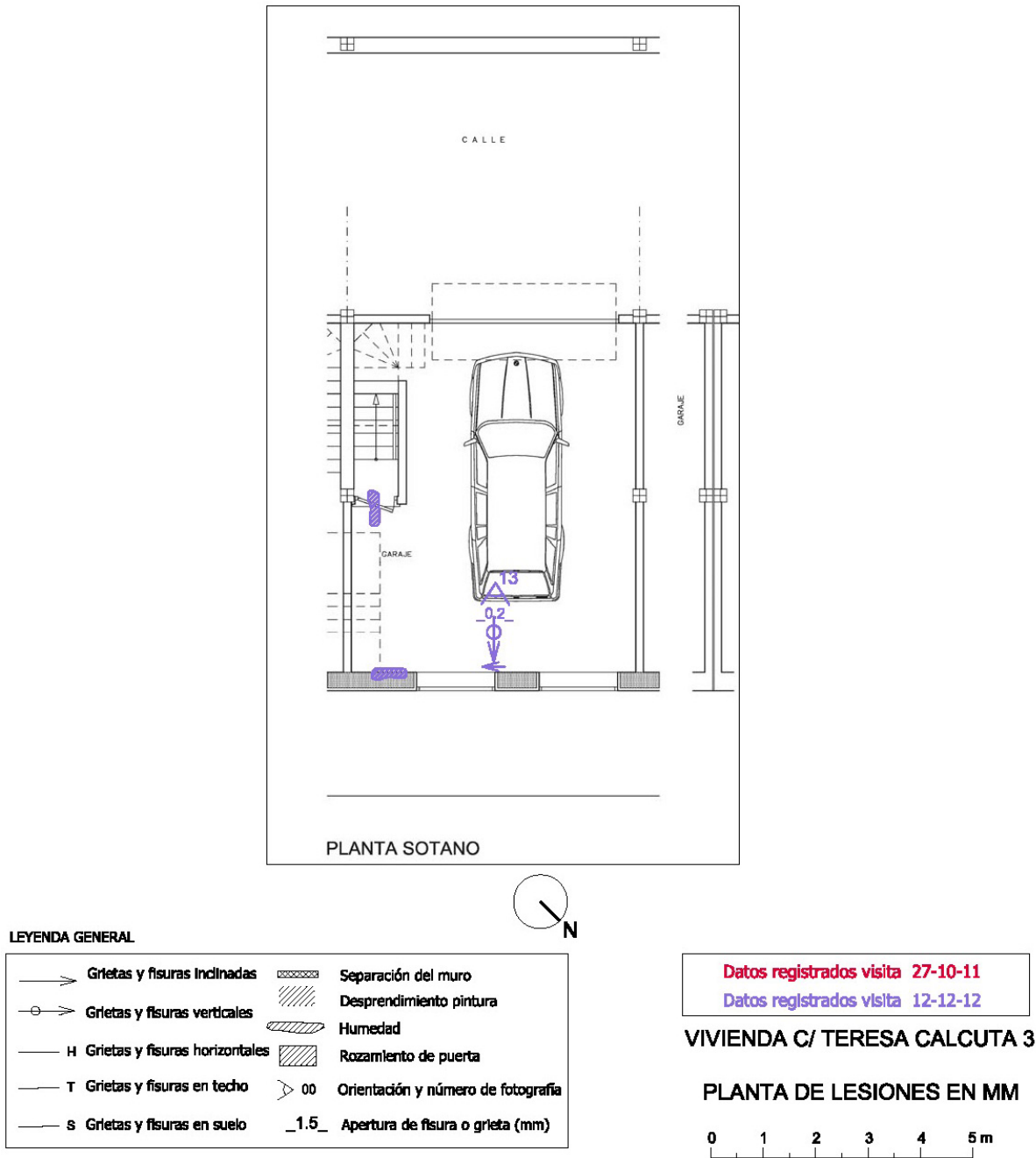
-  Mediciones de nivel en la cara superior del suelo (cm)
-  Mediciones de nivel en la cara inferior del techo (cm)
-  Origen del sistema de referencia de nivelaciones (cm)

Datos registrados 12-12-12

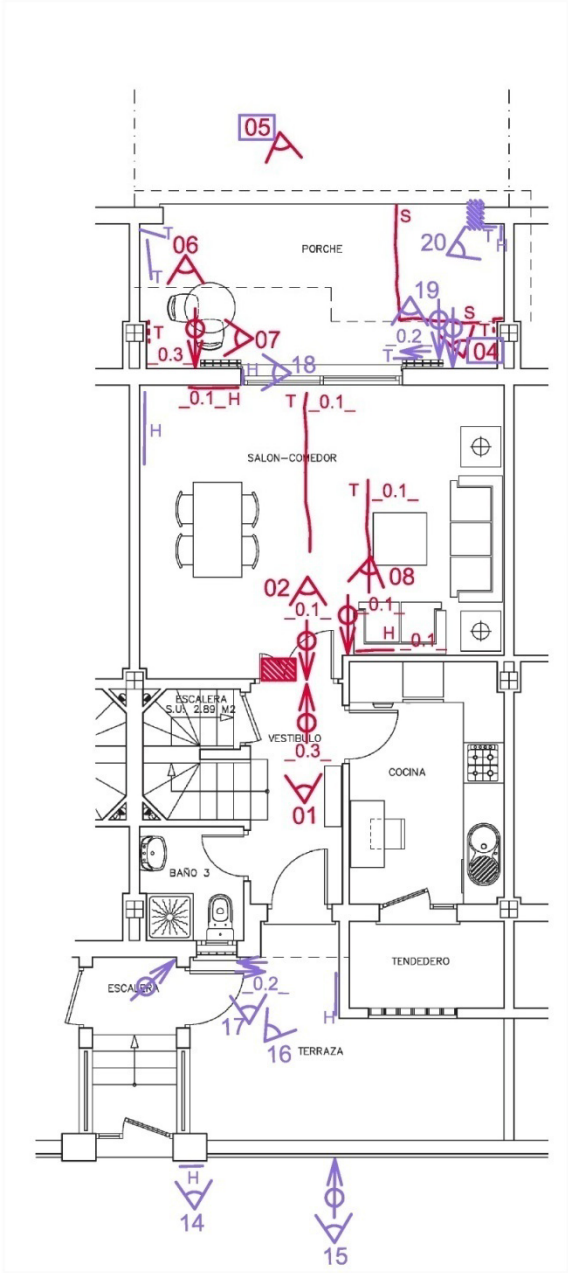
VIVIENDA C/ TERESA CALCUTA 01  
PLANTA DE NIVELACIONES EN CM



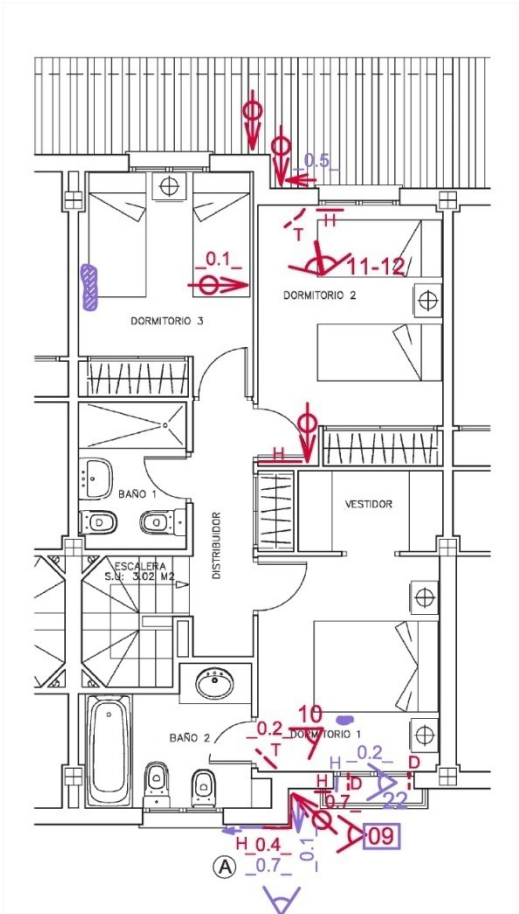
Calle Teresa de Calcuta 3







PLANTA BAJA



PLANTA ALTA

LEYENDA GENERAL

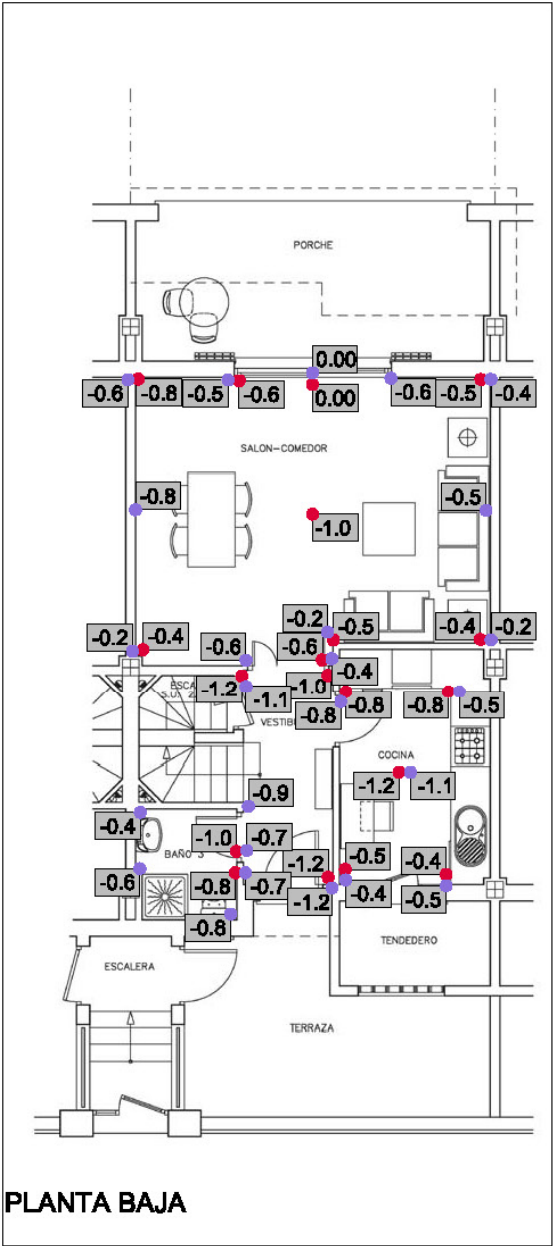
	Grietas y fisuras inclinadas		Separación del muro
	Grietas y fisuras verticales		Desprendimiento pintura
	Grietas y fisuras horizontales		Humedad
	Grietas y fisuras en techo		Rozamiento de puerta
	Grietas y fisuras en suelo		Orientación y número de fotografía
			Apertura de fisura o grieta (mm)

Datos registrados visita 27-10-11  
Datos registrados visita 12-12-12

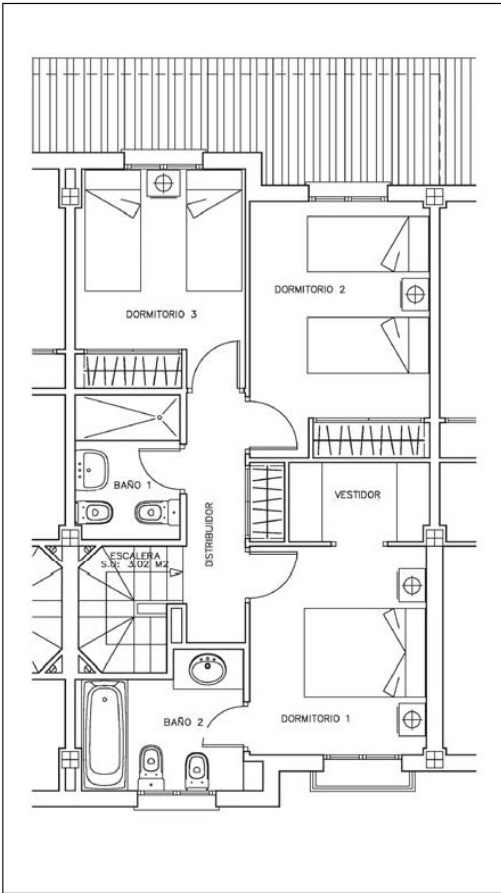
VIVIENDA C/ TERESA CALCUTA 3

PLANTA DE LESIONES EN MM





PLANTA BAJA



PLANTA ALTA

- x Mediciones de nivel en la cara superior del suelo (cm)
- x Mediciones de nivel en la cara inferior del techo (cm)
- x Origen del sistema de referencia de nivelaciones (cm)



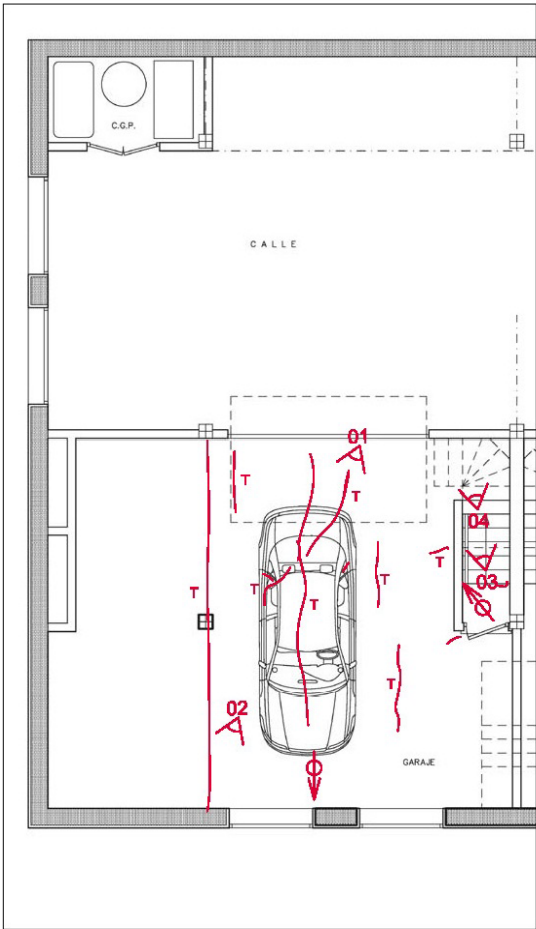
Datos registrados visita 27-10-11  
Datos registrados visita 12-12-12

VIVIENDA C/ TERESA CALCUTA 3  
PLANTA DE NIVELACIONES EN CM





Calle Teresa de Calcuta 5



PLANTA SÓTANO

LEYENDA GENERAL

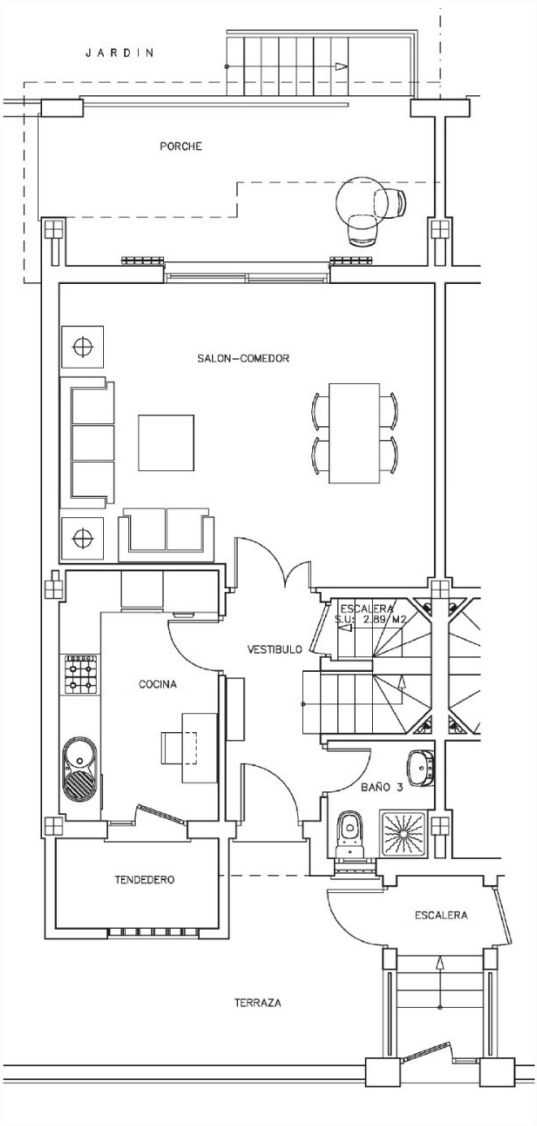
	Grietas y fisuras inclinadas		Separación del muro
	Grietas y fisuras verticales		Desprendimiento pintura
	Grietas y fisuras horizontales		Humedad
	Grietas y fisuras en techo		Rozamiento de puerta
	Grietas y fisuras en suelo		Orientación y número de fotografía
			Apertura de fisura o grieta (mm)

Datos registrados visita 12-12-12

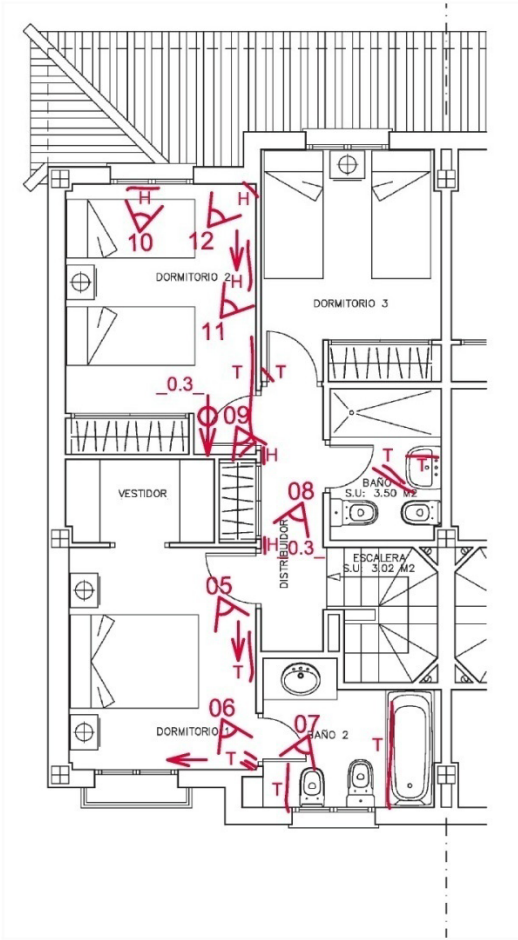
VIVIENDA C/ TERESA CALCUTA 05

PLANTA DE LESIONES EN MM

0 1 2 3 4 5 m



PLANTA BAJA



PLANTA ALTA

LEYENDA GENERAL

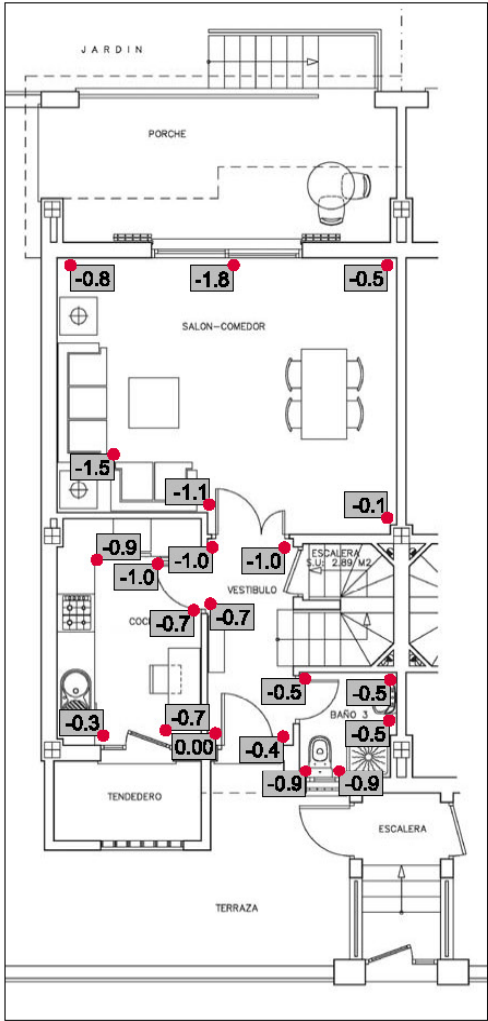
	Grietas y fisuras inclinadas		Separación del muro
	Grietas y fisuras verticales		Desprendimiento pintura
	Grietas y fisuras horizontales		Humedad
	Grietas y fisuras en techo		Rozamiento de puerta
	Grietas y fisuras en suelo		Orientación y número de fotografía
			Apertura de fisura o grieta (mm)

Datos registrados visita 12-12-12

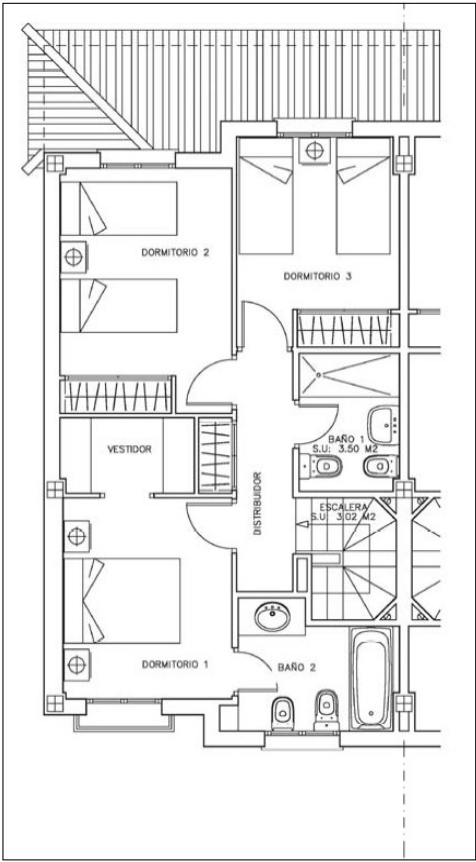
VIVIENDA C/ TERESA CALCUTA 05

PLANTA DE LESIONES EN MM





PLANTA BAJA



PLANTA ALTA



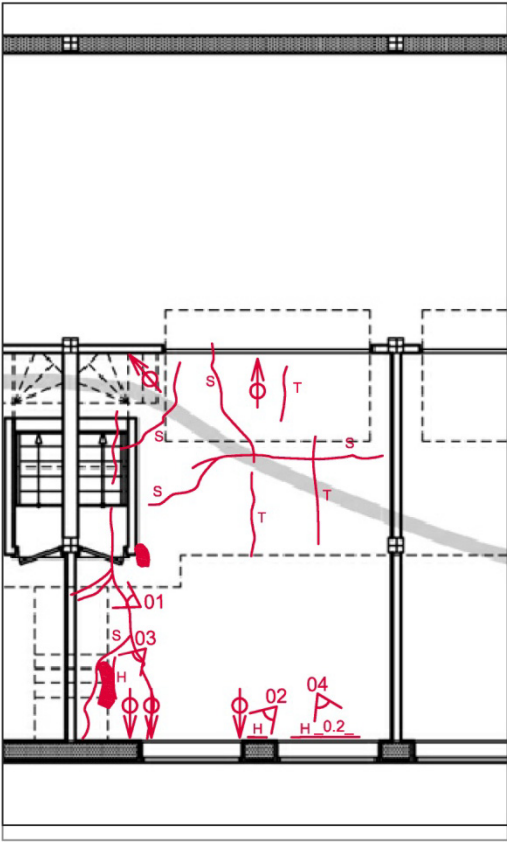
x	Mediciones de nivel en la cara superior del suelo (cm)
x	Mediciones de nivel en la cara inferior del techo (cm)
x	Origen del sistema de referencia de nivelaciones (cm)

Datos registrados 12-12-12

VIVIENDA C/ TERESA CALCUTA 05  
PLANTA DE NIVELACIONES EN CM



Calle Teresa de Calcuta 7



PLANTA SÓTANO

LEYENDA GENERAL

	Grietas y fisuras inclinadas		Separación del muro
	Grietas y fisuras verticales		Desprendimiento pintura
	Grietas y fisuras horizontales		Humedad
	Grietas y fisuras en techo		Rozamiento de puerta
	Grietas y fisuras en suelo		Orientación y número de fotografía
			Apertura de fisura o grieta (mm)

Datos registrados visita 12-12-12

VIVIENDA C/ TERESA CALCUTA 07

PLANTA DE LESIONES EN MM

0

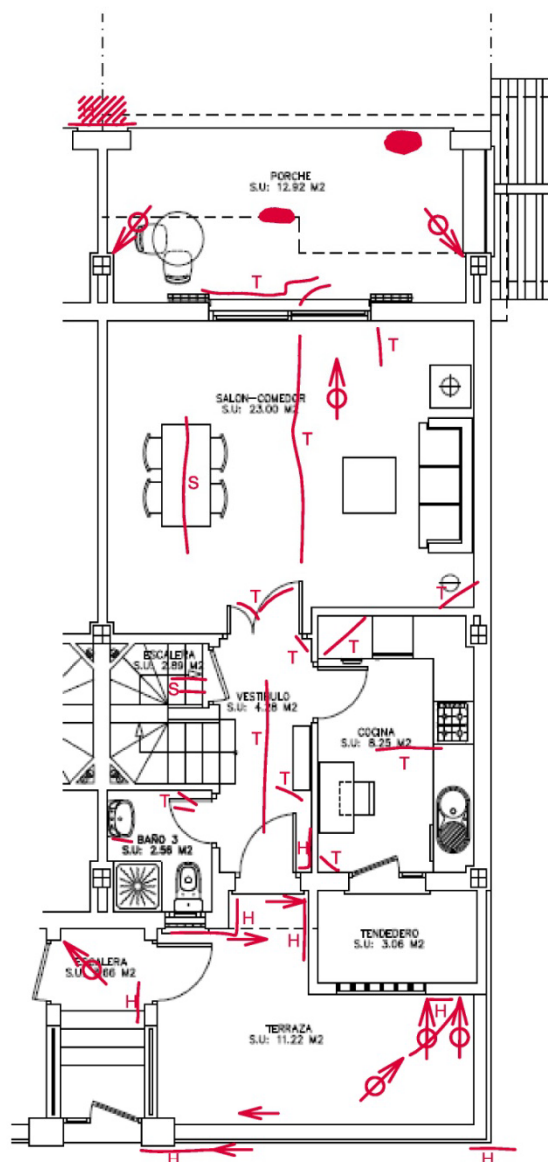
1

2

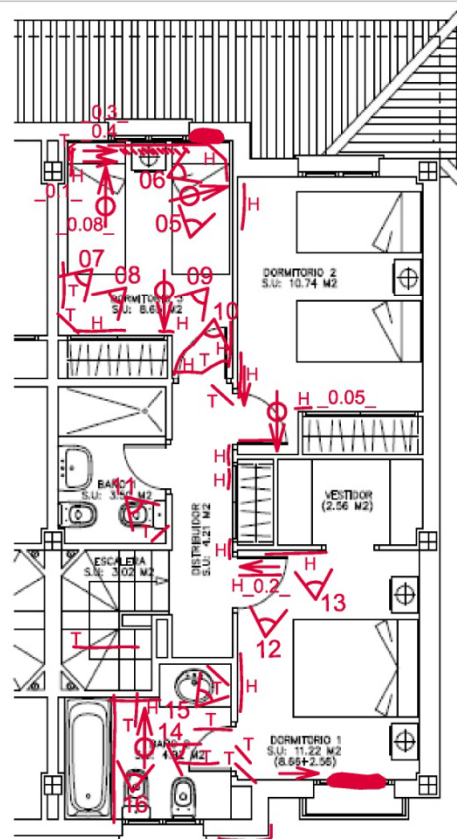
3

4

5 m



PLANTA BAJA



PLANTA ALTA

## LEYENDA GENERAL

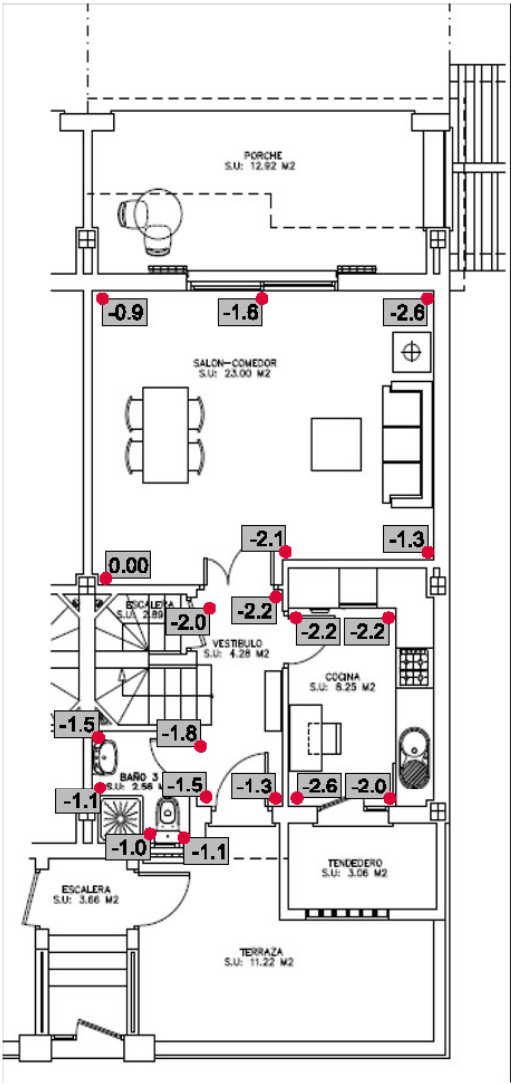
→	Grietas y fisuras inclinadas	▨	Separación del muro
○→	Grietas y fisuras verticales	▨	Desprendimiento pintura
— H	Grietas y fisuras horizontales	▨	Humedad
— T	Grietas y fisuras en techo	▨	Rozamiento de puerta
— S	Grietas y fisuras en suelo	▷ 00	Orientación y número de fotografía
		1.5	Apertura de fisura o grieta (mm)

Datos registrados visita 12-12-12

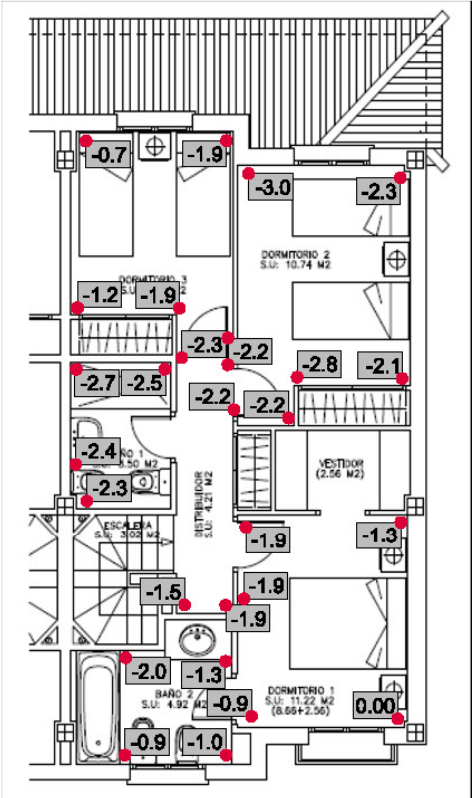
VIVIENDA C/ TERESA CALCUTA 07

PLANTA DE LESIONES EN MM





PLANTA BAJA



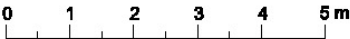
PLANTA ALTA



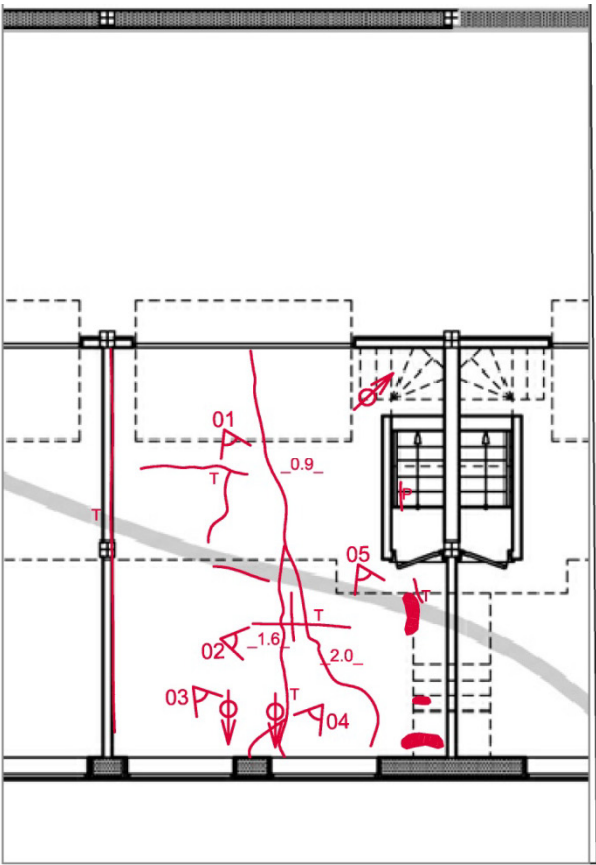
- x Mediciones de nivel en la cara superior del suelo (cm)
- x Mediciones de nivel en la cara inferior del techo (cm)
- x Origen del sistema de referencia de nivelaciones (cm)

Datos registrados visita 12-12-12

VIVIENDA C/ TERESA CALCUTA 07  
PLANTA DE NIVELACIONES EN CM



Calle Teresa de Calcuta 9



PLANTA SÓTANO

LEYENDA GENERAL

	Grietas y fisuras inclinadas		Separación del muro
	Grietas y fisuras verticales		Desprendimiento pintura
	Grietas y fisuras horizontales		Humedad
	Grietas y fisuras en techo		Rozamiento de puerta
	Grietas y fisuras en suelo		Orientación y número de fotografía
			Apertura de fisura o grieta (mm)

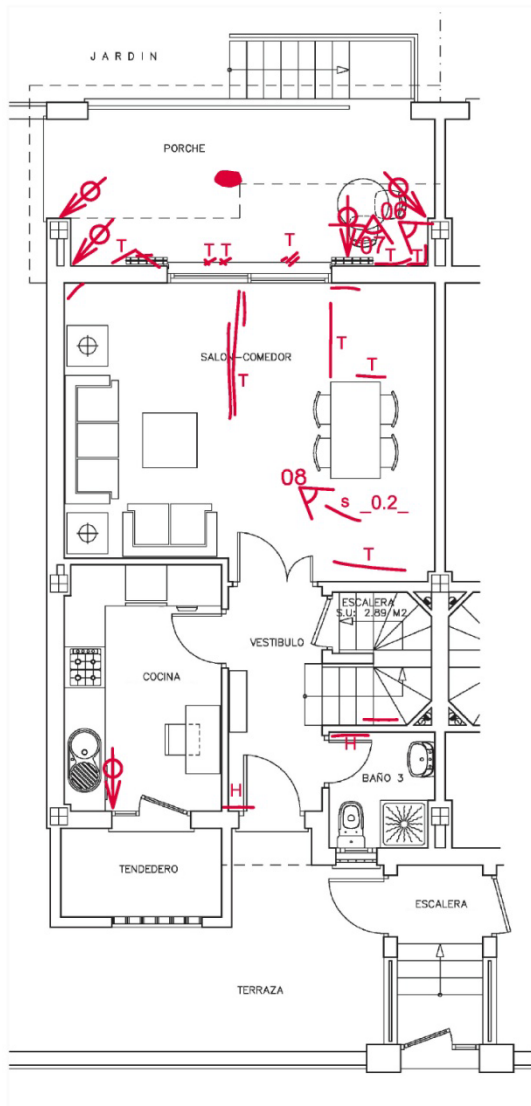
Datos registrados visita 12-12-12

VIVIENDA C/ TERESA CALCUTA 09

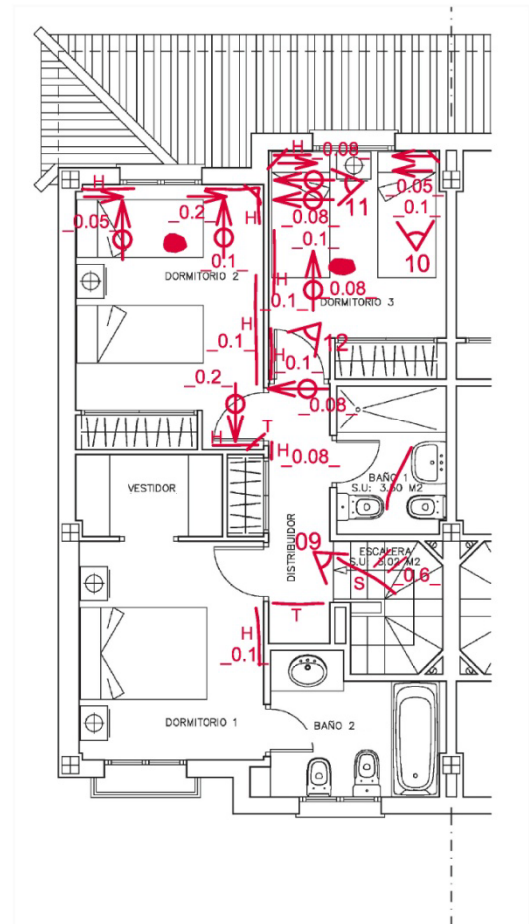
PLANTA DE LESIONES EN MM







PLANTA BAJA



PLANTA ALTA

## LEYENDA GENERAL

	Grietas y fisuras inclinadas		Separación del muro
	Grietas y fisuras verticales		Desprendimiento pintura
	Grietas y fisuras horizontales		Humedad
	Grietas y fisuras en techo		Rozamiento de puerta
	Grietas y fisuras en suelo		Orientación y número de fotografía
			Apertura de fisura o grieta (mm)



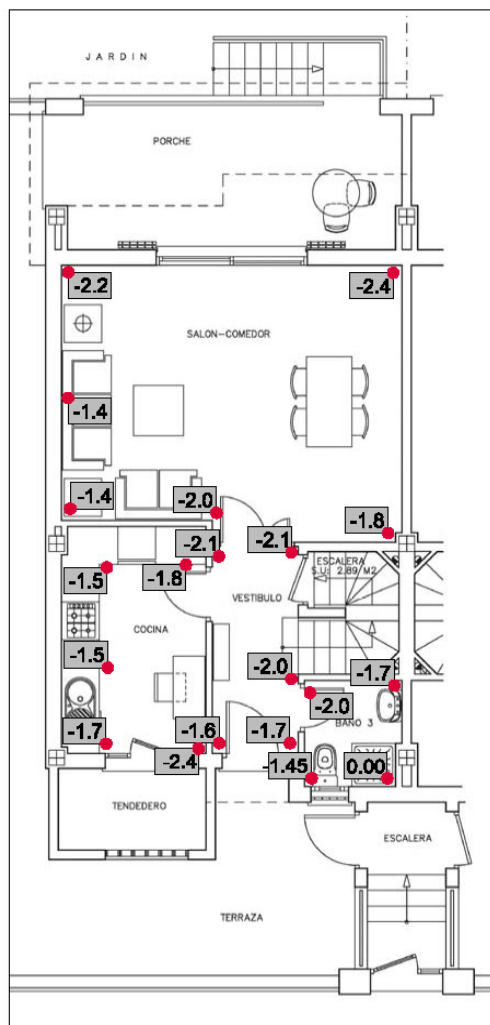
Datos registrados visita 12-12-12

VIVIENDA C/ TERESA CALCUTA 09

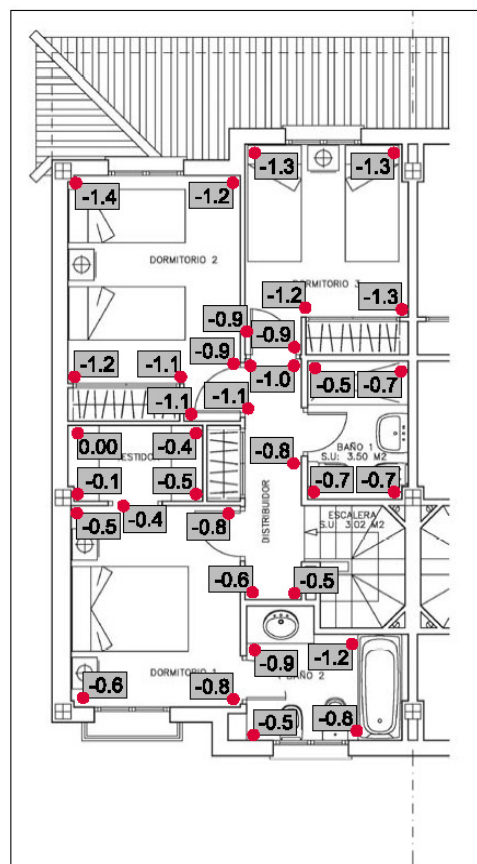
PLANTA DE LESIONES EN MM







## PLANTA BAJA



## PLANTA ALTA



- ☒ Mediciones de nivel en la cara superior del suelo (cm)
- ☒ Mediciones de nivel en la cara inferior del techo (cm)
- ☒ Origen del sistema de referencia de nivelaciones (cm)

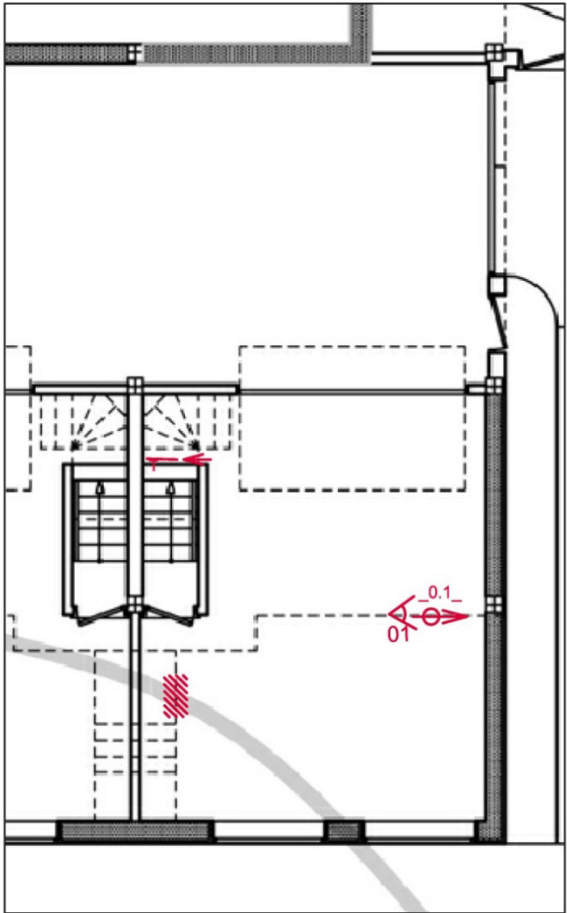
### Datos registrados 12-12-12

**VIVIENDA C/ TERESA CALCUTA 09**

**PLANTA DE NIVELACIONES EN CM**



Calle Teresa de Calcuta 11



PLANTA SÓTANO



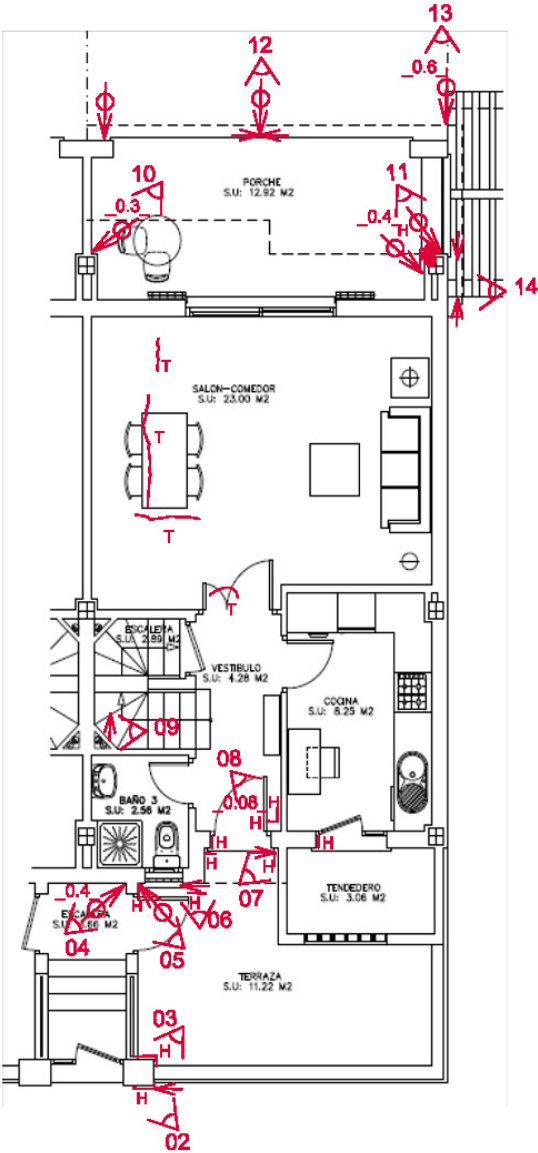
LEYENDA GENERAL

	Grietas y fisuras inclinadas		Separación del muro
	Grietas y fisuras verticales		Desprendimiento pintura
	Grietas y fisuras horizontales		Humedad
	Grietas y fisuras en techo		Rozamiento de puerta
	Grietas y fisuras en suelo		Orientación y número de fotografía
			Apertura de fisura o grieta (mm)

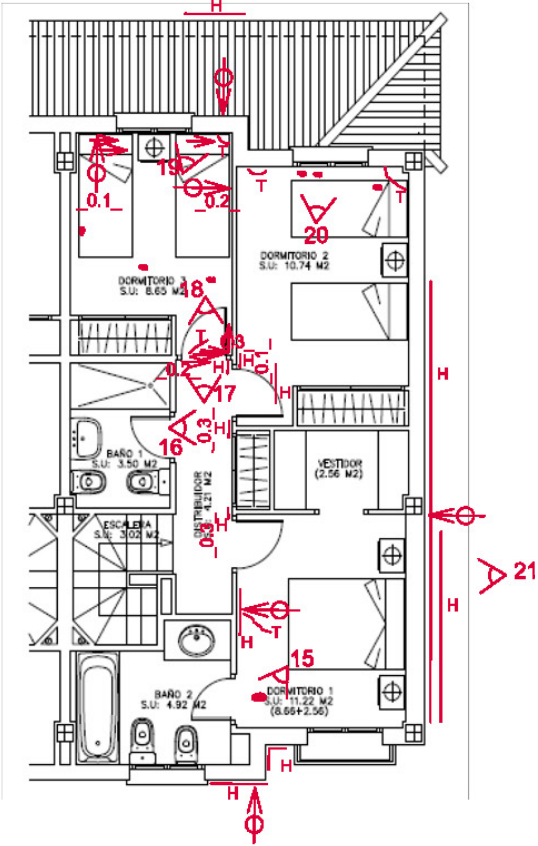
Datos registrados visita 12-12-12

VIVIENDA C/ TERESA CALCUTA 11  
PLANTA DE LESIONES EN MM





PLANTA BAJA



PLANTA ALTA

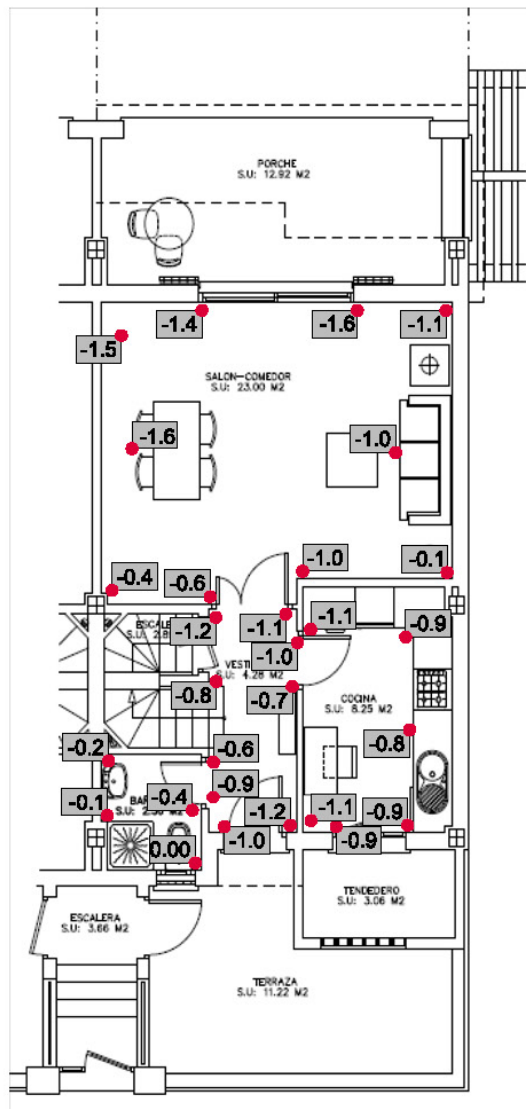
LEYENDA GENERAL

	Grietas y fisuras inclinadas		Separación del muro
	Grietas y fisuras verticales		Desprendimiento pintura
	Grietas y fisuras horizontales		Humedad
	Grietas y fisuras en techo		Rozamiento de puerta
	Grietas y fisuras en suelo		Orientación y número de fotografía
			Apertura de fisura o grieta (mm)

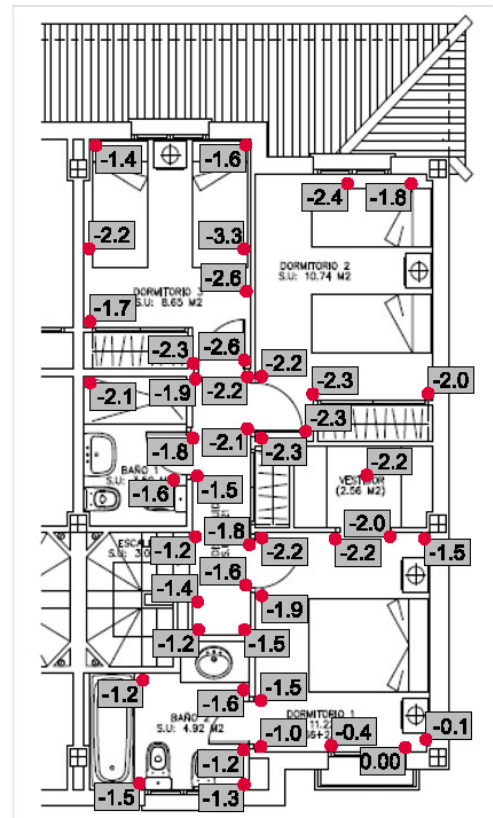
Datos registrados visita 12-12-12

VIVIENDA C/ TERESA CALCUTA 11  
PLANTA DE LESIONES EN MM





## PLANTA BAJA



## PLANTA ALTA



- |                                     |  |
|-------------------------------------|--|
| <input checked="" type="checkbox"/> | Mediciones de nivel en la cara superior del suelo (cm) |
| <input checked="" type="checkbox"/> | Mediciones de nivel en la cara inferior del techo (cm) |
| <input checked="" type="checkbox"/> | Origen del sistema de referencia de nivelaciones (cm)  |

**Datos registrados visita 12-12-12**

VIVIENDA C/ TERESA CALCUTA 11  
PLANTA DE NIVELACIONES EN CM



Nivelación topográfica de la planta sótano del bloque 1 completo.

